

PAS, šk. r. 2022/23, 1. test, 8. 12. 2022

Pokyny pro vypracování: Řešení všech úloh napište do jednoho "Maple" souboru. Jednotlivé úlohy číslujte a v řešení oddělujte od sebe. Výsledný soubor (.mw/.mws) pošlete jako přílohu na email: milan.sinor@fjfi.cvut.cz dnes do 16:00.

Každá úloha je ohodnocena 0 – 5 body.

Úspěšné absolvování testu: 22 bodů.

1. Zadejte předpoklad, že (a) $w > 10$ a (b) w je reálné. Otestujte, zda-li platí:
(1) $w > \pi + e$, kde e je Eulerovo číslo,
(2) w je reálné. (5 bodů)
2. Definujte následující řadu a poté provedte substituci $x = 1$ a řadu vyčíslete na 30 platných číslic:

$$\sum_{i=1}^{30} \frac{x}{\ln(i+1)} .$$
(5 bodů)

3. Vypočtěte determinant, všechna vlastní čísla, vlastní vektory příslušné těmto vlastním číslům a inverzní matici pro matici

$$\begin{pmatrix} -13 & 6 & -12 \\ 4 & -3 & 4 \\ 16 & -8 & 15 \end{pmatrix}$$
(5 bodů)

4. Nalezněte a ověřte správnost řešení soustavy rovnic:

$$\begin{aligned} 4x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 &= 5 \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 &= -1 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 &= -40 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 98 \end{aligned}$$
(5 bodů)

5. Definujte funkci $f(x) = 5 \log(x) \cos(x)$ a nakreslete ji modrou barvou v intervalu $x \in (1, 6\pi)$. Poté do stejného grafu, ve stejném intervalu nakreslete zelenou barvou její první derivaci a červenou barvou její druhou derivaci.

(5 bodů)

6. Definujte funkci $g(x, y) = y^2 + \sin(x^2)$ a nakreslete ji v cylindrických souřadnicích pro $x \in (-\pi, \pi)$ a $y \in (-2, 2)$.

(5 bodů)