# 26
# Kapacita

*Srdeční příhoda… Během komorové fibrilace, častého typu srdečního záchvatu, přestanou srdeční komory pumpovat krev, protože stahy a uvolnění jejich svalových vláken přestanou být koordinovány. Pacienta však lze zachránit, když jeho srdeční sval dostane elektrický šok. Hrudní dutinou pacienta musí projít elektrický proud asi 20 A a přenést přibližně 200 J elektrické energie v průběhu asi 2 ms. Tomu odpovídá krátkodobý elektrický výkon kolem 100 kW. Tak vysoký příkon můžeme poměrně snadno zajistit v nemocnici, ale jak ho dosáhnout v případě, že by nás fibrilace překvapila např. při cestování? Na to určitě nestačí ani elektrický systém automobilu, ani pojízdné ambulance, i kdyby byly po ruce.*

## 26.1 UŽITÍ KONDENZÁTORŮ

Napnutím tětivy luku, natažením pružiny, stlačením plynu, zvednutím knihy a jinými podobnými úkony lze mechanickou energii akumulovat ve formě energie potenciální. Také energii elektrického pole lze takto uchovat v **kondenzátorech**.*

Kondenzátor je např. součástí fotoblesku. Během relativně pomalého nabíjení se v kondenzátoru hromadí elektrický náboj a tím se v něm vytváří elektrické pole. Kondenzátor uchovává elektrické pole a jeho energii až do spuštění fotoblesku, kdy se elektrická energie velmi rychle uvolní.

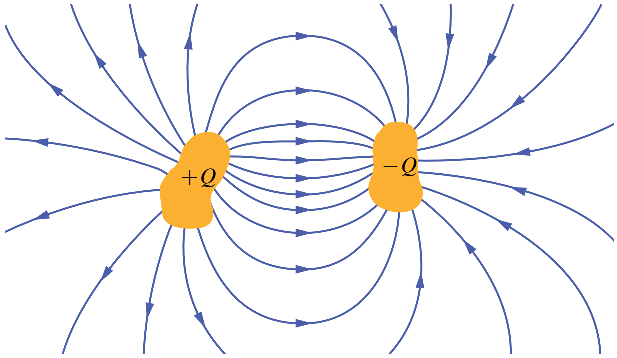
Kondenzátory slouží v současném elektronickém a mikroelektronickém světě všestranně, a to nejen jako zásobárny elektrické energie. Uveďme alespoň dva příklady za mnohé. (1) Kondenzátory jsou regulačními prvky v obvodech a ladíme jimi rádiové a televizní vysílače i přijímače. (2) Kondenzátory mikroskopických rozměrů tvoří paměťové bloky počítačů. Tato drobounká zařízení jsou zde důležitá ani ne tak pro svou schopnost akumulovat energii, jako pro poskytování informace typu ANO-NE (ON-OFF) danou přítomností či nepřítomností náboje v kondenzátoru.

## 26.2 KAPACITA

Obr. 26.1 ukazuje různá konkrétní provedení kondenzátorů.

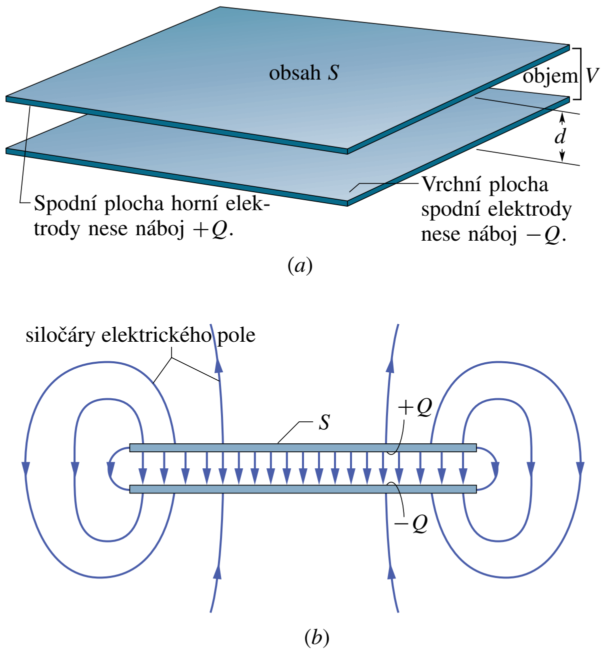
**Obr. 26.1** Různé druhy kondenzátorů

Na obr. 26.2 vidíme základní prvky *každého* kondenzátoru: jsou to dva vodiče, zvané **elektrody**, které jsou blízko u sebe, ale přitom jsou od sebe elektricky izolovány (odděleny). Někdy se jim říká „desky", a to bez ohledu na jejich skutečný tvar.




**Obr. 26.2** Dva vodiče, zvané elektrody, elektricky izolované navzájem od sebe i od svého okolí, tvoří *kondenzátor*. Je-li kondenzátor nabit, nesou elektrody náboje $Q$ stejně velké, ale opačných znamének.

Obr. 26.3a ukazuje velmi časté uspořádání vodičů, kterému říkáme *deskový kondenzátor*. Tvoří ho dva rovnoběžné rovinné vodiče ve vzdálenosti $d$, každý o obsahu $S$. Znak ⊣⊢, kterým kondenzátor znázorňujeme ve schéma-




**Obr. 26.3** (a) Deskový kondenzátor tvoří dvě rovinné elektrody ve vzdálenosti $d$, každá má obsah $S$. Na přilehlých plochách nesou stejně velké elektrické náboje $Q$ navzájem opačných znamének. (b) Elektrické pole v prostoru mezi elektrodami deskového kondenzátoru je homogenní. Taková pole zobrazujeme rovnoběžnými a stejně hustými siločárami. Zakřivené siločáry při okraji elektrod znázorňují nehomogenní elektrické pole.

* Česká terminologie používá v blízkém významu slovo **kapacitor**. Rozdíl mezi oběma pojmy spočívá v tom, že kondenzátor představuje konkrétní fyzickou součástku, zatímco kapacitor je idealizovaný prvek, u nějž zanedbáváme vedlejší jevy (např. svod) a uvažujeme jen kapacitu. Protože se nezabýváme elektrotechnikou hlouběji, nepotřebujeme zatím rozlišovat mezi reálným a modelovým prvkem. Pro jednoduchost budeme proto užívat jen jediný, běžnější termín kondenzátor.

tech, je odvozen právě od tvaru deskového kondenzátoru; užívá se však pro kondenzátory všech geometrických tvarů.

Je-li kondenzátor *nabitý*, mají jeho elektrody stejně velké náboje, avšak opačných znamének $+Q$ a $-Q$. Mluvíme-li tedy o *náboji $Q$ kondenzátoru*, rozumíme tím absolutní hodnotu náboje jedné z jeho elektrod, tedy $|Q|$, a nikoli *celkový* náboj, který je roven nule: $(+Q) + (-Q) = 0$.

Protože elektrody kondenzátoru jsou vodivé, jsou tudíž i ekvipotenciálními plochami. Všechny body na téže elektrodě mají tedy stejnou hodnotu elektrického potenciálu. Mezi oběma elektrodami nabitého kondenzátoru existuje *potenciálový rozdíl* neboli *napětí*. Neznáme-li pořadí elektrod, je přirozené brát tento rozdíl (napětí) kladný.

Náboj $Q$ a napětí $U$ libovolného kondenzátoru jsou navzájem přímo úměrné. Platí tedy

$$Q = CU. \tag{26.1}$$

Součinitel úměrnosti $C$ je pro libovolný kondenzátor konstantní a nazývá se **kapacita** kondenzátoru,

$$C = \frac{Q}{U}. \tag{26.2}$$

Hodnota kapacity je závislá pouze na geometrii obou elektrod kondenzátoru (na velikosti, tvaru a jejich vzájemné vzdálenosti), *nikoli* na náboji nebo na napětí na kondenzátoru, a je vždy kladná. *Čím větší* je kapacita kondenzátoru, *tím větší* náboj musí být přenesen na jeho elektrody, abychom na něm dosáhli požadovaného napětí $U = Q/C$. Kapacita je číselně rovna náboji kondenzátoru při napětí 1 V mezi jeho elektrodami.

Z rov. (26.2) vyplývá, že jednotkou kapacity v mezinárodní soustavě jednotek (SI) je $\mathrm{C{\cdot}V^{-1}}$. Tato jednotka se vyskytuje velmi často, a proto dostala vlastní pojmenování **farad** (značka F):

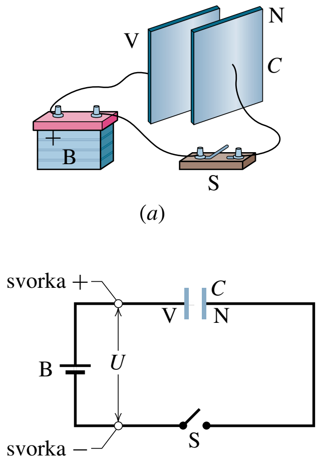
$$1\ \text{farad} = 1\ \text{coulomb na volt},$$
$$1\ \mathrm{F} = 1\ \mathrm{C{\cdot}V^{-1}}.$$

Farad je jednotka pro praxi příliš velká. Častěji proto používáme jednotky menší, zvláště mikrofarad ($1\ \mu\mathrm{F} = 10^{-6}\ \mathrm{F}$), nanofarad ($1\ \mathrm{nF} = 10^{-9}\ \mathrm{F}$) a pikofarad ($1\ \mathrm{pF} = 10^{-12}\ \mathrm{F}$).

## Nabíjení kondenzátoru

Chceme-li kondenzátor nabít, můžeme ho zapojit do elektrického obvodu se zdrojem stejnosměrného elektrického napětí (např. s baterií). Elektrický obvod je cesta, kterou může procházet elektrický náboj. Baterie je zařízení, ve kterém probíhají určité elektrochemické reakce, které dodávají na jeho výstupní svorky náboje a vytvářejí tak mezi nimi elektrické napětí.

Baterie B, spínač S, kondenzátor $C$ a spojovací dráty tvoří elektrický obvod na obr. 26.4a. Tentýž obvod je znázorněn jako schéma na obr. 26.4b s použitím značek pro baterii, spínač a kondenzátor. Předpokládejme, že baterie udržuje stálé napětí $U$ mezi svými svorkami. Svorku s vyšším potenciálem značíme „+“ a nazýváme ji *kladný pól*; druhou svorku značíme „−“ a nazýváme ji *záporný pól*.




**Obr. 26.4** (a) Baterie B, spínač S a elektrody V a N kondenzátoru tvoří elektrický obvod. (b) Schéma elektrického obvodu s *obvodovými prvky*, které jsou reprezentovány svými symboly.

Obvod znázorněný na obr. 26.4a, b není uzavřený, protože spínač S je *vypnutý*, tj. nespojuje vodivě ty spojovací dráty, ke kterým je připojen. Když spínač zapneme, propojí je, obvod se uzavře a spínačem i spojovacími dráty může procházet elektrický náboj. V kap. 22 jsme se dozvěděli, že nosiče elektrického náboje, které mohou procházet takovým vodičem, jako je měděný drát, jsou elektrony. Je-li obvod na obr. 26.4 uzavřen, pak elektrické pole (vytvořené baterií podél vodičů) přinutí elektrony pohybovat se těmito vodiči od elektrody V kondenzátoru ke kladné svorce baterie; tím se elektroda V, ztrácející elektrony, nabíjí kladně (tj. bude mít vyšší potenciál). Zároveň toto elektrické pole nutí elektrony pohybovat se ze záporné svorky baterie na elektrodu N kondenzátoru; tím se elektroda N, získávající elektrony, nabíjí záporně (na nižší potenciál). Obě elektrody kondenzátoru se těmito procesy nabíjejí současně, takže v každém okamžiku mají stejně velké náboje opačných znamének.

Napětí mezi původně nenabitými elektrodami kondenzátoru bylo nulové. Protože se elektrody kondenzátoru nabíjejí opačnými náboji, napětí mezi nimi vzrůstá, dokud se nevyrovná s napětím $U$ mezi svorkami baterie. Když se napětí vyrovnají, mají elektroda V a kladná svorka baterie stejný potenciál; elektrické pole ve spojovacím drátu mezi nimi vymizí. Podobně elektroda N a záporná svorka mají také stejný potenciál a elektrické pole v drátu, který je spojuje, vymizí. S vymizením elektrického pole zanikne i síla, která uváděla elektrony do pohybu. V tomto stavu je kondenzátor *nabit* a jeho napětí $U$ je rovno napětí baterie B před sepnutím spínače S. Elektrický náboj $Q$ je určen rov. (26.1).

**RADY A NÁMĚTY**

**Bod 26.1:** *Napětí a potenciál*

V této knize i jinde se rovněž setkáme s různými výrazy vztahujícími se k pojmům „potenciál" a „rozdíl potenciálů" neboli „napětí". *Potenciál* se vždy vztahuje pouze k *jednomu* bodu, přitom však musí být z kontextu jasné, kde jsme zvolili hladinu nulového potenciálu. *Napětím* neboli *rozdílem potenciálů* rozumíme rozdíl hodnot potenciálu mezi dvěma danými body, přičemž potenciál jednoho z nich může být určen předběžnou dohodou (např. v přístroji „nulový vodič", „uzemnění", „kostra přístroje" apod.)

Tak např. výrok „kondenzátor je nabit na 5 V" znamená, že napětí mezi jeho elektrodami je 5 V. Baterie může být charakterizována napětím, např. jako „9 V baterie". Elektrická síť v automobilu má 12 V (rozumí se vůči kovové kostře vozidla) atp.

KONTROLA 1: Co se stane s kapacitou $C$ kondenzátoru, když se (a) náboj $Q$ kondenzátoru zdvojnásobí, nebo (b) napětí $U$ na kondenzátoru ztrojnásobí? Stoupne kapacita kondenzátoru, klesne, či zůstane nezměněna?

## 26.3 VÝPOČET KAPACITY

Máme vypočítat kapacitu kondenzátoru, známe-li jeho tvar a rozměry. Protože kondenzátory mohou mít nejrůznější provedení i velikost, uvedeme nejprve obecný postup pro výpočet: (1) předpokládáme, že na kondenzátoru je náboj $Q$; (2) pomocí Gaussova zákona elektrostatiky určíme intenzitu $\boldsymbol{E}$ elektrického pole mezi elektrodami kondenzátoru a vyjádříme ji pomocí náboje $Q$; (3) známe-li $\boldsymbol{E}$, můžeme vypočítat napětí $U$ mezi elektrodami kondenzátoru podle rov. (25.18); (4) vypočítáme $C$ z rov. (26.2).

Výpočet jak intenzity elektrického pole, tak i napětí můžeme zpravidla zjednodušit přijetím vhodných předpokladů, odpovídajících konkrétní situaci.

### Výpočet intenzity elektrického pole

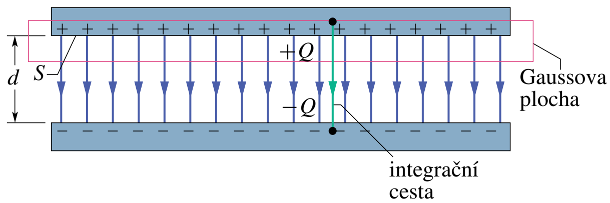
Intenzita $\boldsymbol{E}$ elektrického pole mezi elektrodami kondenzátoru souvisí s nábojem $Q$ kondenzátoru podle Gaussova zákona elektrostatiky vztahem

$$\varepsilon_0 \oint \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = Q, \tag{26.3}$$

kde $Q$ je celkový náboj uvnitř (uzavřené) Gaussovy plochy a $\oint \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$ je tok intenzity elektrického pole touto plochou. Jsou-li vektory $\boldsymbol{E}$ a $\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ rovnoběžné a je-li Gaussova plocha volena tak, že na ní má intenzita $\boldsymbol{E}$ konstantní velikost $E$, pak se rov. (26.3) redukuje na tvar

$$Q = \varepsilon_0 E S \quad \text{(zvl. případ rov. (26.3))}. \tag{26.4}$$

Veličina $S$ v rov. (26.4) je obsah té části Gaussovy plochy, kterou prochází vektor intenzity elektrického pole. Pro zjednodušení výpočtu budeme volit Gaussovu plochu tak, aby zcela obklopila náboj kladně nabité elektrody kondenzátoru; viz obr. 26.5 jako příklad. (Připomeňme z čl. 24.1, že Gaussova plocha je *vždy* uzavřená.)




**Obr. 26.5** Nabitý deskový kondenzátor. Gaussova plocha zcela obklopuje náboj kladně nabité elektrody. V rov. (26.6) se integruje podél trajektorie vedoucí nejkratší cestou mezi oběma elektrodami.

### Výpočet napětí

V kap. 25 je uvedena rov. (25.18), podle které napětí mezi elektrodami kondenzátoru souvisí s vektorem intenzity $\boldsymbol{E}$ elektrického pole vztahem

$$\varphi_\mathrm{f} - \varphi_\mathrm{i} = -\int_\mathrm{i}^\mathrm{f} \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}, \tag{26.5}$$

v němž integrační cesta musí začínat na jedné a končit na druhé elektrodě kondenzátoru; jinak je libovolná. Vybereme takovou integrační cestu, která bude sledovat některou elektrickou siločáru začínající na kladně nabité elektrodě a končící na záporné. Na takové cestě mají vektory intenzity $\boldsymbol{E}$ a posunutí $\mathrm{d}\boldsymbol{s}$ v každém bodě stejný směr i orientaci, takže skalární součin $\boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}$ je roven součinu $E\,\mathrm{d}s$. Podle rov. (26.5) je veličina $\varphi_\mathrm{f} - \varphi_\mathrm{i}$ záporná. Jelikož hledáme *absolutní hodnotu* napětí $U$ mezi elektrodami, napíšeme $\varphi_f - \varphi_i = -U$. Takto se rov. (26.5) upraví na tvar

$$U = \int_{(+)}^{(-)} E\,\mathrm{d}s \quad \text{(zvl. případ rov. (26.5)).} \qquad (26.6)$$

Integračními mezemi v rov. (26.6) jsou znaky (+) a (−), které nám připomínají, že integrační cesta začíná na kladně nabité a končí na záporně nabité elektrodě.

Nyní můžeme použít rov. (26.4) a (26.6) na několik konkrétních případů.

## Deskový kondenzátor

Budeme předpokládat, že elektrody deskového kondenzátoru jsou tak velké a tak blízko u sebe, že lze zanedbat rozptyl elektrického pole na jejich okrajích (obr. 26.5). Předpokládáme tedy, že vektor intenzity $\boldsymbol{E}$ je konstantní (co do velikosti i směru) v celém prostoru mezi elektrodami; všude jinde nechť je roven nule.

Představme si Gaussovu plochu, obklopující pouze náboj $Q$ kladně nabité elektrody kondenzátoru (obr. 26.5). Podle rov. (26.4) můžeme napsat

$$Q = \varepsilon_0 E S, \qquad (26.7)$$

kde $S$ je obsah plochy elektrody.

Rov. (26.6) vede k výsledku

$$U = \int_{(+)}^{(-)} E\,\mathrm{d}s = E \int_0^d \mathrm{d}s = Ed. \qquad (26.8)$$

V rov. (26.8) lze vytknout před integrál velikost intenzity $E$, protože je konstantní; takto zjednodušený integrál pak vyjadřuje vzdálenost $d$ elektrod. Dosadíme-li $Q$ z rov. (26.7) a $U$ z rov. (26.8) do rov. (26.2), dostaneme

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \quad \text{(deskový kondenzátor).} \qquad (26.9)$$

Vidíme, že kapacita $C$ deskového kondenzátoru skutečně závisí pouze na jeho geometrických parametrech, konkrétně na obsahu plochy $S$ elektrod a na vzdálenosti $d$ mezi nimi. Všimněme si, že kapacita $C$ vzrůstá se zvětšováním $S$ a se zmenšováním $d$.

Dodejme, že v důsledku volby konstanty v Coulombově zákonu ve tvaru $1/(4\pi\varepsilon_0)$ vychází často používaný vzorec (26.9) v jednoduchém tvaru. Dále poznamenejme, že rov. (26.9) nám dovoluje vyjádřit permitivitu vakua $\varepsilon_0$ v jednotkách vhodnějších pro úlohy o kondenzátorech, totiž

$$\varepsilon_0 \doteq 8{,}85\cdot 10^{-12}\,\mathrm{F\cdot m^{-1}} = 8{,}85\,\mathrm{pF\cdot m^{-1}}. \qquad (26.10)$$

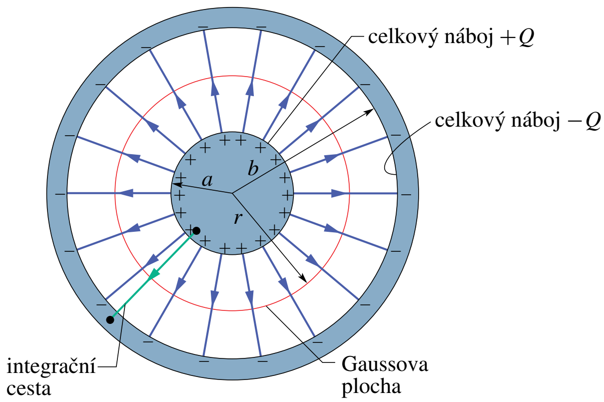
Tuto konstantu jsme v úlohách týkajících se Coulombova zákona (čl. 22.4) vyjadřovali v jiných jednotkách, a to

$$\varepsilon_0 \doteq 8{,}85\cdot 10^{-12}\,\mathrm{C^2\cdot N^{-1}\cdot m^{-2}}. \qquad (26.11)$$

V základních jednotkách SI je vyjádření jednotky permitivity $\varepsilon_0$ málo přehledné: $\varepsilon_0 \doteq 8{,}85\cdot 10^{-12}\,\mathrm{kg^{-1}\cdot m^{-3}\cdot s^4\cdot A^2}$.

## Válcový kondenzátor

Obr. 26.6 ukazuje příčný řez válcovým kondenzátorem délky $L$, jehož vnitřní elektroda má tvar válce o poloměru $a$ a vnější elektrodu tvoří souosý dutý válec o vnitřním poloměru $b$.




**Obr. 26.6** Příčný řez dlouhým válcovým kondenzátorem ukazuje válcovou Gaussovu plochu poloměru $r$ a radiální integrační cestu pro výpočet integrálu v rov. (26.6). Týž obrázek zároveň poslouží k ilustraci příčného řezu vedeného středem kulového kondenzátoru.

Předpokládejme, že $L \gg b$, takže lze zanedbat rozptyl elektrického pole, ke kterému dochází na koncích elektrod. Obě elektrody kondenzátoru nesou stejně velké elektrické náboje $Q$ opačných znamének.

Zvolme Gaussovu plochu ve tvaru souosé válcové plochy délky $L$ o poloměru $r$, uzavřenou z obou stran základnami a umístěnou tak, jak je znázorněno na obr. 26.6. Pak podle rov. (26.4) platí

$$Q = \varepsilon_0 E S = \varepsilon_0 E (2\pi r L),$$

kde $2\pi r L$ je obsah pláště válce. Elektrický tok oběma základnami zvolené Gaussovy plochy je nulový. Z této rovnice dostaneme

$$E = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L r}. \qquad (26.12)$$

Dosazením tohoto výsledku do rov. (26.6) obdržíme

$$U = \int_{(+)}^{(-)} E\,\mathrm{d}s = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\int_a^b \frac{\mathrm{d}r}{r} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\frac{b}{a}. \qquad (26.13)$$

Při úpravě jsme využili toho, že v tomto případě platí $ds = dr$. Pomocí vztahu $C = Q/U$ určíme kapacitu

$$C = 2\pi\varepsilon_0 \frac{L}{\ln(b/a)} \quad \text{(válcový kondenzátor).} \tag{26.14}$$

Kapacita válcového kondenzátoru (stejně jako deskového) tedy závisí pouze na geometrických parametrech, v tomto případě konkrétně na poloměrech $a$, $b$ a na délce $L$ válcových elektrod.

## Kulový kondenzátor

Obr. 26.6 může posloužit také jako příčný řez vedený středem kulového kondenzátoru, skládajícího se z plné koule poloměru $a$ a s ní soustředné kulové vrstvy o vnitřním poloměru $b > a$.

Gaussova plocha má tvar soustředné kulové plochy poloměru $r$, kde $a < r < b$. Použitím rov. (26.4) na tuto plochu dostaneme

$$Q = \varepsilon_0 ES = \varepsilon_0 E(4\pi r^2),$$

kde $4\pi r^2$ je obsah Gaussovy plochy. Řešení této rovnice dává vztah

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}, \tag{26.15}$$

který vyjadřuje velikost intenzity elektrického pole, vyvolaného nábojem rovnoměrně rozloženým na vnitřní elektrodě (rov. (24.15)).

Dosadíme-li tento vztah do rov. (26.6), dostaneme

$$\begin{aligned} U &= \int_{(+)}^{(-)} E\,ds = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^b \frac{dr}{r^2} = \\ &= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \\ &= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{b-a}{ab}. \end{aligned} \tag{26.16}$$

Porovnáním s rov. (26.1) zjistíme, že

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a} \quad \text{(kulový kondenzátor).} \tag{26.17}$$

## Osamocená vodivá koule

I jedinému osamocenému vodiči lze přiřadit kapacitu, představíme-li si, že byl původně obklopen dalším vodičem — dutou koulí, kterou jsme poté „nafukovali“ tak, že její vnitřní poloměr $b$ rostl nade všechny meze. Během „nafukování“ kapacita soustavy klesala, ale ne až k nule. Konec konců, všechny elektrické silokřivky, které mají jeden konec na povrchu nabitého osamoceného vodiče, musí někde mít i druhý konec; stěny místnosti, ve které je vodič umístěn, mohou docela dobře nahradit onu pomyslnou dutou kouli.

Představme si, že osamoceným vodičem je koule, která má poloměr $R$. Abychom určili její kapacitu, upravíme nejprve rov. (26.17) do tvaru

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{a}{1 - a/b}.$$

Jestliže poloměr $b$ poroste nade všechny meze a místo $a$ dosadíme $R$, pak v limitě dostaneme

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R \quad \text{(kapacita osamocené koule).} \tag{26.18}$$

Poznamenejme, že podle tohoto vzorce i všech ostatních, které byly odvozeny pro kapacitu (rov. (26.9), (26.14) a (26.17)), má kapacita rozměr rovný rozměru konstanty $\varepsilon_0$ vynásobené rozměrem délky.

---

KONTROLA 2: Tři různé kondenzátory jsou zapojeny k téže baterii. Zjistěte, zda a jak se změní náboj na jejich elektrodách, jestliže (a) vzdálenost mezi elektrodami deskového kondenzátoru zvětšíme, (b) poloměr vnitřní válcové elektrody válcového kondenzátoru zvětšíme, (c) poloměr vnější kulové elektrody kulového kondenzátoru zvětšíme.

---

### PŘÍKLAD 26.1

Elektrody deskového kondenzátoru mají vzdálenost $d = 1{,}0$ mm. Jak velká by musela být jejich plocha, aby měl kondenzátor kapacitu 1,0 F?

**ŘEŠENÍ:** Pomocí rov. (26.9) vypočítáme

$$\begin{aligned} S &= \frac{Cd}{\varepsilon_0} = \frac{(1{,}0\,\mathrm{F})(1{,}0\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m})}{(8{,}85\cdot 10^{-12}\,\mathrm{F\cdot m^{-1}})} = \\ &= 1{,}1\cdot 10^8\,\mathrm{m^2}. \end{aligned} \qquad \text{(Odpověď)}$$

Je to obsah čtverce o straně delší než 10 km. Kapacita 1 farad je opravdu velká. Moderní technologie však umožnila sestrojit kondenzátory i o tak velké kapacitě a přitom velmi skromných rozměrů. Tyto „superkondenzátory“ se používají jako zdroje napětí např. pro kritické situace počítačů; mohou např. při výpadku proudu v síti uchovat data v paměti počítače až po dobu 30 dnů.

### PŘÍKLAD 26.2

Paměťový prvek dynamické paměti RAM na čipu má kapacitu 55 fF. Kolik elektronů je nutno dodat na jeho zápornou elektrodu, aby získal napětí 5,3 V?

**ŘEŠENÍ:** Počet $n$ elektronů je dán podílem $Q/e$, kde $e$ je elementární náboj. Z rov. (26.1) plyne

$$n = \frac{Q}{e} = \frac{CU}{e} = \frac{(55{\cdot}10^{-15}\,\mathrm{F})(5{,}3\,\mathrm{V})}{(1{,}60{\cdot}10^{-19}\,\mathrm{C})} = $$
$$= 1{,}8{\cdot}10^{6}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

To je opravdu velmi malý počet elektronů. Např. smítko prachu tak malé, že se v podstatě nikdy neusadí a většinou se vznáší, obsahuje asi $10^{17}$ elektronů (a stejný počet protonů).

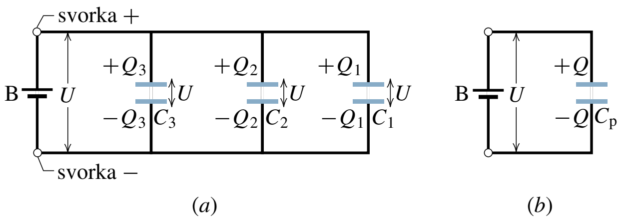
## 26.4 KONDENZÁTORY SPOJENÉ PARALELNĚ A SÉRIOVĚ

Jakkoli složité seskupení kondenzátorů v elektrickém obvodu můžeme považovat za spojení bloků, v nichž jsou jednotlivé kondenzátory zapojeny sériově nebo paralelně. Probereme proto tato dvě základní spojení.

### Paralelní spojení (vedle sebe)

Obr. 26.7a ukazuje skupinu tří kondenzátorů připojených *paralelně* k baterii B. (České označení *vedle sebe* vystihuje jejich spojení výstižně.) Protože baterie udržuje na svých svorkách napětí $U$, je totéž napětí $U$ na každém kondenzátoru.

Při spojení kondenzátorů paralelně (neboli vedle sebe) je napětí na celé skupině kondenzátorů stejné jako napětí na každém z nich.




**Obr. 26.7** (a) Tři kondenzátory připojené paralelně (vedle sebe) k baterii B. Baterie udržuje na svých svorkách a na *každém* kondenzátoru napětí $U$. (b) Výsledná (neboli ekvivalentní) kapacita $C_p$ nahrazuje kapacitu paralelní kombinace. Náboj $Q$ na $C_p$ je roven součtu nábojů $Q_1$, $Q_2$ a $Q_3$ na kondenzátorech zobrazených na obr. 26.7a.

Hledáme kapacitu $C_p$ skupiny paralelně spojených kondenzátorů (jak je znázorněno na obr. 26.7b). Jinými slovy hledáme kapacitu jediného (ekvivalentního) kondenzátoru, kterým můžeme nahradit tuto skupinu kondenzátorů v tom smyslu, že při téže hodnotě napětí $U$ přiloženého na kondenzátor o kapacitě $C_p$ na něm bude náboj $Q$ stejně velký jako na celé nahrazované skupině.

Podle rov. (26.1) pro tyto tři kondenzátory platí:

$$Q_1 = C_1U, \quad Q_2 = C_2U \quad \text{a} \quad Q_3 = C_3U.$$

Celkový náboj paralelní kombinace je:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (C_1 + C_2 + C_3)U.$$

Výsledná kapacita soustavy paralelně spojených kondenzátorů je pak

$$C_p = \frac{Q}{U} = C_1 + C_2 + C_3.$$

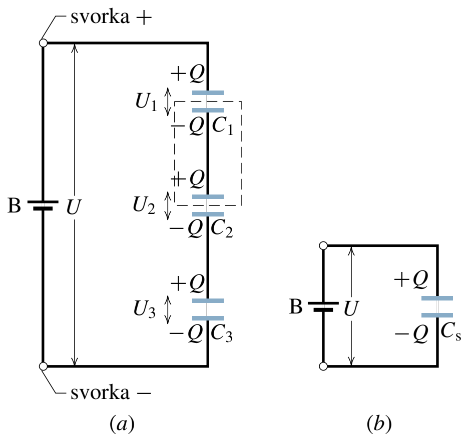
To je výsledek, který můžeme snadno rozšířit na libovolný počet $n$ kondenzátorů:

$$C_p = \sum_{j=1}^{n} C_j \qquad (n \text{ kondenzátorů spojených paralelně}). \qquad (26.19)$$

### Sériové spojení (za sebou)

Obr. 26.8a ukazuje skupinu tří kondenzátorů připojených **sériově** k baterii B. (I zde je český termín **za sebou** výstižný.) Baterie udržuje napětí $U$ mezi levou a pravou svorkou bloku kondenzátorů. V tomto uspořádání vzniknou na jednotlivých kondenzátorech o kapacitách $C_1$, $C_2$ a $C_3$ různá napětí $U_1$, $U_2$ a $U_3$; zřejmě však platí $U_1 + U_2 + U_3 = U$.

Při spojení kondenzátorů do série (neboli za sebou) je napětí na celé skupině kondenzátorů rovno součtu napětí na jednotlivých kondenzátorech.




**Obr. 26.8** (a) Tři kondenzátory připojené sériově (za sebou) k baterii B. Baterie udržuje napětí $U$ mezi krajními svorkami této sériové kombinace. (b) Výsledná kapacita $C_s$ nahrazuje sériovou kombinaci. Napětí $U$ na $C_s$ je rovno součtu napětí $U_1$, $U_2$ a $U_3$ na kondenzátorech.

Hledáme kapacitu $C_s$ sériové kombinace. Jinými slovy hledáme kapacitu jediného (ekvivalentního) kondenzátoru, kterým můžeme celou skupinu nahradit podle obr. 26.8b v tom smyslu, že při stejném přiloženém napětí $U$ bude na ekvivalentním kondenzátoru stejně velký náboj $Q$ jako na celé nahrazované skupině.

Když k sériové kombinaci kondenzátorů na obr. 26.8a připojíme baterii, pak musí být na každém kondenzátoru stejně velký náboj $Q$, a to i tehdy, jsou-li kondenzátory různé a mají-li různé kapacity. Abychom tomuto faktu porozuměli, povšimněme si, že část elektrického obvodu označená přerušovanou čárou na obr. 26.8a je elektricky izolovaná od zbytku obvodu. Tato část obvodu nemůže získat ani ztratit žádný elektrický náboj. Baterie může v izolované části náboj pouze *indukovat*, tedy přerozdělit ten náboj, který tam již je: když baterie dodá náboj $+Q$ na horní elektrodu kondenzátoru $C_1$, pak tento náboj přitáhne elektrony z izolované části, tj. přerozdělí je. Toto přerozdělení způsobí, že spodní elektroda kondenzátoru $C_1$ získá náboj $-Q$ a horní elektroda kondenzátoru $C_2$ získá náboj $+Q$. Zároveň baterie, která spodní elektrodě kondenzátoru $C_3$ dodá náboj $-Q$, vyvolá přerozdělení nábojů na vodivě spojených elektrodách kondenzátorů $C_2$ a $C_3$.

Konečným výsledkem je stejný náboj $Q$ na každém kondenzátoru. Celkový náboj dodaný baterií je ovšem $Q$, nikoli snad $3Q$. Baterie dodala náboj $+Q$, který přímo přešel na nejvrchnější elektrodu (obr. 26.8a), a odebrala náboj $-Q$ z nejspodnější elektrody celé kombinace. Ostatní elektrody kondenzátorů se nabily pouze tím, že se přerozdělily náboje mezi vodivě spojenými elektrodami sousedních kondenzátorů.

Použitím rov. (26.1) na každý kondenzátor v sérii dostaneme

$$U_1 = \frac{Q}{C_1}, \quad U_2 = \frac{Q}{C_2} \quad \text{a} \quad U_3 = \frac{Q}{C_3}.$$

Celkové napětí na sériové kombinaci kondenzátorů je

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = \\ = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right).$$

Výsledná kapacita soustavy sériově spojených kondenzátorů má tedy hodnotu

$$C_s = \frac{Q}{U} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$

neboli

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

Tento výsledek lze snadno rozšířit na libovolný počet $n$ kondenzátorů:

$$\frac{1}{C_s} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j} \quad \text{(pro kondenzátory spojené sériově).} \qquad (26.20)$$

Podle rov. (26.20) je výsledná kapacita sériové kombinace kondenzátorů vždy menší než kapacita kteréhokoli z nich.

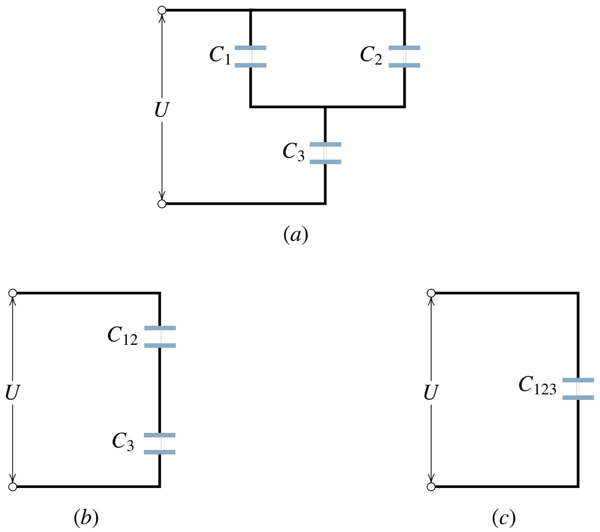
V př. 26.3 uvidíme, jak lze složitou kombinaci kondenzátorů zjednodušit rozložením na menší části s paralelním nebo sériovým řazením kondenzátorů. Každá taková menší část pak může být nahrazena výslednou kapacitou. To zjednodušuje původní kombinaci kondenzátorů i analýzu elektrických obvodů.

**KONTROLA 3:** Baterie o napětí $U$ udržuje náboj $Q$ na kombinaci dvou stejných kondenzátorů. Jaké je napětí a náboj na každém z obou kondenzátorů, když jsou spojeny (a) paralelně, (b) sériově?

### PŘÍKLAD 26.3

(a) Určete výslednou kapacitu kombinace kondenzátorů na obr. 26.9a. Je dáno

$$C_1 = 12{,}0\,\mu\text{F}, \quad C_2 = 5{,}30\,\mu\text{F}, \quad C_3 = 4{,}50\,\mu\text{F}.$$




**Obr. 26.9** Příklad 26.3. (a) Kombinace tří kondenzátorů. (b) Paralelní kombinace kondenzátorů $C_1$ a $C_2$ je nahrazena ekvivalentním kondenzátorem $C_{12}$. (c) Sériová kombinace kondenzátorů $C_{12}$ a $C_3$ je nahrazena ekvivalentním kondenzátorem $C_{123}$.

**ŘEŠENÍ:** Kondenzátory $C_1$ a $C_2$ jsou spojeny paralelně. Z rov. (26.19) vyplývá vztah pro jejich výslednou kapacitu

$$C_{12} = C_1 + C_2 = (12{,}0\,\mu\text{F}) + (5{,}30\,\mu\text{F}) = 17{,}3\,\mu\text{F}.$$

Podle obr. 26.9b kondenzátory $C_{12}$ a $C_3$ tvoří sériovou kombinaci. Z rov. (26.20) pro jejich ekvivalentní kapacitu $C_{123}$ (zobrazenou na obr. 26.9c) dostáváme

$$\frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{(17{,}3\,\mu\text{F})} + \frac{1}{(4{,}50\,\mu\text{F})} = 0{,}280(\mu\text{F})^{-1},$$

z čehož plyne

$$C_{123} = \frac{1}{0{,}280\,(\mu\text{F})^{-1}} = 3{,}57\,\mu\text{F}. \quad \text{(Odpověď)}$$

(b) Na vstupní svorky kombinace kondenzátorů, zobrazené na obr. 26.9a, je připojeno napětí $U = 12{,}5$ V. Jaký náboj je na kondenzátoru $C_1$?

**ŘEŠENÍ:** Pro náboj na ekvivalentním kondenzátoru $C_{123}$ (obr. 26.9c) dostaneme

$$Q_{123} = C_{123}U = (3{,}57\,\mu\text{F})(12{,}5\,\text{V}) = 44{,}6\,\mu\text{C}.$$

Stejně velký náboj je na každém kondenzátoru sériové kombinace zobrazené na obr. 26.9b. Označme $Q_{12}$ náboj na kondenzátoru $C_{12}$ (platí $Q_{12} = Q_{123}$). Napětí na svorkách ekvivalentního kondenzátoru $C_{12}$ je tedy

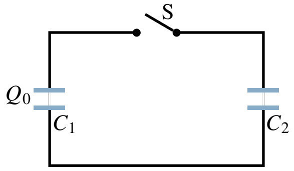
$$U_{12} = \frac{Q_{12}}{C_{12}} = \frac{(44{,}6\,\mu\text{C})}{(17{,}3\,\mu\text{F})} = 2{,}58\,\text{V}.$$

Stejné napětí se objeví na svorkách kondenzátorů $C_1$ a $C_2$ (obr. 26.9a). Označme $U_1$ napětí mezi svorkami kondenzátoru $C_1$. Pak

$$Q_1 = C_1U_1 = (12{,}0\,\mu\text{F})(2{,}58\,\text{V}) = \\ = 31{,}0\,\mu\text{C}. \quad \text{(Odpověď)}$$

## PŘÍKLAD 26.4

Kondenzátor o kapacitě $C_1 = 3{,}55\,\mu$F je nabit baterií na napětí 6,30 V. Poté je baterie odpojena a kondenzátor je spojen přes spínač S s nenabitým kondenzátorem o kapacitě $C_2 = 8{,}95\,\mu$F (obr. 26.10). Sepneme-li spínač, začne náboj přecházet od kondenzátoru $C_1$ ke kondenzátoru $C_2$, a to tak dlouho, dokud se napětí $U$ na obou kondenzátorech nevyrovnají. Jaké bude nakonec napětí $U$ na kondenzátorech?




**Obr. 26.10** Příklady 26.4 a 26.5. Kondenzátor $C_1$ je nabit na napětí $U_0$ a nabíjecí baterie je odstraněna. Poté je zapnut spínač S, takže část náboje přejde z kondenzátoru $C_1$ na kondenzátor $C_2$.

**ŘEŠENÍ:** Původní náboj $Q_0$ kondenzátoru $C_1$ je nyní rozdělen mezi oba kondenzátory tak, že platí

$$Q_0 = Q_1 + Q_2.$$

Použijeme vztah $Q = CU$ a dostaneme

$$C_1U_0 = C_1U + C_2U.$$

Odtud vyplývá

$$U = U_0\frac{C_1}{C_1 + C_2} = \frac{(6{,}30\,\text{V})(3{,}55\,\mu\text{F})}{(3{,}55\,\mu\text{F} + 8{,}95\,\mu\text{F})} = \\ = 1{,}79\,\text{V}. \quad \text{(Odpověď)}$$

Jakmile kondenzátory dosáhnou tohoto napětí, pohyb náboje ustane.

## RADY A NÁMĚTY

**Bod 26.2:** *Obvody s více kondenzátory*

Rozebereme postup, který jsme použili při řešení př. 26.3, v němž bylo několik kondenzátorů zapojeno do bloku. Abychom nalezli výslednou kapacitu bloku, zjednodušujeme dané uspořádání kondenzátorů postupně a použijeme rov. (26.19) při paralelním spojení a rov. (26.20) při spojení sériovém. Náboj nahromaděný na ekvivalentním kondenzátoru vypočítáme z rov. (26.1), kde napětí $U$ je napětí dané připojenou baterií. Součin $CU$ vyjadřuje celkový náboj nahromaděný na všech kondenzátorech daného uspořádání.

Chceme-li však určit náboj nebo napětí na kterémkoli kondenzátoru zvlášť, je nutné postupovat v opačném pořadí. Při každém obráceném kroku používáme těchto dvou pravidel: Jsou-li kondenzátory spojeny paralelně, je na každém z nich stejné napětí $U$ jako na jejich ekvivalentním kondenzátoru a pro výpočet náboje na každém kondenzátoru použijeme rov. (26.1). Jsou-li kondenzátory spojeny do série, je na každém z nich stejně velký náboj jako na jejich ekvivalentním kondenzátoru a pomocí rov. (26.1) či (26.2) určíme napětí na každém z nich.

**Bod 26.3:** *Baterie a kondenzátory*

Baterie udržuje určité napětí na svých svorkách. Připojíme-li kondenzátor o kapacitě $C_1$ (mnohdy stručněji jen kondenzátor $C_1$) z př. 26.4 k baterii o napětí 6,30 V, budou mezi oběma elektrodami kondenzátoru a baterií procházet náboje tak dlouho, dokud kondenzátor nezíská stejné napětí, jaké by bylo na nezapojené baterii.

Kondenzátor se liší od baterie v tom, že v něm neprobíhají vnitřní elektrochemické reakce, které by uvolňovaly nabité částice (elektrony) z jeho atomů a molekul. Když tedy nabitý kondenzátor $C_1$ z př. 26.4 odpojíme od baterie a potom spojíme s nenabitým kondenzátorem $C_2$ (spínač S je zapnutý), napětí na kondenzátoru $C_1$ se neudrží. Jedinou veličinou, která se zachovává, je celkový náboj $Q_0$ soustavy těchto dvou kondenzátorů. Zákon zachování platí pro elektrický náboj, *nikoli* pro elektrický potenciál.

Nyní si vysvětlíme, co se děje s nábojem. Když je spínač S vypnutý tak jako na obr. 26.10, náboj $Q_0$ je jen na kondenzátoru $C_1$. Náboj nemůže přecházet mezi kondenzátory, aniž by byl obvod vodivě uzavřen. Sepnutím spínače S se obvod uzavře a část náboje $Q_0$ přejde z kondenzátoru $C_1$ na kondenzátor $C_2$. Tím se zvýší napětí na $C_2$ a současně sníží napětí na $C_1$. To probíhá tak dlouho, dokud se napětí $U$ obou kondenzátorů nevyrovnají. Potenciály propojených horních elektrod obou kondenzátorů na obr. 26.10 si jsou rovny a také potenciály propojených spodních elektrod si jsou rovny. Obvodem již dále náboj neprochází, říkáme, že kondenzátory jsou v rovnovážném stavu. (Celý uvedený proces proběhne velice rychle, jak je vyloženo v čl. 28.8.)

KONTROLA 4: Předpokládejte, že v příkladu 26.4 a na obr. 26.10 je kondenzátor $C_2$ nahrazen sériovou kombinací kondenzátorů $C_3$ a $C_4$. (a) Jaký vztah platí mezi celkovým počátečním nábojem $Q_0$, nábojem $Q_1$ na kondenzátoru $C_1$ a nábojem $Q_{34}$ na ekvivalentním kondenzátoru $C_{34}$ po zapnutí spínače a ustálení náboje? (b) Jestliže $C_3 > C_4$, je náboj $Q_3$ na $C_3$ větší, menší, nebo roven náboji $Q_4$ na $C_4$?

## 26.5 ENERGIE ELEKTRICKÉHO POLE

K nabití kondenzátoru musí být vykonána práce vnějším působením. Představme si například, že použitím „kouzelné pinzety“ přemísťujeme elektrony, jeden po druhém, z jedné elektrody na druhou elektrodu původně nenabitého kondenzátoru. Elektrické pole, které se přitom vytváří v prostoru mezi nimi, má takový směr, že brání dalšímu přenosu náboje. Čím větší náboj se shromažďuje na elektrodách kondenzátoru, tím více práce je nutné vykonat k přenosu dalších elektronů. V praxi není tato práce konána „kouzelnou pinzetou“, ale baterií na úkor její chemické energie.

Práce, která byla potřebná k nabití kondenzátoru, je obsažena v elektrickém poli mezi jeho elektrodami ve formě **elektrické potenciální energie*** $E_\mathrm{p}$. Tuto energii můžeme uvolnit vybitím kondenzátoru v elektrickém obvodu obdobně, jako můžeme uvolnit mechanickou potenciální energii nahromaděnou v nataženém luku uvolněním tětivy, aby se tato energie přeměnila na kinetickou energii šípu.

* Dejte prosím pozor na značení v tomto článku: elektrická intenzita $\boldsymbol{E}$ je vektor a má velikost $E$ (obojí je bez indexů), energie je skalár a má zde vždy nějaký index: $E_\mathrm{p}$, $E_\mathrm{p,i}$, $E_\mathrm{p,f}$, $E_\mathrm{el}$, $E_\mathrm{el,i}$, $E_\mathrm{el,f}$ apod.

Předpokládejme, že v určitém okamžiku byl přemístěn elektrický náboj $Q'$ z jedné elektrody na druhou. Napětí $U'$ mezi elektrodami v tomto okamžiku bude $Q'/C$. Jestliže přemístíme další infinitezimální náboj $\mathrm{d}Q'$, musíme na to podle rov. (25.7) vynaložit práci

$$\mathrm{d}W_\mathrm{ext} = U'\,\mathrm{d}Q' = \frac{Q'}{C}\,\mathrm{d}Q'.$$

Práce potřebná k přenesení celkového náboje $Q$ pak je

$$W_\mathrm{ext} = \int \mathrm{d}W_\mathrm{ext} = \frac{1}{C}\int_0^Q Q'\,\mathrm{d}Q' = \frac{Q^2}{2C}.$$

Tato práce je uložena (obsažena) v elektrickém poli kondenzátoru jako jeho elektrická energie, takže

$$E_\mathrm{el} = \frac{Q^2}{2C} \quad \text{(elektrická energie kondenzátoru).} \qquad (26.21)$$

Tento vztah můžeme s přihlédnutím k rov. (26.1) zapsat ve tvaru

$$E_\mathrm{el} = \tfrac{1}{2}CU^2 \quad \text{(elektrická energie kondenzátoru).} \qquad (26.22)$$

Rov. (26.21) a (26.22) platí nezávisle na geometrickém tvaru kondenzátoru.

Abychom získali fyzikální představu o uložení energie, uvažujme dva deskové kondenzátory $C_1$ a $C_2$ se stejně velkou plochou elektrod, ale lišící se tím, že kondenzátor $C_2$ má dvojnásobnou vzdálenost elektrod než kondenzátor $C_1$. Kondenzátor $C_2$ má proto podle rov. (26.9) dvakrát menší kapacitu než kondenzátor $C_1$. Jestliže oba kondenzátory mají stejný náboj, z rov. (26.21) plyne, že kondenzátor $C_2$ má dvojnásobnou elektrickou energii než $C_1$. Ze dvou kondenzátorů se stejně velkým nábojem má tedy ten kondenzátor, který má dvojnásobný objem mezi svými elektrodami, dvojnásobnou elektrickou energii. Uvědomme si současně, že podle rov. (26.4) jsou intenzity elektrických polí mezi elektrodami obou kondenzátorů stejné. To vše nás vede k následujícímu závěru:

Energie nabitého kondenzátoru je soustředěna v elektrickém poli mezi jeho elektrodami.

To je podstatou *polního pojetí*: energii nabitého kondenzátoru nepřisuzujeme nábojům rozloženým na deskách, ale přísluší poli mezi deskami.

### Lékařský defibrilátor

Schopnost kondenzátoru akumulovat elektrickou energii je základem *defibrilačních* zařízení, která používají lékaři k potlačení srdečních fibrilací pacienta. Baterie nabíjí v přenosném zařízení kondenzátor na vysoké napětí a ten akumuluje v době kratší než jedna minuta velkou energii. Baterie sama má jen nevelké napětí; elektronický obvod ho však opakovaně převádí na vyšší napětí a nabíjí jím kondenzátor, přičemž potřebný výkon během tohoto procesu je malý.

Vodivé elektrody se přiloží na hrudník postiženého. Po zapnutí ovládacího spínače vyšle kondenzátor dávku své akumulované energie z jedné elektrody tělem pacienta do druhé elektrody. Je-li např. kondenzátor o kapacitě 70 μF v defibrilátoru nabit na 5 000 V, pak podle rov. (26.22) je energie kondenzátoru

$$E_{\text{el}} = \tfrac{1}{2}CU^2 = \tfrac{1}{2}(70\cdot 10^{-6}\,\text{F})(5\cdot 10^3\,\text{V})^2 = 875\,\text{J}.$$

Řekněme, že z ní projde tělem postiženého energie $E'_{\text{el}} = 200\,\text{J}$ během pulzu trvajícího 2,0 ms. Tento pulz má tedy výkon

$$P = \frac{E'_{\text{el}}}{t} = \frac{(200\,\text{J})}{(2{,}0\cdot 10^{-3}\,\text{s})} = 100\,\text{kW},$$

který je o mnoho řádů větší než je výkon samotné baterie.

## Hustota energie elektrického pole

Zanedbáme-li rozptyl, má elektrické pole ve všech bodech mezi elektrodami deskového kondenzátoru stejnou intenzitu. **Objemová hustota elektrické energie** $w_{\text{el}}$, tj. elektrická energie v objemu jednotkové velikosti, má proto v celém prostoru mezi elektrodami také stejnou velikost. Hodnotu $w_{\text{el}}$ získáme vydělením celkové elektrické energie objemem $V = Sd$ prostoru mezi elektrodami, takže

$$w_{\text{el}} = \frac{E_{\text{el}}}{V} = \frac{CU^2}{2Sd}.$$

Dosazením z rov. (26.9) obdržíme

$$w_{\text{el}} = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 \left(\frac{U}{d}\right)^2.$$

Protože podle rov. (25.42) je podíl $U/d$ roven intenzitě elektrického pole, dostáváme pro objemovou hustotu energie vztah

$$w_{\text{el}} = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \quad \text{(hustota energie).} \qquad (26.23)$$

Ačkoli jsme tento výsledek odvodili pro zvláštní případ deskového kondenzátoru, je platný obecně pro jakékoli elektrické pole.

Při fotografování střely prorážející banán vybil vynálezce stroboskopie Harold Edgerton elektrickou energii kondenzátoru do jedné ze svých stroboskopických lamp. Ta pak jasně ozářila banán v krátkém intervalu 0,3 μs.

### PŘÍKLAD 26.5

Jaká je elektrická energie soustavy dvou kondenzátorů na obr. 26.10 v př. 26.4 v okamžicích před a po zapojení spínače S?

**ŘEŠENÍ:** Na začátku je nabit pouze kondenzátor $C_1$ na napětí $U_0 = 6{,}30\,\text{V}$. Jeho počáteční elektrická energie je podle rov. (26.22)

$$E_{\text{el,i}} = \tfrac{1}{2}C_1U_0^2 = \tfrac{1}{2}(3{,}55\cdot 10^{-6}\,\text{F})(6{,}30\,\text{V})^2 = 7{,}04\cdot 10^{-5}\,\text{J} = 70{,}4\,\mu\text{J}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Po sepnutí spínače bude na obou kondenzátorech stejné napětí $U = 1{,}79\,\text{V}$. Konečná elektrická energie obou kondenzátorů je pak

$$E_{\text{el,f}} = \tfrac{1}{2}C_1U^2 + \tfrac{1}{2}C_2U^2 = \tfrac{1}{2}(C_1 + C_2)U^2 = \tfrac{1}{2}(3{,}55\cdot 10^{-6}\,\text{F} + 8{,}95\cdot 10^{-6}\,\text{F})(1{,}79\,\text{V})^2 = 2{,}00\cdot 10^{-5}\,\text{J} = 20{,}0\,\mu\text{J}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Je tedy $E_{\text{el,f}} < E_{\text{el,i}}$, asi o 72 % $E_{\text{el,i}}$.

Tento závěr není v rozporu se zákonem zachování energie. Zdánlivě „chybějící“ energie byla především disipována ve vodičích (jak bude diskutováno v kap. 27) a část se vyzářila.

### PŘÍKLAD 26.6

Izolovaná vodivá koule o poloměru $R = 6{,}85\,\text{cm}$ má náboj $Q = 1{,}25\,\text{nC}$.

(a) Jak velkou elektrickou energii má její elektrické pole?

**ŘEŠENÍ:** Z rov. (26.21) a (26.18) plyne

$$E_{el} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R} = \\ = \frac{(1{,}25\cdot10^{-9}\,\mathrm{C})^2}{8\pi(8{,}85\cdot10^{-12}\,\mathrm{F\cdot m^{-1}})(0{,}068\,5\,\mathrm{m})} = \\ = 1{,}03\cdot10^{-7}\,\mathrm{J} = 103\,\mathrm{nJ}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

(b) Jaká je hustota energie těsně nad povrchem koule?

**ŘEŠENÍ:** Podle rov. (26.23) je

$$w_{el} = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2.$$

Proto musíme nejprve určit velikost intenzity $E$ těsně nad povrchem koule, tj. pro $r \to R$ ($r > R$). Ta je podle rov. (24.15) rovna výrazu

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}.$$

Hustota energie pak je

$$w_{el} = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 R^4} = \tag{26.24}$$

$$= \frac{(1{,}25\cdot10^{-9}\,\mathrm{C})^2}{32\pi^2(8{,}85\cdot10^{-12}\,\mathrm{C^2\cdot N^{-1}\cdot m^{-2}})(0{,}068\,5\,\mathrm{m})^4} = \\ = 2{,}54\cdot10^{-5}\,\mathrm{J\cdot m^{-3}} = 25{,}4\,\mathrm{\mu J\cdot m^{-3}}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

(c) Jaký je poloměr $R_0$ pomyslné kulové plochy, která by uvnitř obsahovala polovinu celkové elektrické energie nabité koule?

**ŘEŠENÍ:** Při uvedeném požadavku platí

$$\int_R^{R_0} \mathrm{d}E_{el} = \frac{1}{2}\int_R^{\infty} \mathrm{d}E_{el}. \tag{26.25}$$

Dolní mez integrálů je $R$ a nikoli 0, protože uvnitř vodivé koule je konstantní potenciál, tedy nulová intenzita elektrického pole, a tím i nulová elektrická energie.

Energie $\mathrm{d}E_{el}$, která je v pomyslné infinitezimálně tenké kulové vrstvě mezi jejím vnitřním a vnějším poloměrem $r$ a $r + \mathrm{d}r$ (pro $r > R$), je

$$\mathrm{d}E_{el} = w_{el}(4\pi r^2)\,\mathrm{d}r, \tag{26.26}$$

kde $w_{el}$ je hustota energie a výraz $4\pi r^2\,\mathrm{d}r$ je objem kulové vrstvy. Dosadíme-li rov. (26.24) do rov. (26.26) a zaměníme-li $R$ za $r$ v rov. (26.24), dostaneme

$$\mathrm{d}E_{el} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}. \tag{26.27}$$

Dosazením rov. (26.27) do rov. (26.25) dostaneme po zjednodušení

$$\int_R^{R_0}\frac{\mathrm{d}r}{r^2} = \frac{1}{2}\int_R^{\infty}\frac{\mathrm{d}r}{r^2},$$

což po integraci dává

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} = \frac{1}{2R}.$$

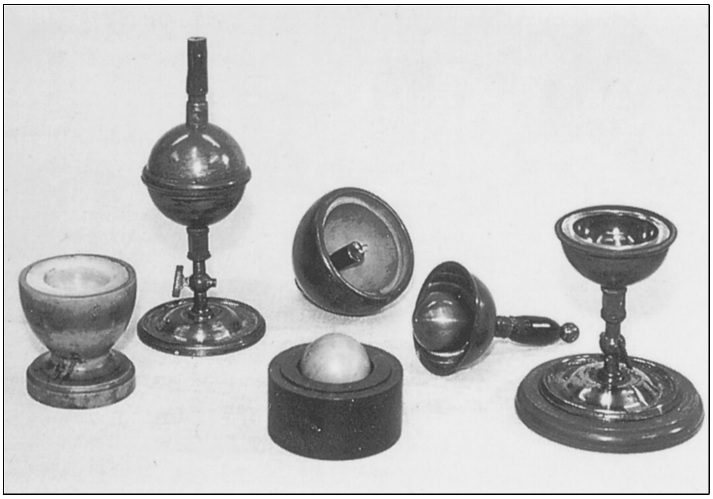
Odtud

$$R_0 = 2R = 2(6{,}85\,\mathrm{cm}) = 13{,}7\,\mathrm{cm}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Polovina elektrické energie je tedy obsažena uvnitř kulové plochy, jejíž poloměr $R_0$ je dvojnásobkem poloměru nabité vodivé koule.

## 26.6 KONDENZÁTOR S DIELEKTRIKEM

Co se však stane s kapacitou kondenzátoru, jestliže vyplníme prostor mezi jeho elektrodami *dielektrikem*, tedy izolačním (elektricky nevodivým) materiálem, např. minerálním olejem nebo plastickou hmotou? Tímto problémem se poprvé zabýval Michael Faraday v r. 1837. Faraday má hlavní zásluhu na zavedení pojmu kapacita, a proto po něm byla jednotka kapacity v SI pojmenována. Užitím jednoduchých zařízení velice podobných těm, která jsou znázorněna na obr. 26.11, zjistil, že dielektrika lze charakterizovat veličinou $\varepsilon_r$, kterou nazval dielektrická konstanta a kterou nyní nazýváme **relativní permitivita**. Relativní permitivita



**Obr. 26.11** Jednoduché elektrostatické přístroje používané Faradayem. Složený přístroj (druhý zleva) se skládá z vnitřní mosazné koule a z vnější soustředné mosazné kulové vrstvy. Do prostoru mezi kouli a kulovou vrstvu vložil Faraday vrstvu dielektrika.

udává, kolikrát vzroste kapacita kondenzátoru, vyplníme-li prostor mezi jeho elektrodami zkoumaným izolátorem. (Pro vakuum plyne z definice $\varepsilon_r = 1$, pro vzduch je nepatrně vyšší.) V tab. 26.1 jsou uvedena některá dielektrika a jejich relativní permitivity.

**Tabulka 26.1 Některé vlastnosti dielektrik**[a]

| MATERIÁL | $\varepsilon_r$ | $\dfrac{E_{max}}{\mathrm{kV \cdot mm^{-1}}}$ |
|---|---|---|
| vzduch[b] | 1,000 54 | 3 |
| polystyren | 2,6 | 24 |
| papír | 3,5 | 16 |
| transformátorový olej | 4,5 | |
| pyrex (varné sklo) | 4,7 | 14 |
| slída | 5,4 | |
| porcelán | 6,5 | |
| křemík | 12 | |
| germanium | 16 | |
| ethanol | 25 | |
| voda (20 °C) | 80,4 | |
| voda (25 °C) | 78,5 | |
| titanová keramika | 130 | |
| titaničitan strontnatý | 310 | 8 |

Pro vakuum je $\varepsilon_r = 1$.

[a] měřeno při 20 °C, není-li uvedeno jinak
[b] za normálních podmínek

Jinou veličinou, která charakterizuje dielektrikum, je *průrazné napětí*. Je to při dané tloušťce dielektrika nejnižší napětí, při němž nastane elektrický průraz dielektrika. Při průrazu se vytvoří v dielektriku vodivá dráha mezi elektrodami, dielektrikum ztrácí své izolační vlastnosti, poškodí se. Každé dielektrikum má charakteristickou *dielektrickou pevnost*; ta je rovna maximální intenzitě $E_{max}$ elektrického pole, při níž ještě k průrazu nedojde. Několik těchto hodnot je uvedeno v tab. 26.1.

Jak jsme uvedli v souvislosti s rov. (26.18), může být kapacita každého kondenzátoru zapsána ve tvaru

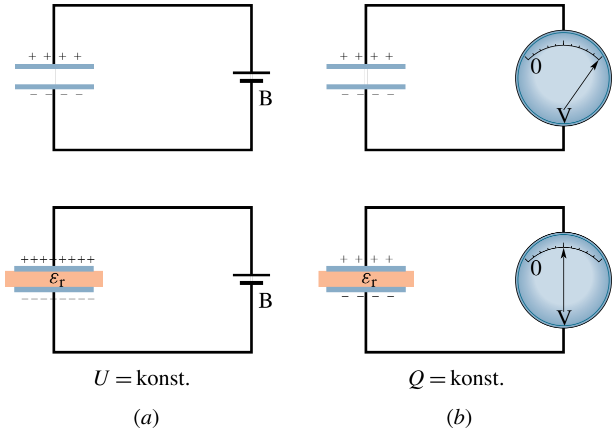
$$C = \varepsilon_0 L, \tag{26.28}$$

kde $L$ má rozměr délky. Např. v případě deskového kondenzátoru je $L = S/d$. Už Faraday zjistil, že pro kondenzátor, který má prostor mezi elektrodami *zcela* vyplněný dielektrikem, lze rov. (26.28) upravit na tvar

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 L = \varepsilon_r C_0, \tag{26.29}$$

kde $C_0$ je kapacita kondenzátoru bez dielektrika, tj. s vakuem mezi elektrodami (anebo, pro nepříliš náročná měření, se vzduchem). Veličina $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ se nazývá (*absolutní*) **permitivita**.

Obr. 26.12 poskytuje představu o Faradayových experimentech. Podle obr. 26.12a baterie udržuje konstantní napětí $U$ mezi elektrodami kondenzátoru. Faraday objevil,




**Obr. 26.12** (a) Je-li mezi elektrodami kondenzátoru udržováno konstantní napětí (např. pomocí baterie), pak vlivem vloženého dielektrika vzroste náboj na elektrodách. (b) Jestliže na elektrodách kondenzátoru zůstává nezměněný náboj, pak dielektrikum vložené mezi elektrody způsobí pokles napětí mezi nimi. Tento pokles napětí vidíme na stupnici *elektrometru* (elektrostatického voltmetru), kterým můžeme měřit napětí, aniž jím prochází proud (tj. aniž se elektrický náboj mezi měřenými místy přesunuje). Kondenzátor se tedy nemůže přes takový elektrometr vybít.

že je-li mezi elektrody kondenzátoru vložena deska dielektrika, pak náboj $Q$ vzroste $\varepsilon_r$-krát a baterie dodá na elektrody kondenzátoru další náboj. V situaci znázorněné na obr. 26.12b však baterie připojena není a náboj $Q$ se tedy nezmění. Je-li nyní vložena dielektrická deska, pak napětí $U$ mezi elektrodami kondenzátoru klesne $\varepsilon_r$-krát. Obě tato pozorování (vzhledem k platnosti vztahu $Q = CU$) potvrzují závěr, že vložením dielektrika vzroste kapacita kondenzátoru.

Porovnání rov. (26.28) a (26.29) ukazuje, že vliv dielektrika můžeme zahrnout do našich dosavadních rovnic obecněji:

> V prostoru zcela vyplněném dielektrikem s relativní permitivitou $\varepsilon_r$ platí i nadále všechny rovnice elektrostatiky vakua, pokud výraz $\varepsilon_0$ nahradíme výrazem $\varepsilon_0 \varepsilon_r$.

Bodový náboj vložený do (rozlehlého) dielektrika v něm tedy vytváří elektrické pole, jehož intenzita má velikost

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}. \tag{26.30}$$

Vztah pro intenzitu elektrického pole těsně nad povrchem osamoceného vodiče umístěného v dielektriku (viz rov. (24.11)) pak zní

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_r\varepsilon_0}. \tag{26.31}$$

Oba tyto vztahy ukazují, že *při neměnném rozložení nábojů* je účinek dielektrika takový, že *zmenšuje intenzitu* elektrického pole v porovnání s vakuem. Mohli bychom říci, že dielektrikum vložené mezi náboje částečně odstíní jejich vzájemné silové působení.

**PŘÍKLAD 26.7**

Deskový kondenzátor s kapacitou $C = 13{,}5\,\mathrm{pF}$ je nabit na napětí $U = 12{,}5\,\mathrm{V}$. Odpojíme baterii a mezi jeho elektrody zasuneme porcelánovou desku ($\varepsilon_r = 6{,}50$). Jaká je elektrická energie kondenzátoru před vsunutím desky a po něm?

**ŘEŠENÍ:** Počáteční elektrická energie je vyjádřena vztahem (26.22), tedy

$$E_{\mathrm{el,i}} = \tfrac{1}{2}CU^2 = \tfrac{1}{2}(13{,}5\cdot 10^{-12}\,\mathrm{F})(12{,}5\,\mathrm{V})^2 = \\ = 1{,}055\cdot 10^{-9}\,\mathrm{J} = 1\,055\,\mathrm{pJ}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Tuto veličinu můžeme podle rov. (26.21) vyjádřit též ve tvaru

$$E_{\mathrm{el,i}} = \frac{Q^2}{2C}.$$

Tento vztah je v této situaci zvláště vhodný, protože podle zadání zůstává po vložení desky konstantní $Q$ (a nikoli $U$). Protože kapacita $C$ vzroste po vložení desky $\varepsilon_r$-krát, je

$$E_{\mathrm{el,f}} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_r C} = \frac{E_{\mathrm{el,i}}}{\varepsilon_r} = \frac{(1\,055\,\mathrm{pJ})}{(6{,}50)} = \\ = 162\,\mathrm{pJ}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Energie kondenzátoru se tedy po vsunutí desky zmenší $\varepsilon_r$-krát. Pokles energie je vyvolán tím, že se část energie spotřebovala na práci spojenou se zasunutím desky. Elektrické pole kondenzátoru vtahuje desku mezi elektrody kondenzátoru a vykoná při tom práci

$$W = E_{\mathrm{el,i}} - E_{\mathrm{el,f}} = (1055 - 162)\,\mathrm{pJ} = 893\,\mathrm{pJ}.$$

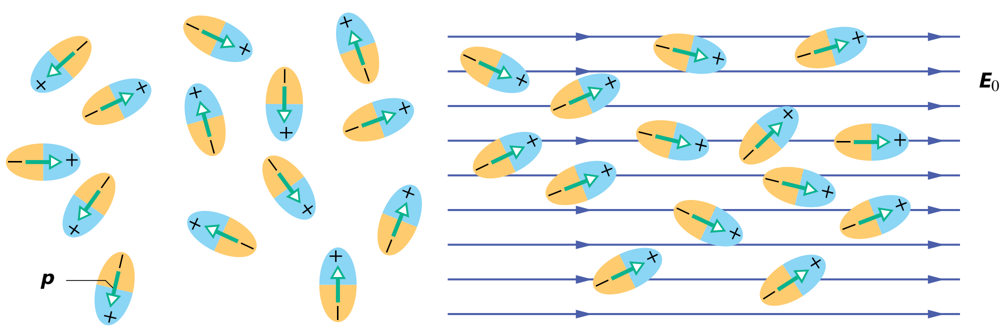
Jestliže by se např. deska mohla posouvat mezi elektrodami bez jakéhokoli odporu a bez tření, kmitala by tam a zpět, jak by byla vtahována do prostoru mezi elektrodami kondenzátoru a setrvačností vždy překmitem vystoupila druhou stranou ven. Mechanická energie kmitů 893 pJ by se zachovávala. Kinetická energie pohybující se desky by se stále měnila na energii elektrického pole a obráceně.

KONTROLA 5: Jaký důsledek bude mít vložení desky pro níže uvedené veličiny, jestliže baterie v př. 26.7 zůstane zapojena: zvětší se, zmenší, či zůstane beze změny hodnota (a) napětí na elektrodách kondenzátoru, (b) kapacity kondenzátoru, (c) náboje kondenzátoru, (d) elektrické energie kondenzátoru, (e) intenzity elektrického pole mezi elektrodami? (*Tip*: Pro odpověď (e) vezměte v úvahu, že náboj na kondenzátoru nezůstává konstantní.)

## 26.7 DIELEKTRIKA

Co probíhá v dielektriku z hlediska atomové a molekulové struktury, vložíme-li ho do vnějšího elektrického pole? Podle typu molekul, které ho tvoří, mohou nastat dvě situace:

1. ***Polární dielektrika.*** Molekuly některých dielektrik, např. vody, mají stálé (permanentní) elektrické dipólové momenty. V takových materiálech (zvaných *polární dielektrika*) se elektrické dipóly natáčejí do směru vnějšího elektrického pole, jak je znázorněno na obr. 26.13. Protože se však molekuly nepřetržitě navzájem srážejí v důsledku svého nahodilého tepelného pohybu, nejsou uspořádány úplně (orientace elektrických dipólů ne zcela souhlasí se směrem pole). Přitom je orientace tím úplnější, čím větší je intenzita působícího pole a čím nižší je teplota dielektrika




**Obr. 26.13** (a) Molekuly se stálým elektrickým dipólovým momentem mají náhodnou orientaci elektrických dipólů, nenachází-li se dielektrikum ve vnějším elektrickém poli. (b) Nacházejí-li se molekuly v elektrickém poli, dochází k částečnému uspořádání dipólů. Neuspořádaný (tepelný) pohyb brání úplnému uspořádání.

(a tudíž i intenzita srážek molekul). Uspořádáním elektrických dipólů se vytváří elektrické pole, které má opačnou orientaci než přiložené vnější pole, a má menší intenzitu než pole vnější.

2. ***Nepolární dielektrika.*** Nezávisle na tom, zda mají, či nemají permanentní dipólové momenty, získávají molekuly umístěné do vnějšího elektrického pole *indukované* dipólové momenty. V čl. 25.7 (obr. 25.12) jsme viděli, že se vnější pole projeví „protažením“ molekuly, oddálením středů oblastí kladného a záporného náboje v molekule. Tyto indukované momenty jsou však ve srovnání s vlastními dipólovými momenty o několik řádů menší ($\approx 10^{-35}$ C·m); atomy a molekuly se významněji deformují až ve velmi silných elektrických polích.

Na obr. 26.14a je deska z nepolárního dielektrika. Na obr. 26.14b na tuto desku působí vnější elektrické pole kondenzátoru o intenzitě $\boldsymbol{E}_0$, s polaritou vyznačenou na obrázku. Vlivem pole $\boldsymbol{E}_0$ se trochu oddálí středy oblastí kladných a záporných nábojů v atomech (molekulách) dielektrika; to se projeví vznikem kladného povrchového náboje na jedné straně desky a záporného na straně opačné. Desku tak můžeme považovat za velký makroskopický dipól. Deska jako celek však zůstává elektricky neutrální, neboť uvnitř desky nepřevládá náboj ani kladného, ani záporného znaménka ve kterémkoli objemovém elementu obsahujícím dostatečný počet molekul.

Z obr. 26.14c vidíme, že indukovaný povrchový náboj na čelních plochách desky vytváří elektrické pole $\boldsymbol{E}'$, které je orientováno opačně než přiložené vnější pole $\boldsymbol{E}_0$. Výsledné pole $\boldsymbol{E}$ uvnitř dielektrika ($\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 + \boldsymbol{E}'$) má směr pole $\boldsymbol{E}_0$, ale je slabší (má menší velikost intenzity než vnější pole, $E < E_0$).

Jak pole $\boldsymbol{E}'$ vytvořené povrchovými náboji, tak i pole tvořené permanentními elektrickými dipóly na obr. 26.13 mají to společné, že jsou orientována proti poli $\boldsymbol{E}_0$. Jak polární, tak i nepolární dielektrika po vložení do vnějšího elektrického pole, které dielektrikem proniká, toto pole v sobě zeslabují.

Nyní je zřejmé, proč je porcelánová deska v př. 26.7 vtahována do prostoru mezi elektrodami kondenzátoru; nachází-li se deska (alespoň částečně) v prostoru mezi elektrodami, indukují se na jejích stěnách přilehlých k elektrodám náboje opačných znamének, než mají náboje na těchto přilehlých elektrodách kondenzátoru. V důsledku přitažlivých sil mezi náboji na elektrodách a náboji indukovanými na desce vzniká síla, která vtahuje desku do prostoru mezi elektrodami.

## 26.8 DIELEKTRIKA A GAUSSŮV ZÁKON ELEKTROSTATIKY

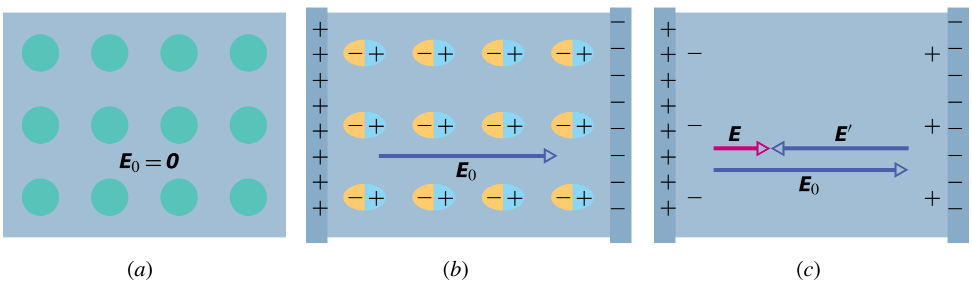
Při našem výkladu o Gaussově zákonu elektrostatiky v kapitole 24 jsme uvažovali náboje ve vakuu. Nyní budeme sledovat, jak se změní a zobecní tento zákon v dielektrickém prostředí, např. v některém z dielektrik uvedených v tab. 26.1. Obr. 26.15 znázorňuje deskový kondenzátor s elektrodami o ploše $S$. Předpokládejme, že volný náboj $Q$ na elektrodách kondenzátoru je stejný jak v případě s vloženým dielektrikem, tak i bez něj. Připomeňme, že pole mezi elektrodami indukuje vázané náboje na čelních plochách dielektrika jedním z procesů popsaných v čl. 26.7.

V případě kondenzátoru bez dielektrika (obr. 26.15a) můžeme stanovit elektrické pole $\boldsymbol{E}_0$ mezi elektrodami tak, jak to bylo vysvětleno u obr. 26.5: obklopíme náboj $+Q$ na horní elektrodě Gaussovou plochou a použijeme Gaussův zákon elektrostatiky. Je-li $E_0$ velikost intenzity elektrického pole, můžeme psát

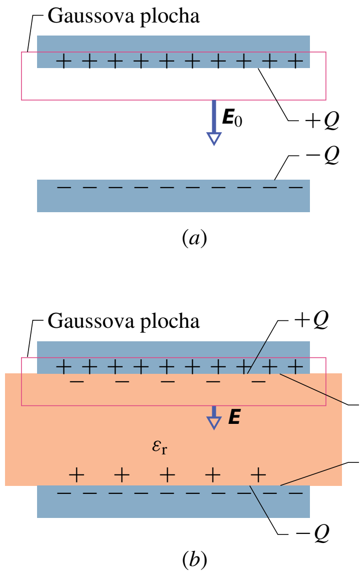
$$\varepsilon_0 \oint \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \varepsilon_0 E_0 S = Q \qquad (26.32)$$

a odtud

$$E_0 = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}. \qquad (26.33)$$




**Obr. 26.14** (a) Dielektrická deska. Kroužky znázorňují elektricky neutrální atomy uvnitř desky. (b) Elektrické pole je vytvořeno nabitými elektrodami kondenzátoru; pole mírně „protáhne atomy“, oddělí od sebe středy oblastí kladných a záporných nábojů. (c) Uvedené oddělení vede ke vzniku povrchových nábojů na čelech desky. Tyto náboje vytvářejí pole o intenzitě $\boldsymbol{E}'$ orientované opačně než vnější pole o intenzitě $\boldsymbol{E}_0$. Intenzita výsledného pole uvnitř dielektrika $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 + \boldsymbol{E}'$ má směr pole $\boldsymbol{E}_0$ avšak menší velikost.




**Obr. 26.15** Deskový kondenzátor (a) bez dielektrika, (b) s vloženou deskou dielektrika. O náboji $Q$ na elektrodách se předpokládá, že je stejný v obou případech.

Pro případ podle obr. 26.15b, tedy za přítomnosti dielektrika, můžeme určit elektrické pole mezi elektrodami (tedy uvnitř dielektrika) pomocí téže Gaussovy plochy. Uvnitř uzavřené Gaussovy plochy jsou však nyní náboje dvojího druhu; je to jednak volný náboj $+Q$ na horní elektrodě, jednak indukovaný náboj $-Q'$ na horní ploše dielektrika. Náboj na vodivé elektrodě je *volný náboj*, protože se může pohybovat, jestliže změníme elektrický potenciál elektrody. Indukovaný náboj na povrchu dielektrika není volný, protože nemůže být z této plochy odveden.

Celkový náboj uvnitř Gaussovy plochy je tedy $Q - Q'$ (obr. 26.15b). Proto podle Gaussova zákona elektrostatiky platí

$$\varepsilon_0 \oint \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \varepsilon_0 E S = Q - Q' \qquad (26.34)$$

a odtud

$$E = \frac{Q - Q'}{\varepsilon_0 S}. \qquad (26.35)$$

Z předchozích výkladů víme, že vložené dielektrikum zmenšuje intenzitu $E_0$ původního pole $\varepsilon_r$-krát. Proto platí

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \frac{Q}{\varepsilon_r \varepsilon_0 S}. \qquad (26.36)$$

Porovnání rov. (26.35) a (26.36) dává

$$Q - Q' = \frac{Q}{\varepsilon_r}. \qquad (26.37)$$

Rov. (26.37) ukazuje, že velikost indukovaného povrchového náboje $Q'$ je menší než velikost volného náboje $Q$ a je rovna nule za nepřítomnosti dielektrika, tj. je-li v rov. (26.37) bráno $\varepsilon_r = 1$.

Po dosazení za $Q - Q'$ z rov. (26.37) do (26.34) můžeme zapsat Gaussův zákon elektrostatiky ve tvaru

$$\varepsilon_0 \oint \varepsilon_r \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = Q \quad \text{(Gaussův zákon elektrostatiky pro dielektrikum).} \qquad (26.38)$$

Tuto významnou rovnici jsme sice odvodili pro elektrické pole deskového kondenzátoru, ale platí obecně a je nejobecnějším tvarem Gaussova zákona elektrostatiky. Doplňme k tomu následující:

1. Plošný integrál v rov. (26.38) nevyjadřuje tok vektoru $\boldsymbol{E}$, nýbrž tok vektoru $\varepsilon_r \boldsymbol{E}$. Vektor $\varepsilon_0 \varepsilon_r \boldsymbol{E}$ se nazývá **elektrická indukce $\boldsymbol{D}$** a rov. (26.38) pak může být zapsána v jednodušším tvaru $\oint \boldsymbol{D} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = Q$.
2. Náboj $Q$, který je uvnitř Gaussovy plochy, je *pouze volný náboj*. Indukovaný (vázaný) povrchový náboj není na pravé straně rov. (26.38) záměrně explicitně vyjádřen; jeho vliv na elektrické pole je započten zavedením relativní permitivity na levé straně rov. (26.38).
3. Rov. (26.38) se liší od rov. (24.7) tím, že obsahuje výraz $\varepsilon_r \varepsilon_0$ namísto $\varepsilon_0$. Výraz $\varepsilon_r$ zahrnujeme do integrandu, čímž se umožní postihnout i takové případy, ve kterých $\varepsilon_r$ není konstantní na Gaussově ploše, protože je funkcí souřadnic: $\varepsilon_r = \varepsilon_r(x, y, z)$.

### PŘÍKLAD 26.8

Obr. 26.16 znázorňuje deskový kondenzátor s elektrodami o obsahu $S$, které jsou ve vzdálenosti $d$. Na elektrodách je napětí $U_0$. Po nabití kondenzátoru byla baterie odpojena a mezi elektrody byla vsunuta deska z dielektrika tloušťky $b$ o relativní permitivitě $\varepsilon_r$ tak, jak je znázorněno na obr. 26.16. Uvažujme hodnoty $S = 115\,\mathrm{cm}^2$, $d = 1{,}24\,\mathrm{cm}$, $U_0 = 85{,}5\,\mathrm{V}$, $b = 0{,}780\,\mathrm{cm}$, $\varepsilon_r = 2{,}61$.

(a) Jaká byla kapacita $C_0$ kondenzátoru před vložením dielektrika?

**ŘEŠENÍ:** Z rov. (26.9) dostáváme

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{(8{,}85\cdot 10^{-12}\,\mathrm{F\cdot m^{-1}})(115\cdot 10^{-4}\,\mathrm{m^2})}{(1{,}24\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m})} =$$
$$= 8{,}21\cdot 10^{-12}\,\mathrm{F} = 8{,}21\,\mathrm{pF}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

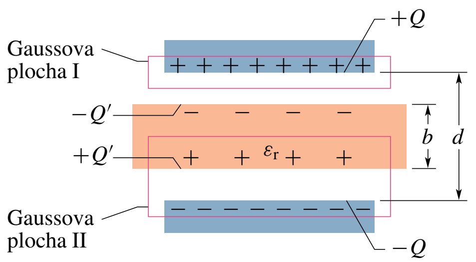
(b) Jak velký je volný náboj kondenzátoru?

**ŘEŠENÍ:** Podle rov. (26.1) je

$$Q = C_0 U_0 = (8{,}21\cdot 10^{-12}\,\mathrm{F})(85{,}5\,\mathrm{V}) =$$
$$= 7{,}02\cdot 10^{-10}\,\mathrm{C} = 702\,\mathrm{pC}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Protože baterie byla před vložením dielektrické desky odpojena, zůstává volný náboj nezměněn i po vložení této desky.

(c) Jaká je intenzita $E_0$ v mezeře mezi elektrodami a dielektrickou deskou?




**Obr. 26.16** Příklad 26.8. Mezi elektrodami deskového kondenzátoru je deska dielektrika, která jen částečně vyplňuje prostor mezi elektrodami.

**ŘEŠENÍ:** Použijme Gaussova zákona elektrostatiky ve tvaru (26.38) s Gaussovou plochou I podle obr. 26.16. Tato Gaussova plocha obklopuje pouze volný náboj na horní elektrodě kondenzátoru. Skalární součin $\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ je nenulový jen v mezeře a v ní jsou tyto vektory souhlasně orientované směrem dolů. Proto

$$\varepsilon_0 \oint \varepsilon_r \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \varepsilon_0(1)E_0 S = Q$$

a odtud

$$E_0 = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} = \frac{(7{,}02\cdot 10^{-10}\,\mathrm{C})}{(8{,}85\cdot 10^{-12}\,\mathrm{F\cdot m^{-1}})(115\cdot 10^{-4}\,\mathrm{m^2})} =$$
$$= 6\,900\,\mathrm{V\cdot m^{-1}} = 6{,}90\,\mathrm{kV\cdot m^{-1}}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Poznamenejme, že v této rovnici bereme $\varepsilon_r = 1$, protože ta část Gaussovy plochy, přes kterou integrujeme a kterou prochází nenulový tok vektoru intenzity, nevede dielektrikem. Poznamenejme ještě, že hodnota $E_0$ se vložením desky nemění, protože se nemění velikost volného náboje uvnitř Gaussovy plochy I.

(d) Jaká je velikost intenzity elektrického pole $E_1$ v dielektriku?

**ŘEŠENÍ:** Použijme rov. (26.38) při volbě Gaussovy plochy II podle obr. 26.16. Uvnitř plochy je volný náboj $-Q$ a indukovaný náboj $+Q'$; při použití rov. (26.38) uvažujeme jen volný náboj $-Q$. Skalární součin $\boldsymbol{E}_1\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ je nenulový jen v prostoru mezi elektrodami a zároveň jsou v tomto prostoru tyto vektory opačně orientované. Proto

$$\varepsilon_0 \oint \varepsilon_r \boldsymbol{E}_1\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = -\varepsilon_0\varepsilon_r E_1 S = -Q. \qquad (26.39)$$

(První záporné znaménko zleva plyne ze skalárního součinu $\boldsymbol{E}_1\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$, protože vektor $\boldsymbol{E}_1$ směřuje dolů a vektor $\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ směřuje vzhůru — vektory jsou opačně orientovány.) Rov. (26.39) dává

$$E_1 = \frac{Q}{\varepsilon_r\varepsilon_0 S} = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \frac{(6{,}90\,\mathrm{kV\cdot m^{-1}})}{(2{,}61)} =$$
$$= 2{,}64\,\mathrm{kV\cdot m^{-1}}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

(e) Jaké je napětí $U$ mezi elektrodami po vsunutí desky dielektrika?

**ŘEŠENÍ:** Vyjdeme z rov. (26.6), přičemž budeme integrovat podél přímé integrační cesty kolmé k oběma elektrodám. Uvnitř dielektrika je délka integrační cesty $b$ a intenzita elektrického pole je zde $E_1$. Uvnitř obou štěrbin nad a pod dielektrikem má integrační cesta délku $d-b$ a intenzita elektrického pole je zde $E_0$. Rov. (26.6) pak dává

$$U = \int_{(+)}^{(-)} E\,\mathrm{d}s = E_0(d-b) + E_1 b =$$
$$= (6\,900\,\mathrm{V\cdot m^{-1}})(0{,}012\,4\,\mathrm{m} - 0{,}007\,80\,\mathrm{m}) +$$
$$+ (2\,640\,\mathrm{V\cdot m^{-1}})(0{,}007\,80\,\mathrm{m}) =$$
$$= 52{,}3\,\mathrm{V}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Tato hodnota se liší od původního napětí, které bylo 85,5 V.

(f) Jaká je kapacita kondenzátoru s vloženým dielektrikem?

**ŘEŠENÍ:** Podle rov. (26.1) je

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{(7{,}02\cdot 10^{-10}\,\mathrm{C})}{(52{,}3\,\mathrm{V})} =$$
$$= 1{,}34\cdot 10^{-11}\,\mathrm{F} = 13{,}4\,\mathrm{pF}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Tato hodnota je větší než původní hodnota $C_0 = 8{,}21$ pF.

KONTROLA 6: Nechme v př. 26.8 tloušťku $b$ desky dielektrika vzrůstat. Budou se v důsledku toho následující veličiny zvětšovat, zmenšovat, či zůstanou beze změny? (a) Intenzita elektrického pole $E_1$, (b) napětí mezi elektrodami, (c) kapacita kondenzátoru.

# PŘEHLED & SHRNUTÍ

### *Kondenzátor, kapacita*

*Kondenzátor* se skládá ze dvou vzájemně elektricky oddělených vodičů (elektrod), které v případě, že je kondenzátor nabit, mají stejně velké náboje opačných znamének $+Q$ a $-Q$. Jeho *kapacita* je definována vztahem

$$C = \frac{Q}{U}, \qquad (26.2)$$

kde $U$ je napětí mezi elektrodami. Jednotka kapacity v SI je farad ($1\,\text{farad} = 1\,\text{F} = 1\,\text{C}\cdot\text{V}^{-1}$).

### *Určení kapacity*

Obecně můžeme určit kapacitu každého kondenzátoru tak, že: (1) vyjádříme náboj $Q$ kondenzátoru, (2) určíme intenzitu $\boldsymbol{E}$ elektrického pole vytvořeného náboji na elektrodách kondenzátoru, (3) určíme napětí $U$ na kondenzátoru, (4) vypočteme $C$ podle vztahu (26.2).

Kapacity některých typů kondenzátorů:

*Deskový kondenzátor* je tvořen rovinnými rovnoběžnými elektrodami. Je-li vzdálenost elektrod $d$ a má-li každá elektroda plochu o obsahu $S$, je kapacita deskového kondenzátoru

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}. \qquad (26.9)$$

*Válcový kondenzátor* je tvořen dvěma elektrodami tvaru souosých válcových ploch délky $L$, z nichž vnitřní má poloměr $a$ a vnější $b$. (Předpokládáme $b > a$, $L \gg b$.) Kapacita válcového kondenzátoru je

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(b/a)}. \qquad (26.14)$$

*Kulový kondenzátor* je tvořen dvěma elektrodami ve tvaru soustředných kulových ploch, z nichž vnitřní má poloměr $a$ a vnější $b$ ($b > a$). Kapacita kulového kondenzátoru je

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a}. \qquad (26.17)$$

Jestliže v rov. (26.17) $b \to \infty$ a současně položíme $a = R$, obdržíme vztah pro kapacitu osamocené vodivé koule poloměru $R$:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R. \qquad (26.18)$$

### *Paralelně a sériově spojené kondenzátory*

*Výsledná kapacita* $C_\text{p}$, resp. $C_\text{s}$ *paralelního*, resp. *sériového* spojení kondenzátorů je

$$C_\text{p} = \sum_{j=1}^{n} C_j \quad (n \text{ kondenzátorů spojených paralelně}), \qquad (26.19)$$

resp.

$$\frac{1}{C_\text{s}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j} \quad (n \text{ kondenzátorů spojených sériově}). \qquad (26.20)$$

Tyto vzorce můžeme použít i k výpočtu kapacit komplikovanějších sériově-paralelních spojení.

### *Elektrická energie a hustota energie elektrického pole*

*Elektrická energie* $E_\text{el}$ nabitého kondenzátoru je

$$E_\text{el} = \frac{Q^2}{2C} = \tfrac{1}{2}CU^2. \qquad (26.21, 26.22)$$

Je rovna práci potřebné k nabití kondenzátoru. Tato energie je uložena v elektrickém poli kondenzátoru. *Hustota energie* $w_\text{el}$ elektrického pole je vyjádřena vztahem

$$w_\text{el} = \frac{E_\text{el}}{V} = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2, \qquad (26.23)$$

kde $V$ je objem oblasti, v níž je elektrické pole o intenzitě $\boldsymbol{E}$.

### *Kapacita kondenzátoru s dielektrikem*

Jestliže je prostor mezi elektrodami kondenzátoru zcela vyplněn dielektrikem, zvětší se jeho kapacita $\varepsilon_\text{r}$-krát, kde $\varepsilon_\text{r}$ je *relativní permitivita* charakterizující materiál (dielektrikum). V prostoru zcela vyplněném dielektrikem musíme ve všech rovnicích elektrostatiky nahradit veličinu $\varepsilon_0$ výrazem $\varepsilon_\text{r}\varepsilon_0$.

Procesům probíhajícím v dielektriku nacházejícím se ve vnějším elektrickém poli můžeme fyzikálně porozumět na základě výkladu o působení elektrického pole na permanentní nebo na indukovaný elektrický dipól v dielektriku. Jako výsledek tohoto působení se objeví indukované náboje na povrchu dielektrika, což vede k tomu, že intenzita výsledného elektrického pole v dielektriku je menší než intenzita vnějšího elektrického pole.

### *Gaussův zákon elektrostatiky v dielektriku*

Za přítomnosti dielektrika má *Gaussův zákon elektrostatiky* tvar

$$\varepsilon_0 \oint \varepsilon_\text{r} \boldsymbol{E} \cdot \text{d}\boldsymbol{S} = Q, \qquad (26.38)$$

resp.

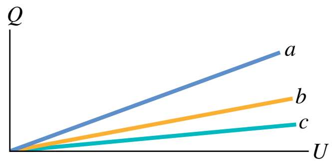
$$\oint \boldsymbol{D} \cdot \text{d}\boldsymbol{S} = Q,$$

kde $\boldsymbol{D}$ je elektrická indukce a $Q$ je volný náboj uvnitř Gaussovy plochy. Vliv indukovaného povrchového náboje je vyjádřen relativní permitivitou $\varepsilon_\text{r}$, která je zahrnuta do integrálu v rov. (26.38).

# OTÁZKY

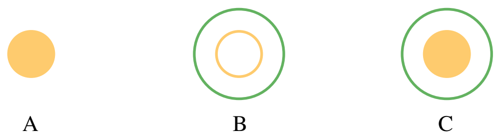
**1.** Grafy na obr. 26.17 vyjadřují závislost náboje na napětí u tří deskových kondenzátorů. Velikosti ploch elektrod a jejich vzdálenosti jsou uvedeny v tabulce. Ke každému grafu z obr. 26.17 přiřaďte odpovídající kondenzátor podle tabulky.

| KONDENZÁTOR | PLOCHA | VZDÁLENOST |
|---|---|---|
| 1 | $S$ | $d$ |
| 2 | $2S$ | $d$ |
| 3 | $S$ | $2d$ |




**Obr. 26.17** Otázka 1

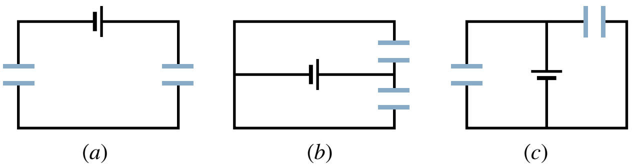
**2.** Obr. 26.18 ukazuje příčný řez osamocenou plnou kovovou koulí A o poloměru $R$ a dvěma kulovými kondenzátory B a C s vnitřními poloměry $R$ a vnějšími poloměry $2R$. Vnitřní kulová elektroda kondenzátoru B je kulová plocha, zatímco vnitřní kulová elektroda kondenzátoru C je plná koule. Seřaďte objekty A, B a C sestupně podle velikosti jejich kapacit.




**Obr. 26.18** Otázka 2

**3.** Rozhodněte, zda kapacita deskového kondenzátoru vzroste, klesne, nebo se nezmění, když mezi elektrody kondenzátoru vsuneme plochou velmi tenkou aluminiovou fólii tak, že (a) fólie je vodivě spojena s jednou elektrodou, (b) fólie je od elektrod izolována. (*Tip*: V části (b) uvažujte výslednou kapacitu.)

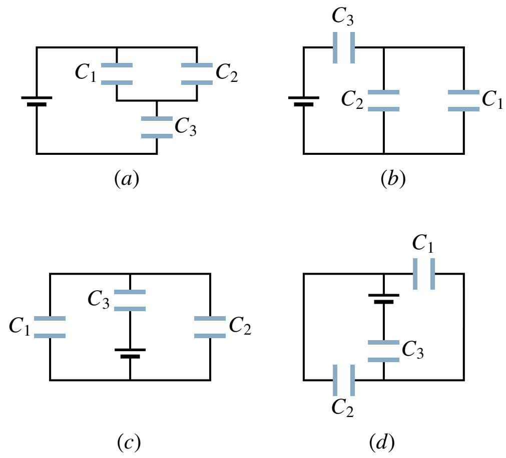
**4.** Jsou v elektrických obvodech znázorněných na obr. 26.19, kondenzátory spojeny sériově, paralelně, nebo jiným způsobem?




**Obr. 26.19** Otázka 4

**5.** Dva kondenzátory jsou připojeny k baterii: (a) Při kterém spojení kondenzátorů (paralelním, nebo sériovém) je napětí na obou kondenzátorech stejné a rovno napětí na ekvivalentním kondenzátoru? (b) Při které kombinaci kondenzátorů je náboj na obou kondenzátorech stejný a roven náboji na jejich ekvivalentním kondenzátoru?

**6.** (a) Jsou kondenzátory $C_1$ a $C_3$ na obr. 26.20a spojeny do série? (b) Jsou kondenzátory $C_1$ a $C_2$ na tomtéž obrázku spojeny paralelně? (c) Čtyři elektrické obvody na obr. 26.20 seřaďte sestupně podle velikosti výsledné kapacity.




**Obr. 26.20** Otázka 6

**7.** Vypočítejte výslednou kapacitu tří kondenzátorů o stejných kapacitách $C$, jsou-li spojeny (a) sériově, (b) paralelně. (c) Při kterém spojení těchto kondenzátorů bude na jejich ekvivalentním kondenzátoru větší náboj?

**8.** Kondenzátory o kapacitách $C_1$ a $C_2$ ($C_1 > C_2$) jsou připojeny k baterii, nejprve jednotlivě, potom sériově a nakonec paralelně. Seřaďte tato spojení sestupně podle velikosti náboje na nich uloženého.

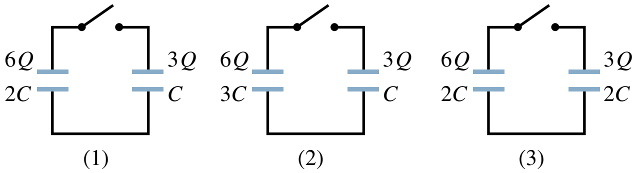
**9.** (a) Je v př. 26.3 napětí na kondenzátoru $C_2$ ve srovnání s napětím na kondenzátoru $C_1$ větší, menší, nebo je stejné? (b) Je náboj kondenzátoru $C_2$ ve srovnání s nábojem kondenzátoru $C_1$ větší, menší, nebo stejný?

**10.** K baterii byl nejprve připojen kondenzátor $C_1$, potom byl k němu paralelně připojen kondenzátor $C_2$. (a) Je napětí na kondenzátoru $C_1$ po této změně větší, menší, či stejně velké? (b) Je náboj $Q_1$ na kondenzátoru $C_1$ po této změně větší, menší, či zůstal stejně velký? (c) Je kapacita $C_{12}$ paralelně spojených kondenzátorů $C_1$ a $C_2$ větší, menší, či stejně velká ve srovnání s kapacitou $C_1$? (d) Je celkový náboj akumulovaný kondenzátory $C_1$ a $C_2$ větší, menší, či stejně velký ve srovnání s nábojem, který měl kondenzátor $C_1$ před připojením kondenzátoru $C_2$?

**11.** Řešte otázku 10 pro případ, že kondenzátor $C_2$ byl připojen ke kondenzátoru $C_1$ sériově.

**12.** V př. 26.4 zvětšíme kapacitu $C_2$. Zjistěte, co se stane s níže uvedenými veličinami: zvětší se, zmenší se, či zůstanou beze změny? (a) Výsledné napětí na každém z kondenzátorů, (b) část celkového náboje $Q$ uložená na kondenzátoru $C_1$, (c) část celkového náboje $Q$ uložená na kondenzátoru $C_2$.

**13.** Na obr. 26.21 jsou tři obvody, z nichž každý obsahuje spínač a dva kondenzátory, které jsou na počátku nabité tak, jak je znázorněno. Ve kterém z těchto obvodů náboj na levém kondenzátoru po sepnutí spínače (a) vzroste, (b) klesne, (c) zůstane beze změny?

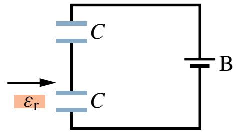



**Obr. 26.21** Otázka 13

**14.** Dvě osamocené kovové koule A a B mají poloměry $R$ a $2R$ a jsou nabité stejně velkými náboji. Porovnejte velikosti následujících veličin: (a) kapacity koulí, (b) objemové hustoty energie v blízkosti povrchů vně koulí, (c) hustoty energie ve vzdálenosti $3R$ od středu koulí, (d) celkové energie elektrických polí vytvořených nabitými koulemi.

**15.** Olejový deskový kondenzátor má mít kapacitu $C$ a má být bezpečně funkční až do napětí $U_\mathrm{m}$. Nebyl však navržen dobře a občas dochází k průrazu. Jak máme návrh změnit, aby s týmž olejem byl plně funkční při stejných hodnotách $U_\mathrm{m}$ a $C$?

**16.** Deska dielektrika je vsunuta mezi elektrody jednoho ze dvou stejných kondenzátorů (obr. 26.22). Rozhodněte, zda se hodnoty níže uvedených veličin tohoto kondenzátoru zvětší, zmenší, či zda se nezmění: (a) kapacity, (b) náboje, (c) napětí, (d) elektrické energie. (e) Jak budou znít odpovědi na tytéž otázky pro druhý kondenzátor?




**Obr. 26.22** Otázka 16

# CVIČENÍ & ÚLOHY

## ODST. 26.2 Kapacita

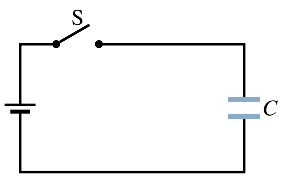
**1C.** Elektrometr je zařízení na měření statického náboje. Je to vlastně kondenzátor, na jehož elektrody přeneseme náboj neznámé velikosti a přečteme napětí. Jakou minimální hodnotu náboje můžeme změřit elektrometrem o kapacitě 50 pF a napěťové citlivosti 0,15 V?

**2C.** Kovová pilka a klíč (obr. 26.23) nesou náboje +70 pC

**Obr. 26.23** Cvičení 2

a −70 pC, které mezi nimi vyvolávají napětí 20 V. (a) Jaká je kapacita systému těchto dvou předmětů? (b) Co se stane s kapacitou systému, změní-li se hodnoty nábojů na +200 pC a −200 pC? (c) Jak se změní napětí?

**3C.** Kondenzátor na obr. 26.24 má kapacitu 25 μF a je nenabitý.




**Obr. 26.24** Cvičení 3

Baterie poskytuje napětí 120 V. Jak velký elektrický náboj projde spínačem S po jeho zapnutí?

## ODST. 26.3 Výpočet kapacity

**4C.** Vyjádříme-li $\varepsilon_0$ z rov. (26.9), zjistíme, že v mezinárodní soustavě jednotek (SI) je jednotkou této veličiny $\mathrm{F{\cdot}m^{-1}}$. Dokažte, že tato jednotka je ekvivalentní jednotce, kterou jsme pro $\varepsilon_0$ uvedli dříve, tj. jednotce $\mathrm{C^2{\cdot}N^{-1}{\cdot}m^{-2}}$.

**5C.** Deskový kondenzátor má elektrody kruhového tvaru o poloměru 8,2 cm vzdálené od sebe 1,3 mm. (a) Vypočítejte jeho kapacitu. (b) Jak velký náboj se objeví na elektrodách, když na kondenzátor vložíme napětí 120 V?

**6C.** Máme k dispozici dvě ploché kovové desky, každá má obsah 1,00 m$^2$. Máme z nich zkonstruovat deskový kondenzátor. V jaké vzdálenosti by se musely nacházet jeho elektrody, měla-li být kapacita kondenzátoru 1,00 F? Můžeme takový kondenzátor skutečně zkonstruovat?

**7C.** Elektrody kulového kondenzátoru mají poloměry 38,0 mm a 40,0 mm. (a) Vypočítejte jeho kapacitu. (b) Jak velký obsah by musely mít elektrody deskového kondenzátoru se stejnou vzdáleností elektrod, aby měl stejnou kapacitu jako tento kulový kondenzátor?

**8C.** Chlapec přešel po koberci za suchého počasí a rukou se přiblížil ke kovové klice dveří. Mezi jeho rukou a klikou přeskočila 5 mm dlouhá elektrická jiskra. Tak velká jiskra signalizuje, že mezi jeho tělem a klikou musí být napětí okolo 15 kV. Jak velký náboj se nahromadil na jeho těle chůzí po koberci, když napětí mezi tělem a kobercem dosáhlo uvedené hodnoty? V úvaze zhruba nahraďte chlapcovo tělo rovnoměrně nabitou vodivou koulí o poloměru 25 cm, elektricky izolovanou od okolí.

**9C.** Dva stejně velké archy hliníkové fólie jsme umístili rovnoběžně 1,0 mm od sebe. Takto vzniklý kondenzátor o kapacitě 10 pF byl nabit na napětí 12 V. (a) Vypočítejte obsah každého archu. Poté jsme archy přiblížili na vzdálenost 0,10 mm při nezměněném náboji. (b) Jaká je nová hodnota kapacity? (c) Jak se změnilo napětí? Vysvětlete, jak na základě těchto změn by mohl být konstruován mikrofon.

**10C.** Kulová kapka rtuti o poloměru $R$ má kapacitu $C = 4\pi\varepsilon_0 R$. Dvě takové kapky spojíme do jedné. Jaká bude její kapacita?

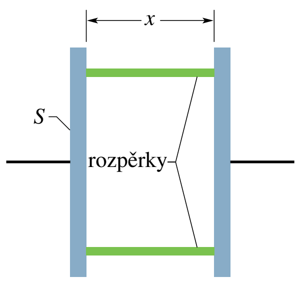
**11Ú.** Použijte přibližného vztahu $\ln(1+x) \doteq x$ pro $x \ll 1$ (viz dodatek E), a dokažte, že vzorec pro výpočet kapacity válcového kondenzátoru přejde ve vzorec pro výpočet kapacity deskového kondenzátoru, když je vzdálenost mezi elektrodami velmi malá.

**12Ú.** Předpokládejte, že elektrody kulového kondenzátoru mají přibližně stejné poloměry $a$, $b$, kde $a < b$. Za této podmínky se kapacita kulového kondenzátoru blíží kapacitě deskového kondenzátoru se vzdáleností elektrod $d = b - a$. Dokažte, že v takovém případě rov. (26.17) v limitě získá tvar rov. (26.9).

**13Ú.** Kondenzátor má být zkonstruován tak, aby pracoval s konstantní kapacitou v prostředí s kolísavou teplotou. Na obr. 26.25 je znázorněn kondenzátor deskového typu s dielektrickými rozpěrnými vložkami, které mají udržet elektrody navzájem rovnoběžné. (a) Dokažte, že poměr změny kapacity $C$ a změny teploty $T$ je dán vztahem:

$$\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}T} = C\left(\frac{1}{S}\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}T} - \frac{1}{x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}T}\right),$$

kde $S$ je plocha jedné elektrody a $x$ je vzdálenost elektrod. (b) Kdyby byly elektrody hliníkové, jakou hodnotu by měl mít součinitel teplotní délkové roztažnosti rozpěrek, aby bylo zaručeno, že se kapacita kondenzátoru nebude měnit s teplotou? (Zanedbejte vliv rozpěrek na permitivitu prostředí mezi elektrodami.)

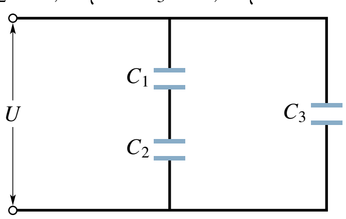



**Obr. 26.25** Úloha 13

## ODST. 26.4 Kondenzátory spojené paralelně a sériově

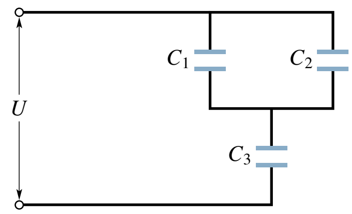
**14C.** Kolik kondenzátorů o kapacitě 1,00 μF musí být spojeno paralelně, aby celkový náboj na nich byl 1,00 C? Napětí vložené na každý kondenzátor je 110 V.

**15C.** Vypočítejte výslednou kapacitu bloku tří kondenzátorů spojených podle obr. 26.26. Jejich kapacity mají hodnoty $C_1 = 10{,}0\,\mu\mathrm{F}$, $C_2 = 5{,}00\,\mu\mathrm{F}$ a $C_3 = 4{,}00\,\mu\mathrm{F}$.



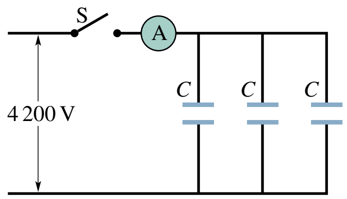

**Obr. 26.26** Cvičení 15 a úloha 47

**16C.** Určete výslednou kapacitu bloku kondenzátorů na obrázku 26.27. Jejich kapacity jsou: $C_1 = 10{,}0\,\mu\mathrm{F}$, $C_2 = 5{,}00\,\mu\mathrm{F}$ a $C_3 = 4{,}00\,\mu\mathrm{F}$.




**Obr. 26.27** Cvičení 16, úlohy 24 a 45

**17C.** Každý ze tří nenabitých kondenzátorů na obr. 26.28 má kapacitu 25,0 μF. Po zapnutí spínače se na kondenzátorech ustálí napětí 4 200 V. Jak velký elektrický náboj (v coulombech) prošel ampérmetrem?

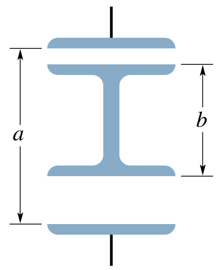



**Obr. 26.28** Cvičení 17

**18C.** Kondenzátor o kapacitě $C_1 = 6{,}00\,\mu\mathrm{F}$ je spojen do série s kondenzátorem o kapacitě $C_2 = 4{,}00\,\mu\mathrm{F}$. Vstupní svorky této sestavy kondenzátorů byly připojeny ke zdroji napětí 200 V. (a) Vypočítejte výslednou kapacitu této sestavy. (b) Jak velký náboj je na každém kondenzátoru? (c) Jaké je napětí na každém kondenzátoru?

**19C.** Zopakujte cvič. 18 se stejnou dvojicí kondenzátorů spojených paralelně.

**20Ú.** Na obr. 26.29 jsou dva kondenzátory spojené do série.




**Obr. 26.29** Úloha 20

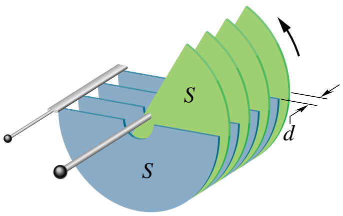
Střední část této sestavy kondenzátorů má délku $b$ a je svisle pohyblivá. Dokažte, že výsledná kapacita této sestavy je nezávislá na poloze střední části a má velikost $C = \varepsilon_0 S/(a - b)$.

**21Ú.** (a) Tři stejné kondenzátory jsou spojeny paralelně. Elektrody každého z nich jsou ve vzdálenosti $d$ a mají obsah $S$. Jakou vzdálenost by musely mít elektrody jednoho kondenzátoru, aby kapacita tohoto jediného kondenzátoru byla rovna kapacitě paralelní kombinace všech tří kondenzátorů? (b) Jakou vzdálenost elektrod by musel mít jediný kondenzátor, aby se jeho kapacita rovnala kapacitě sériového spojení všech tří kondenzátorů?

**22Ú.** (a) Dva kondenzátory o kapacitách $C_1 = 2{,}0\,\mu\mathrm{F}$ a $C_2 = 8{,}0\,\mu\mathrm{F}$ jsou spojeny do série a připojeny ke zdroji napětí 300 V. Jaký náboj a jaké napětí je na každém z nich? (b) Nabité kondenzátory byly rozpojeny a odpojeny od zdroje napětí. Poté byly opět spolu spojeny: kladná elektroda jednoho s kladnou elektrodou druhého kondenzátoru a záporná elektroda jednoho se zápornou elektrodou druhého. Jaký náboj a jaké napětí je na každém kondenzátoru nyní? (c) Předpokládejte, že nabité kondenzátory v části (a) této úlohy byly spolu spojeny v uzavřený okruh tak, že spolu byly spojeny elektrody s opačnými znaménky nábojů. Jaký náboj a jaké napětí bude na každém kondenzátoru po ustálení stavu?

**23Ú.** Na obr. 26.30 vidíme otočný vzduchový kondenzátor, typ používaný k ručnímu ladění rozhlasových přijímačů. Jsou v něm navzájem propojeny jednak všechny sudé elektrody, jednak všechny liché elektrody. Sudé elektrody jsou pevné, liché se mohou otáčet. Uvažujte blok $n$ elektrod střídavé polarity. Každá elektroda má obsah $S$ a mezi sousedními elektrodami je vzduchová mezera šířky $d$. Dokažte, že maximální kapacita tohoto kondenzátoru je

$$C = \frac{(n-1)\varepsilon_0 S}{d}.$$



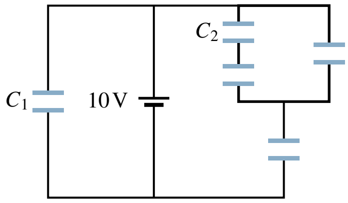

**Obr. 26.30** Úloha 23

**24Ú.** V kondenzátoru $C_3$ (obr. 26.27) došlo k elektrickému průrazu a kondenzátor se stal pro elektrický proud průchodným. Jaké změny (a) náboje a (b) napětí následovaly na kondenzátoru $C_1$? Předpokládejte, že napětí na svorkách uvedené sestavy kondenzátorů je $U = 100\,\mathrm{V}$.

**25Ú.** Je dáno několik kondenzátorů o kapacitách $2{,}0\,\mu\mathrm{F}$. Kondenzátory vydrží napětí maximálně 200 V bez elektrického průrazu. Jak byste z těchto kondenzátorů vytvořili sestavu kondenzátorů o výsledné kapacitě (a) $0{,}40\,\mu\mathrm{F}$, (b) $1{,}2\,\mu\mathrm{F}$, má-li být přitom každá z těchto sestav schopna vydržet napětí až do 1 000 V včetně?

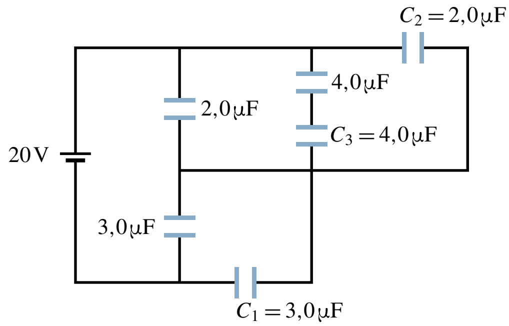
**26Ú.** Sestava na obr. 26.31 je připojena na napětí 10 V a každý z pěti kondenzátorů má kapacitu $10\,\mu\mathrm{F}$. Jaký náboj je na (a) kondenzátoru $C_1$ a (b) na kondenzátoru $C_2$?

**27Ú.** Kondenzátor o kapacitě 100 pF je nabit na napětí 50 V a poté odpojen od nabíjecí baterie. Nabitý kondenzátor je paralelně připojen k jinému, nenabitému kondenzátoru. Vypočítejte kapacitu připojeného, původně nenabitého kondenzátoru, jestliže napětí na spojených kondenzátorech kleslo z původních 50 V na 35 V.



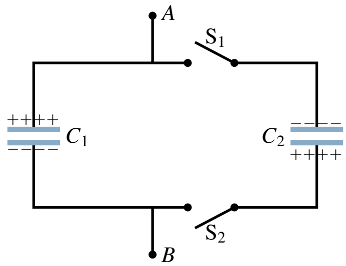

**Obr. 26.31** Úloha 26

**28Ú.** Napětí baterie na obr. 26.32 má hodnotu 20 V. (a) Stanovte výslednou kapacitu sestavy kondenzátorů spojených podle obr. 26.32. (b) Vypočítejte náboj odpovídající této výsledné kapacitě. Určete napětí a náboj na kondenzátoru (c) $C_1$, (d) $C_2$, (e) $C_3$.



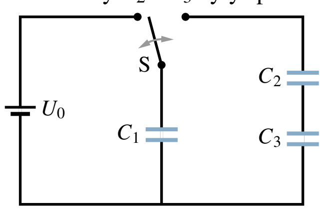

**Obr. 26.32** Úloha 28

**29Ú.** Kondenzátory na obr. 26.33 o kapacitách $C_1 = 1{,}0\,\mu\mathrm{F}$ a $C_2 = 3{,}0\,\mu\mathrm{F}$ jsou nabity každý na napětí 100 V, avšak s opačnou polaritou elektrod. (a) Jaké napětí bude mezi body $A$ a $B$ po zapnutí spínačů $S_1$ a $S_2$? Jak velký náboj bude na kondenzátoru (b) $C_1$, (c) $C_2$?




**Obr. 26.33** Úloha 29

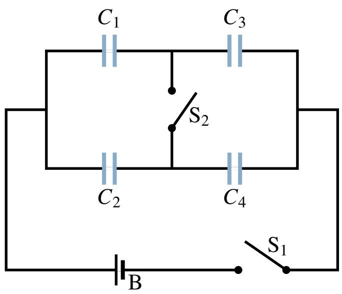
**30Ú.** Přepínač S na obr. 26.34 byl přepnut do levé polohy. Kondenzátor $C_1$ se nabil a napětí na jeho elektrodách dosáhlo hodnoty $U_0$. Kondenzátory $C_2$ a $C_3$ byly zpočátku nenabité. Poté




**Obr. 26.34** Úloha 30

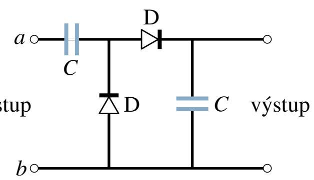
byl přepínač přepnut do pravé krajní polohy. Určete náboje $Q_1$, $Q_2$ a $Q_3$ na odpovídajících kondenzátorech.

**31Ú.** Baterie B na obr. 26.35 poskytuje napětí 12 V. (a) Určete náboje na kondenzátorech v případě, že je zapnut pouze spínač $S_1$. (b) Určete náboje na kondenzátorech v případě, že jsou sepnuty oba spínače $S_1$ i $S_2$. Kapacity kondenzátorů mají hodnoty $C_1 = 1{,}0\,\mu F$, $C_2 = 2{,}0\,\mu F$, $C_3 = 3{,}0\,\mu F$ a $C_4 = 4{,}0\,\mu F$.




**Obr. 26.35** Úloha 31

**32Ú.** Na obr. 26.36 jsou dva stejné kondenzátory o kapacitě $C$ v obvodu se dvěma ideálními diodami D. (Ideální diodou teče kladný náboj pouze ve směru šipky a záporný náboj teče pouze ve směru opačném.) Baterie o napětí 100 V je připojena na vstupní svorky nejprve tak, že svorka $a$ je připojena ke kladnému pólu baterie a svorka $b$ k zápornému. Potom je odpojena a zapojena obráceně, tj. ke kladnému pólu baterie je připojena svorka $b$. V obou případech určete napětí na výstupních svorkách.




**Obr. 26.36** Úloha 32

## ODST. 26.5 Energie elektrického pole

**33C.** Kolik elektrické energie obsahuje jeden krychlový metr vzduchu za „pěkného počasí“, kdy velikost intenzity elektrického pole bývá $150\,V{\cdot}m^{-1}$?

**34C.** Reaktor s řízenou termonukleární fúzí by mohl v případě úspěšné realizace dodávat obrovské množství energie z těžkého vodíku obsaženého v mořské vodě. Chod reaktoru obvykle vyžaduje značné elektrické proudy, které v krátkých časových intervalech procházejí vinutím vytvářejícím magnetické pole. Např. u reaktoru ZT-40 v Los Alamoské laboratoři mají místnosti zaplněné kondenzátory. Kondenzátorový blok má kapacitu 61,0 mF a napětí 10,0 kV. Vypočtěte jeho energii (a) v joulech, (b) v kilowatthodinách.

**35C.** Jakou kapacitu by musel mít kondenzátor, aby akumuloval energii 10 kW·h při napětí 1 000 V?

**36C.** Deskový vzduchový kondenzátor má kapacitu 130 pF. (a) Jaká je energie jeho elektrického pole, je-li napětí na kondenzátoru 56,0 V? (b) Lze v tomto případě vypočítat hustotu energie elektrického pole v prostoru mezi elektrodami? Vysvětlete to.

**37C.** Kondenzátor je nabit na napětí $U$. O kolik procent je nutno zvýšit toto napětí, chceme-li zvýšit jeho energii (tj. energii jeho elektrického pole) o 10 %?

**38C.** Deskový vzduchový kondenzátor o ploše elektrod $40\,cm^2$ a vzdálenosti elektrod 1,0 mm je nabit na napětí 600 V. Určete (a) jeho kapacitu, (b) velikost náboje na každé z elektrod, (c) jeho energii, (d) intenzitu elektrického pole mezi elektrodami, (e) hustotu energie elektrického pole mezi elektrodami.

**39C.** Dva kondenzátory s kapacitami $2{,}0\,\mu F$ a $4{,}0\,\mu F$ jsou připojeny paralelně ke zdroji napětí 300 V. Vypočtěte celkovou energii elektrických polí obou kondenzátorů.

**40C.** (a) Vypočtěte hustotu energie elektrického pole elektronu ve vzdálenosti $r$ od jeho středu. (b) Jaká by byla podle tohoto vztahu hustota energie v limitě pro $r \to 0$, kdybychom elektron považovali za bodový náboj?

**41Ú.** Nabitá osamocená kovová koule o průměru 10 cm má potenciál 8 000 V vzhledem k hodnotě $\varphi = 0$ v nekonečnu. Vypočtěte hustotu energie elektrického pole blízko povrchu koule.

**42Ú.** Blok paralelně spojených kondenzátorů o kapacitách $5{,}00\,\mu F$ se používá k akumulování elektrické energie. Kolik stojí nabití 2 000 kondenzátorů v bloku na napětí 50 000 V za předpokladu, že cena 1 kW·h je 1,75 Kč?

**43Ú.** Jeden kondenzátor je nabit tak, že jeho energie je 4,0 J. Druhý nenabitý kondenzátor je pak k němu připojen paralelně. (a) Vypočtěte, zda došlo tímto připojením ke změně celkové energie elektrického pole kondenzátorů. (b) Jestliže ano, jak tento rozdíl vysvětlíte?

**44Ú.** Vypočtěte akumulovanou elektrickou energii v případech tří různých spojení kondenzátorů z úlohy 22. Porovnejte tyto elektrické energie a vysvětlete, proč se liší.

**45Ú.** Podle obr. 26.27 určete pro každý z kondenzátorů jeho (a) náboj, (b) napětí, (c) energii. Uvažujte číselné hodnoty ze cvič. 16 a napětí $U = 100\,V$.

**46Ú.** Deskový kondenzátor mající elektrody o obsahu $S$ ve vzdálenosti $d$ byl nabit na napětí $U$. Nabíjecí baterie pak byla odpojena a elektrody oddáleny do vzdálenosti $2d$. Prostřednictvím veličin $S$, $d$, $U$ vyjádřete (a) nové napětí na elektrodách, (b) počáteční a koncovou energii kondenzátoru, (c) práci potřebnou k oddálení elektrod.

**47Ú.** V situaci znázorněné na obr. 26.26 určete pro každý z kondenzátorů jeho (a) náboj, (b) napětí, (c) energii. Uvažujte číselné hodnoty ze cvič. 15 při napětí $U = 100\,V$.

**48Ú.** Válcový kondenzátor má poloměry elektrod $a$, $b$, jak je znázorněno na obr. 26.6. Ukažte, že polovina jeho elektrické energie se nachází uvnitř válce, jehož poloměr je $r = \sqrt{ab}$.

**49Ú.** Dokažte, že se elektrody deskového kondenzátoru navzájem přitahují silou $F = Q^2/(2\varepsilon_0 S)$. Nejdříve vypočtěte práci potřebnou ke zvětšení vzdálenosti elektrod z hodnoty $x$ na hodnotu $x + dx$ při nezměněné velikosti náboje $Q$.

**50Ú.** Užitím výsledku z úlohy 49 dokažte, že síla působící na jednotku plochy každé elektrody kondenzátoru (tzv. *elektrostatický tlak*) má velikost $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$. (Tento vztah je platný obecně pro vodič libovolného tvaru s intenzitou velikosti $E$ v blízkosti jeho povrchu.)

**51Ú★.** Na mýdlovou bublinu poloměru $R_0$ je pomalu předáván náboj $Q$. V důsledku vzájemného odpuzování povrchových nábojů se poloměr bubliny mírně zvětší na velikost $R$. Následkem expanze se tlak vzduchu uvnitř bubliny sníží na velikost $p = p_0 V_0 / V$, kde $p_0$ je atmosférický tlak, $V_0$ je počáteční objem a $V$ je koncový objem. Dokažte, že mezi uvedenými veličinami platí vztah

$$Q^2 = 32\pi^2 \varepsilon_0 p_0 R(R^3 - R_0^3).$$

(*Tip*: Uvažujte síly působící na malou plošku nabité bubliny. Tyto síly jsou vyvolány tlakem plynu, atmosférickým tlakem a elektrostatickým tlakem — viz úlohu 50.)

## ODST. 26.6 Kondenzátor s dielektrikem

**52C.** Vzduchový deskový kondenzátor má kapacitu 1,3 pF. Zdvojnásobení vzdálenosti jeho elektrod a současné vložení vosku mezi ně vede ke zvětšení jeho kapacity na 2,6 pF. Určete relativní permitivitu vosku.

**53C.** Vzduchový kondenzátor o kapacitě 7,4 pF má zvětšit svou kapacitu tak, aby akumuloval energii 7,4 μJ při napětí 652 V. Které dielektrikum z tab. 26.1 lze využít pro vyplnění prostoru mezi jeho elektrodami, aby se dosáhlo uvedené hodnoty energie s nejmenší odchylkou?

**54C.** Ke zhotovení deskového kondenzátoru máte k dispozici dvě měděné destičky (jako elektrody), list slídy (tloušťky 0,1 mm, $\varepsilon_r = 5{,}4$), destičku skla (tloušťky 2,0 mm, $\varepsilon_r = 7{,}0$) a destičku parafinu (tloušťky 1,0 cm, $\varepsilon_r = 2{,}0$). Které z těchto dielektrik vložíte mezi měděné elektrody, chcete-li dosáhnout největší kapacity?

**55C.** Deskový vzduchový kondenzátor má kapacitu 50 pF. (a) Jaká je vzdálenost jeho elektrod, jestliže obsah každé z elektrod je 0,35 m$^2$? (b) Jak velkou kapacitu bude mít tento kondenzátor, bude-li prostor mezi jeho elektrodami zcela vyplněn materiálem s relativní permitivitou $\varepsilon_r = 5{,}6$?

**56C.** Koaxiální kabel dálkového vedení má vnitřní poloměr 0,10 mm a vnější poloměr 0,60 mm. Vypočtěte jeho kapacitu připadající na 1 m délky. Předpokládejte, že prostor mezi vodiči je zcela vyplněn polystyrenem.

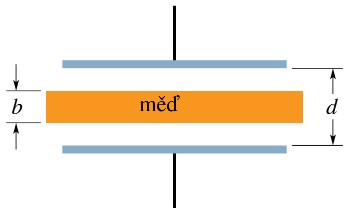
**57Ú.** Určitý materiál má relativní permitivitu 2,8 a dielektrickou pevnost 18 MV·m$^{-1}$. Tento materiál je použit jako dielektrikum v deskovém kondenzátoru. Jaký minimální obsah musí mít elektrody kondenzátoru, aby měl kapacitu $7{,}0\cdot 10^{-2}$ μF a vydržel přitom bez elektrického průrazu napětí 4,0 kV?

**58Ú.** Máte vyrobit kondenzátor o kapacitě přibližně 1 nF s průrazným napětím ne menším než 10 000 V. Můžete k tomu použít stěnu vysoké sklenice z Pyrexu (varného skla) jako dielektrika tak, že pokryjete vnitřní a vnější zakřivený povrch skla hliníkovou fólií. Sklenice má výšku 15 cm, vnitřní poloměr 3,6 cm a vnější poloměr 3,8 cm. Jaká bude (a) kapacita, (b) průrazné napětí takového kondenzátoru?

**59Ú.** Máte navrhnout přenosný deskový kondenzátor s dielektrikem, který může akumulovat energii 250 kJ. (a) Jaký minimální objem musí mít kondenzátor, jestliže použijete jedno z dielektrik, jejichž dielektrické pevnosti jsou uvedeny v tab. 26.1? (b) Moderní kondenzátor může akumulovat energii 250 kJ při objemu 0,087 0 m$^3$. Jakou relativní permitivitu musí mít jeho dielektrikum, jestliže by mělo dielektrickou pevnost stejnou jako dielektrikum v případě (a)?

**60Ú.** Dva deskové kondenzátory mají stejně velkou plochu elektrod $S$ a stejnou vzdálenost elektrod $d$. Relativní permitivita dielektrika mezi elektrodami jednoho z nich je $\varepsilon_r + \Delta\varepsilon_r$ a u druhého kondenzátoru je $\varepsilon_r - \Delta\varepsilon_r$. (a) Určete jejich výslednou kapacitu, jsou-li spojeny paralelně. (b) Jaký je náboj kondenzátoru s větší kapacitou, je-li na obou paralelně spojených kondenzátorech náboj $Q$?

**61Ú.** Měděná deska tloušťky $b$ je vsunuta doprostřed mezi elektrody deskového kondenzátoru s elektrodami o obsahu $S$ tak, jak ukazuje obr. 26.37. (a) Jaká je kapacita kondenzátoru po vsunutí desky? (b) Jaký je poměr akumulované energie před a po vsunutí desky, jestliže náboj na elektrodách zůstane nezměněn? (c) Jak velká práce je vykonána při vsunutí desky? Je deska vtahována dovnitř, nebo musí být do uvedeného prostoru vnější silou vtlačována?



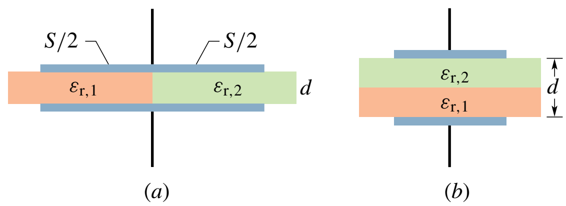

**Obr. 26.37** Úloha 61

**62Ú.** Řešte úlohu 61 za předpokladu, že nikoli náboj, ale napětí na elektrodách je udržováno konstantní.

**63Ú.** Deskový kondenzátor s elektrodami o obsahu $S$ je vyplněn dvěma dielektriky tak, jak je znázorněno na obr. 26.38a. Dokažte, že pro jeho kapacitu platí vztah

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}\,\frac{\varepsilon_{r,1} + \varepsilon_{r,2}}{2}.$$

Ověřte tento vztah pro limitní případy. (*Tip*: Odůvodněte, že toto spojení odpovídá paralelnímu spojení dvou kondenzátorů.)



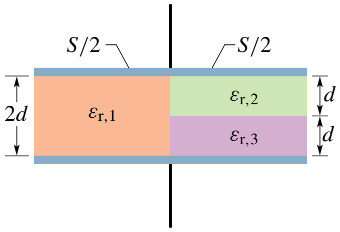

**Obr. 26.38** Úlohy 63 a 64

**64Ú.** Deskový kondenzátor s elektrodami o obsahu $S$ je vyplněn dvěma dielektriky tak, jak ukazuje obr. 26.38b. Dokažte, že pro jeho kapacitu platí

$$C = \frac{2\varepsilon_0 S}{d}\,\frac{\varepsilon_{r,1}\varepsilon_{r,2}}{\varepsilon_{r,1}+\varepsilon_{r,2}}.$$

Ověřte platnost tohoto vztahu pro limitní případy. (*Tip*: Odůvodněte, že toto spojení odpovídá sériovému spojení dvou kondenzátorů.)

**65Ú.** Jaká je kapacita kondenzátoru s elektrodami o obsahu $S$, který je znázorněn na obr. 26.39? (*Tip*: Viz úlohy 63 a 64.)




**Obr. 26.39** Úloha 65

## ODST. 26.8 Dielektrika a Gaussův zákon elektrostatiky

**66C.** Deskový kondenzátor má kapacitu 100 pF, obsah elektrod $100\,\mathrm{cm}^2$ a slídové dielektrikum ($\varepsilon_r = 5{,}4$). Vypočtěte (a) velikost intenzity elektrického pole ve slídě, (b) velikost volných nábojů na elektrodách, (c) velikost indukovaného povrchového náboje na slídě.

**67C.** V př. 26.8 předpokládejte, že při vsouvání desky dielektrika mezi elektrody deskového kondenzátoru zůstává baterie připojena. Po jejím vsunutí mezi elektrody vypočtěte (a) kapacitu, (b) náboje na elektrodách kondenzátoru, (c) velikost intenzity elektrického pole v mezeře, (d) velikost intenzity elektrického pole v desce dielektrika.

**68Ú.** Prostor mezi dvěma soustřednými vodivými kulovými velmi tenkými vrstvami o poloměrech $b$ a $a$ (kde $b > a$) je vyplněn látkou o relativní permitivitě $\varepsilon_r$. Mezi vnitřní a vnější vrstvou je napětí $U$. Určete (a) kapacitu této soustavy, (b) volný náboj $Q$ na vnitřní vrstvě, (c) náboj $Q'$ indukovaný podél povrchu vnitřní vrstvy.

**69Ú.** Na dvě rovnoběžné desky o obsahu $100\,\mathrm{cm}^2$ byly přeneseny náboje stejných velikostí $8{,}9\cdot10^{-7}$ C, ale opačných znamének. Intenzita elektrického pole uvnitř dielektrika, vyplňujícího prostor mezi deskami, je $1{,}4\cdot10^6\,\mathrm{V\cdot m^{-1}}$. (a) Vypočtěte relativní permitivitu dielektrika, (b) určete velikost náboje indukovaného na povrchu dielektrika.

**70Ú.** Deskový kondenzátor má elektrody o obsahu $0{,}12\,\mathrm{m}^2$, které jsou od sebe vzdáleny 1,2 cm. Baterie nabije kondenzátor na napětí 120 V a pak je odpojena. Deska dielektrika, mající tloušťku 4,0 mm a relativní permitivitu 4,8, je pak umístěna symetricky mezi elektrody. (a) Jakou kapacitu má kondenzátor před vložením desky? (b) Jakou kapacitu má kondenzátor s vloženou deskou? (c) Jak velký je volný náboj $Q$ kondenzátoru před vložením a po vložení desky dielektrika? (d) Jaká je velikost intenzity elektrického pole v prostoru mezi elektrodami a dielektrikem? (e) Jaká je velikost intenzity elektrického pole v dielektriku? (f) Jaké je napětí na elektrodách při vložené desce dielektrika? (g) Jak velká je práce vnějších sil potřebná pro vložení desky?

**71Ú.** Uvažujte kondenzátor z př. 26.8 (obr. 26.16): (a) Jaká část energie je uložena ve vzduchových mezerách? (b) Jaká část energie je uložena v desce?

**72Ú.** Deska dielektrika o tloušťce $b$ je vložena mezi elektrody deskového kondenzátoru, jejichž vzdálenost je $d$. Dokažte, že kapacita tohoto kondenzátoru je vyjádřena vztahem

$$C = \frac{\varepsilon_r\varepsilon_0 S}{\varepsilon_r d - b(\varepsilon_r - 1)}.$$

(*Tip*: Odvoďte tento vztah podle postupu v př. 26.8.) Dává uvedený vztah správný číselný výsledek př. 26.8? Ověřte, že tento vztah je platný i pro speciální případy, je-li $b = 0$, $\varepsilon_r = 1$, $b = d$.