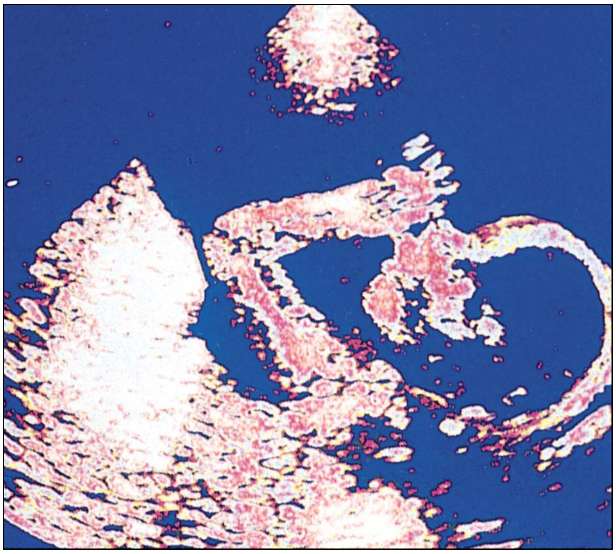
18
Vlny — II

Netopýr v úplné tmě nejen „vidí" letící hmyz, ale navíc pozná, jak rychle se vůči němu pohybuje. To mu umožňuje hmyz lovit. Na jakém principu funguje jeho detekční systém? Jakým způsobem se může hmyz bránit?

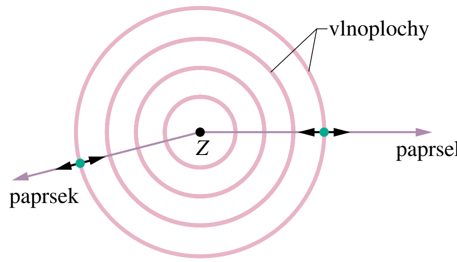


Obr. 18.1 Snímek pořízený ultrazvukem: plod se snaží nalézt svůj palec.

18.1 ZVUKOVÉ VLNĚNÍ

V kap. 17 jsme viděli, že pro vznik mechanického vlnění je potřeba nosné médium, hmotné prostředí. Existují dva typy mechanického vlnění: v **příčném** jsou kmity kolmé ke směru šíření vlny, zatímco v **podélném** jsou se směrem šíření rovnoběžné. Zvuk se vždy může šířit jako podélné vlnění; v pevných látkách pak navíc i jako příčné. Zvukové vlny se používají při hledání ropy v zemské kůře. Lodě jsou vybaveny sonarem, aby se vyhnuly překážkám skrytým pod hladinou. Ponorky využívají zvukových vln ke zjištění nepřátelských ponorek: pátrají po charakteristických zvucích, které vydává jejich pohon. Na počítačovém snímku hlavy dítěte (obr. 18.1) vidíme, jak lze zvukové vlny použít k výzkumu tkání v lidském těle. V této kapitole budeme zkoumat, jak se zvuk šíří vzduchem.

Obr. 18.2 ilustruje některé základní pojmy, které budeme používat. Bod Z představuje zdroj zvuku zanedbatelných rozměrů, tzv. *bodový zdroj*. Vlnění se od něj šíří rovnoměrně do všech směrů; bodový zdroj je tedy **izotropní**. Směr šíření a rozložení zvukových vln jsou znázorněny pomocí *vlnoploch* a *paprsků*. **Vlnoplocha** je plocha, na níž mají všechny částice vzduchu stejně velkou výchylku i rychlost (stejnou fázi); tyto plochy znázorňujeme na dvojrozměrném obrázku pomocí kružnic a oblouků. **Paprsky** jsou čáry kolmé k vlnoplochám a určují směr postupu vlnoploch. Fakt, že kmity podélného vlnění jsou rovnoběžné s paprsky, je vyznačen na obr. 18.2 krátkou oboustrannou šipkou. V blízkosti bodového zdroje jsou vlnoplochy kulové a šíří se do celého prostoru; pak mluvíme o kulové vlně. Se zvětšující se vzdáleností od zdroje se poloměr postupujících vlnoploch zvětšuje a jejich křivost se zmenšuje. Velmi daleko od zdroje lze vlnoplochy dobře aproximovat rovinami; pak mluvíme o rovinných vlnách.



Obr. 18.2 Zvukové vlny se šíří trojrozměrným prostředím od zdroje Z. Vlnoplochy vytvářejí koule se středem v bodě Z. Paprsky mají radiální směr od Z. Krátká oboustranná šipka naznačuje směr kmitů částic prostředí; je rovnoběžný s paprsky.

18.2 RYCHLOST ZVUKU

Rychlost libovolného mechanického vlnění (příčného i podélného) závisí jednak na setrvačných vlastnostech prostředí (souvisejí s kinetickou energií částic prostředí), jednak na jeho vlastnostech elastických (souvisí s potenciální energií). Rov. (17.24), která udává rychlost šíření příčného vlnění na struně, můžeme zobecnit:

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \sqrt{\frac{\text{pružnost}}{\text{setrvačnost}}}, \tag{18.1}$$

kde (pro příčné výchylky) je τ napětí ve struně a μ její délková hustota. Je-li nosným prostředím vzduch, lze ze srovnání odvodit, že setrvačnosti vyjádřené μ odpovídá hustota vzduchu ϱ. Čím je třeba nahradit τ související s pružností?

Potenciální energie je u napjaté struny spojena s vychýlením jednotlivých částic struny. Při průchodu vlny strunou se výchylka každé částice periodicky mění. Při průchodu zvukové vlny vzduchem se periodicky mění v malých oblastech tlak. Veličinou, která udává, jak částice prostředí mění svůj objem se změnou tlaku (síly na jednotku plochy), je modul objemové pružnosti; je definován (porovnejte s rov. (13.36))

$$K = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V} \quad \text{(definice } K\text{)}, \tag{18.2}$$

kde $\Delta V/V$ je poměrná změna objemu vyvolaná změnou tlaku Δp. Jednotkou tlaku v SI je newton na metr čtverečný (viz čl. 15.3), tj. *pascal* (Pa). Vidíme, že jednotka K z rov. (18.2) je také pascal. Znaménko Δp je vždy

Tabulka 18.1 **Rychlost zvuku**

PROSTŘEDÍ	$\dfrac{v}{\mathrm{m\cdot s^{-1}}}$	PROSTŘEDÍ	$\dfrac{v}{\mathrm{m\cdot s^{-1}}}$	PROSTŘEDÍ	$\dfrac{v}{\mathrm{m\cdot s^{-1}}}$
Plyny[a]		*Pevné látky*[a]		*Kapaliny*[a]	
Vzduch (0 °C)	331	Hliník	6 420	Voda (0 °C)	1 402
Vzduch (20 °C)	343	Ocel	5 941	Voda (20 °C)	1 482
Helium	965	Žula	6 000	Mořská voda[b]	1 522
Vodík	1 284				

[a] 0 °C a tlak 1 atm, pokud neuvedeno jinak.
[b] Při 20 °C a salinitě 3,5 %.

opačné než znaménko ΔV; se zvyšujícím se tlakem (Δp je kladné) se objem elementu zmenšuje (ΔV je záporné) a naopak. V rov. (18.2) vystupuje proto záporné znaménko, aby K bylo vždy kladné. Záměnou K za τ a ϱ za μ dostaneme vztah

$$v = \sqrt{\frac{K}{\varrho}} \quad \text{(rychlost zvuku)} \qquad (18.3)$$

pro prostředí s modulem objemové pružnosti K a hustotou ϱ. V tabulce 18.1 jsou uvedeny rychlosti zvuku v různých prostředích.

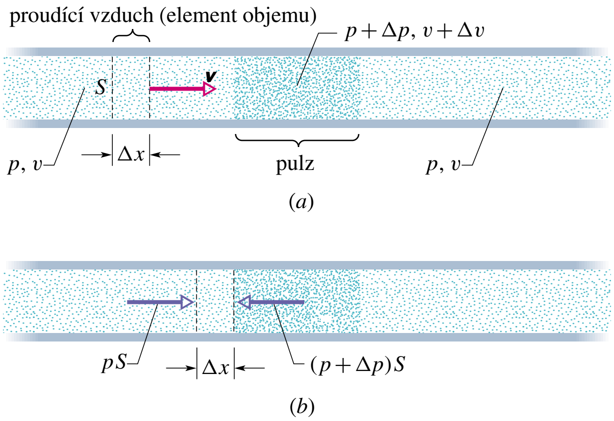
Hustota vody je téměř tisíckrát větší než hustota vzduchu. Kdyby o rychlosti zvuku rozhodovala pouze hustota, dalo by se očekávat vzhledem k rov. (18.3), že se ve vodě bude zvuk šířit asi třicetkrát pomaleji než ve vzduchu. Z tabulky 18.1 ale vyplývá, že je ve vodě zvuk naopak čtyřikrát rychlejší než ve vzduchu. Proto by měl být modul pružnosti vody více než desetitisíckrát větší než u vzduchu. Tak tomu skutečně je, protože voda je v porovnání se vzduchem mnohem hůř stlačitelná.

Odvození rov. (18.3)

Rov. (18.3) můžeme také odvodit přímo z druhého Newtonova zákona. Předpokládejme, že samostatný pulz vyššího tlaku se šíří zprava doleva rychlostí o velikosti v vzduchem v trubici. Zvolíme nyní soustavu spojenou s pulzem; v ní má tedy pulz nulovou rychlost. Tuto situaci zachycuje obr. 18.3a. Pulz stojí na místě a vzduch se pohybuje zleva doprava rychlostí o velikosti v.

Tlak vzduchu v okolí pulzu označíme p a tlak vzduchu uvnitř pulzu bude $p+\Delta p$, kde Δp je kladné, protože vzduch v pulzu je stlačen. Uvažujme nyní tenkou vrstvu vzduchu o šířce Δx a ploše S, která se pohybuje směrem k pulzu rychlostí v. Dostane-li se tato vrstva do oblasti pulzu, změní se díky odlišnému tlaku její rychlost na $v+\Delta v$, kde Δv má záporné znaménko. Ke zpomalení celé vrstvy dojde za dobu

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v}. \qquad (18.4)$$



Obr. 18.3 Pulz stlačeného vzduchu se šíří dlouhou trubicí. Vztažná soustava obrázku je zvolena tak, že pulz zůstává na místě, zatímco vzduch se pohybuje zleva doprava. (a) Tenká vrstva vzduchu šířky Δx se pohybuje směrem k pulzu rychlostí $\boldsymbol{v}$. (b) Přední stěna vrstvy vstupuje do pulzu. Jsou znázorněny síly vyvolané tlakem vzduchu, působící na přední a zadní stěnu vrstvy.

Nyní použijeme na vrstvu vzduchu druhý Newtonův zákon. Během doby Δt působí na zadní stěnu vrstvy směrem doprava síla pS a na přední stěnu síla $(p+\Delta p)S$ doleva (obr. 18.3b). Výsledné silové působení na vrstvu během doby Δt je tedy

$$F = pS - (p+\Delta p)S = -\Delta p S \quad \text{(výsledná síla).} \qquad (18.5)$$

Záporné znaménko znamená, že výslednice sil míří na obr. 18.3b doleva. Objem vrstvy je $S\Delta x$, a proto vzhledem k rov. (18.4) platí pro její hmotnost

$$\Delta m = \varrho S \Delta x = \varrho S v \Delta t \quad \text{(hmotnost).} \qquad (18.6)$$

Zrychlení vrstvy během doby Δt je

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{(zrychlení).} \qquad (18.7)$$

Z druhého Newtonova zákonu ($F = ma$) a z rovnic (18.5), (18.6) a (18.7) dostáváme

$$-\Delta p S = (\varrho S v \Delta t)\frac{\Delta v}{\Delta t},$$

což můžeme zapsat také jako

$$\varrho v^2 = -\frac{\Delta p}{\Delta v / v}. \tag{18.8}$$

Vzduch, který zabírá vně pulzu objem $V = Sv\Delta t$, je stlačen o $\Delta V = S\Delta v\Delta t$ uvnitř pulzu, a tedy

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{S\Delta v\Delta t}{Sv\Delta t} = \frac{\Delta v}{v}. \tag{18.9}$$

Dosazením rov. (18.9) a (18.2) do rov. (18.8) dostaneme

$$\varrho v^2 = -\frac{\Delta p}{\Delta v / v} = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V} = K.$$

Z této rovnice dostaneme výraz pro v shodný s rov. (18.3) pro vzduch pohybující se směrem doprava na obr. 18.3, neboli pro rychlost pulzu doleva v klidném vzduchu.

PŘÍKLAD 18.1

K určení směru, z něhož k nám přichází zvuk, využívá náš mozek časový rozdíl Δt, s nímž zvuk dorazí k bližšímu a vzdálenějšímu uchu.* Vzdálenost mezi ušima označme l_0. Předpokládejme, že zdroj zvuku je dostatečně vzdálený, takže přicházející vlnoplochy jsou přibližně rovinné. V této situaci:

(a) Nalezněme vztah pro Δt vyjádřený pomocí vzdálenosti l_0 a úhlu θ mezi spojnicí uší a čelem vlnoplochy.

ŘEŠENÍ: Sledujme obr. 18.4. Vlnění se šíří od zdroje k pozorovateli. Časový rozdíl je způsoben vzdáleností d, kterou musí každá vlnoplocha urazit, aby po dosažení pravého ucha (P) ještě dospěla k levému (L). Z obr. 18.4 vyplývá

$$\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{l_0 \sin\theta}{v}, \qquad \text{(Odpověď)} \tag{18.10}$$

kde v je rychlost zvuku ve vzduchu. Náš mozek koreluje zaznamenanou dobu zdržení Δt s hodnotou úhlu θ směru ke zdroji na základě zkušenosti.

(b) Předpokládejte, že jste ponořeni ve vodě o teplotě 20 °C a zprava k vám přicházejí zvukové vlny. V jakém směru budete vnímat zdroj zvuku na základě Δt?

ŘEŠENÍ: Pomocí rov. (18.10) dostaneme časový rozdíl Δt_v pro tuto situaci, tj. pro $\theta = 90°$, místo rychlosti zvuku ve vzduchu v dosadíme jeho rychlost ve vodě v_v:

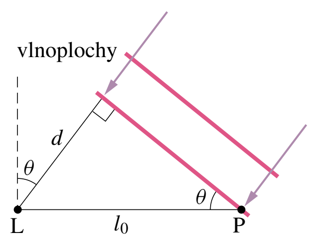
$$\Delta t_v = \frac{l_0 \sin 90°}{v_v} = \frac{l_0}{v_v}. \tag{18.11}$$

Vzhledem k tomu, že v_v je asi čtyřikrát větší než v, bude Δt_v čtyřikrát menší než maximum časového rozdílu ve vzduchu. Náš mozek však odhaduje směr na základě zkušenosti získané ve vzduchu. Proto se nám bude zdát, že zvuk přichází pod úhlem θ menším než 90°. Abychom ho vyjádřili, dosadíme za Δt do rov. (18.10) časový rozdíl l_0/v_v z rov. (18.11):

$$\frac{l_0}{v_v} = \frac{l_0 \sin\theta}{v}. \tag{18.12}$$

Dosazením hodnot $v = 343\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ a $v_v = 1\,482\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ z tabulky 18.1 do rov. (18.12) dostáváme

$$\sin\theta = \frac{v}{v_v} = \frac{(343\,\mathrm{m\cdot s^{-1}})}{(1\,482\,\mathrm{m\cdot s^{-1}})} = 0{,}231,$$
$$\theta = 13°. \qquad \text{(Odpověď)}$$



Obr. 18.4 Příklad 18.1. K levému uchu musí vlna urazit vzdálenost o $d = l_0 \sin\theta$ delší než k pravému.

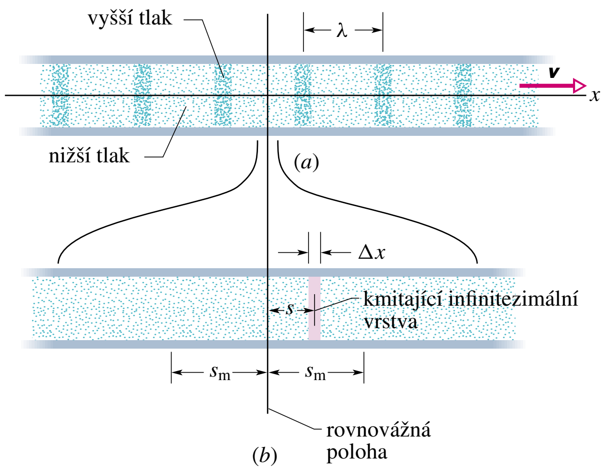
* Uvedený mechanismus lokalizace není ovšem jediný, uplatňují se např. i nepatrné mimovolné pohyby hlavou.

18.3 ŠÍŘENÍ ZVUKOVÝCH VLN

V této kapitole budeme zkoumat polohové a tlakové výchylky částic vzduchu při sinusovém průběhu zvukových vln. Na obr. 18.5 je zobrazena vlna postupující doprava trubicí se vzduchem. Takovou vlnu můžeme vyrobit třeba periodickým pohybem pístu na levém konci trubice (podobně jako na obr. 17.2). Pohyb pístu doprava posune a stlačí nejbližší infinitezimální vrstvičku vzduchu; obdobně pohyb pístu doleva způsobí pokles tlaku v této vrstvě. Vzruch, tj. změna tlaku a pohyb vzduchu, vyvolaný pístem, se šíří z vrstvy na vrstvu — a tak vzniká vlnění.

Uvažujme nyní v trubici tenkou vrstvu vzduchu tloušťky Δx o souřadnici x. Při průchodu vlny tato vrstva harmonicky kmitá okolo své rovnovážné polohy (obr. 18.5b). Podobně jako kmitají částice struny (příčně), kmitají i infinitezimální vrstvy vzduchu při průchodu vlny, s tím rozdílem, že se u vzduchu jedná o podélné kmity. K popisu polohové výchylky $s(x,t)$ vrstvy vzduchu z jeho rovnovážné polohy můžeme použít buď funkci sinus nebo kosinus. V této kapitole použijeme kosinus:

$$s(x,t) = s_m \cos(kx - \omega t). \tag{18.13}$$



Obr. 18.5 (a) Zvuková vlna se šíří rychlostí v trubicí se vzduchem. Skládá se z pohybujících se a periodicky se opakujících oblastí s nízkým a vysokým tlakem. Na obrázku je vlna zobrazena v jednom časovém okamžiku. (b) Zvětšený výřez malé části trubice. Elementární vrstva vzduchu tloušťky Δx harmonicky kmitá při průchodu vlny okolo rovnovážné polohy. V daném okamžiku je vrstva vychýlena o vzdálenost s doprava z rovnovážné polohy. Největší výchylka (doleva i doprava) je s_m.

Symbol s_m označuje **amplitudu výchylky**, tj. maximální výchylku infinitezimální vrstvy vzduchu z rovnovážné polohy (obr. 18.5b).* Úhlový vlnočet k, úhlová frekvence ω, frekvence f, vlnová délka λ, rychlost v a perioda T jsou pro zvukové, a tedy podélné vlnění definovány stejně jako pro vlnění příčné a platí mezi nimi stejné vztahy. Výjimkou je λ, která nyní označuje nejmenší vzdálenost, na níž se začínají oblasti vyššího a nižšího tlaku opakovat (obr. 18.5a). (Předpokládáme, že s_m je mnohem menší než λ.)

Tlak v kterémkoli místě x se mění při postupu vlny harmonicky, jak dále ukážeme. Tato změna probíhá podle vztahu

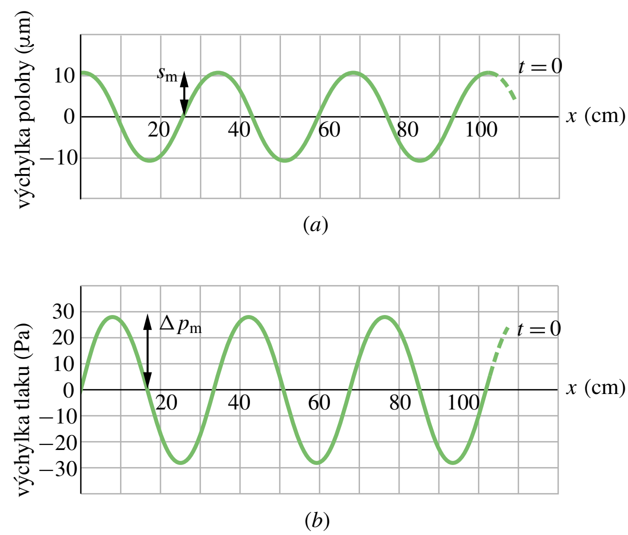
$$\Delta p(x,t) = \Delta p_m \sin(kx - \omega t). \qquad (18.14)$$

Záporná hodnota Δp v rov. (18.14) odpovídá roztažení, kladná hodnota stlačení vzduchové vrstvy. Symbol Δp_m označuje **amplitudu tlaku**, která odpovídá největšímu nárůstu nebo poklesu tlaku způsobeného vlnou; běžně je Δp_m mnohem menší než tlak p, který odpovídá tlaku v případě, že není přítomna vlna. Ukážeme, že amplituda tlaku Δp_m je svázána s amplitudou výchylky s_m z rov. (18.13) vztahem

$$\Delta p_m = (v\varrho\omega)s_m. \qquad (18.15)$$

* Pro příčnou výchylku elementu napjaté struny jsme užívali označení $y(x,t)$. Zde píšeme $s(x,t)$, abychom se vyhnuli zápisu $x(x,t)$ pro podélnou výchylku vzdušného elementu.

Na obr. 18.6 jsou grafy rov. (18.13) a (18.14) v čase $t =$ $= 0$. V průběhu času se obě křivky pohybují doprava podél osy x. Povšimněte si, že polohová a tlaková výchylka jsou vzájemně posunuty o fázi $\pi/2$ rad (neboli 90°). Výchylka tlaku je tedy nulová, právě když je výchylka polohy největší.



Obr. 18.6 (a) Graf polohové výchylky (rov. (18.13)) v čase $t = 0$. (b) Obdobný graf pro výchylku tlaku (rov. (18.14)). Oba grafy odpovídají zvukové vlně o frekvenci 1 000 Hz, jejíž amplituda je na úrovni prahu bolesti. Viz př. 18.2.

KONTROLA 1: Co se děje s tlakem v případě, že se infinitezimální vzduchová vrstva z obr. 18.5b pohybuje doprava bodem, v němž je polohová výchylka nulová? Je tlak v rovnovážné poloze, nebo právě začíná růst, či klesat?

Odvození vztahů (18.14) a (18.15)

Mějme kmitající infinitezimální vrstvu vzduchu o ploše S a tloušťce Δx, jejíž střed je z rovnovážné polohy vychýlen o vzdálenost s (obr. 18.5b). Podle rov. (18.2) platí pro výchylku tlaku ve vrstvičce vzduchu

$$\Delta p = -K\frac{\Delta V}{V}. \qquad (18.16)$$

Veličina V v rov. (18.16) je velikost objemu, daná vztahem

$$V = S\Delta x. \qquad (18.17)$$

Přitom ΔV v rov. (18.16) označuje změnu (výchylku) objemu související s polohovou výchylkou vrstvy. Změna objemu je způsobena tím, že posunutí obou stěn vrstvy nejsou zcela shodná, liší se o vzdálenost Δs. Platí tedy

$$\Delta V = S\Delta s. \qquad (18.18)$$

Dosazením rov. (18.17) a (18.18) do vztahu (18.16) dostaneme po provedení limitního přechodu

$$\Delta p = -K\frac{\Delta s}{\Delta x} = -K\frac{\partial s}{\partial x}. \qquad (18.19)$$

Symbol ∂ v rov. (18.19) znamená, že se jedná o parciální derivaci, která říká, jak se mění s se změnou x v pevném časovém okamžiku. Z rov. (18.13) tak dostáváme (s t se zachází jako s konstantou)

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(s_m \cos(kx - \omega t)) = -ks_m \sin(kx - \omega t).$$

Po dosazení tohoto výsledku do rov. (18.19) vyjde

$$\Delta p = Kks_m \sin(kx - \omega t),$$

čímž jsme vztah (18.14) skutečně dokázali; zřejmě je $\Delta p_m = Kks_m$.

S použitím rov. (18.3) můžeme nyní psát

$$\Delta p_m = (Kk)s_m = (v^2 \varrho k)s_m.$$

Odtud po dosazení $v = \omega/k$ (rov. (17.12)) okamžitě plyne rov. (18.15), kterou jsme chtěli dokázat.

PŘÍKLAD 18.2

Maximální amplituda tlaku Δp_m hlasitého zvuku, kterou lidské ucho snese, je asi 28 Pa (což je mnohem méně než běžný tlak vzduchu 10^5 Pa). Jaké je posunutí s_m vzduchové částice u takového zvuku s frekvencí 1 000 Hz? Vzduch má hustotu $\varrho = 1{,}21\ \mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$.

ŘEŠENÍ: Z rov. (18.15) dostaneme odpověď

$$s_m = \frac{\Delta p_m}{v\varrho\omega} = \frac{\Delta p_m}{v\varrho(2\pi f)} = \frac{(28\ \mathrm{Pa})}{(343\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}})(1{,}21\ \mathrm{kg{\cdot}m^{-3}})(2\pi)(1\,000\ \mathrm{Hz})} = 1{,}1{\cdot}10^{-5}\ \mathrm{m} = 11\ \mu\mathrm{m}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

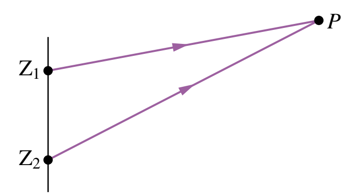
Výchylka, kterou lidské ucho snese, je i pro nejhlasitější zvuk zjevně velice malá: okolo jedné sedminy tloušťky listu papíru.

Amplituda tlaku Δp_m pro nejslabší slyšitelný zvuk o frekvenci 1 000 Hz je okolo $2{,}8{\cdot}10^{-5}$ Pa. Uvedeným postupem dostaneme odpovídající amplitudu $s_m = 1{,}1{\cdot}10^{-11}$ m neboli 11 pm. To je asi jedna desetina typického atomového poloměru. Vidíme, že ucho je velice citlivý detektor zvukových vln. Ucho může zaznamenat zvukové pulzy, jejichž celková energie je na úrovni několika elektronvoltů, což odpovídá energii potřebné k vytržení jednoho elektronu z atomu.

18.4 INTERFERENCE

Na obr. 18.7 jsou dva bodové zdroje Z_1 a Z_2 zvukového vlnění o vlnové délce λ. Zdroje jsou ve fázi, což znamená, že vznikající vlny dosahují maximální výchylky současně. Předpokládejme, že zvukové vlny šířící se zhruba stejným směrem z obou zdrojů procházejí bodem P. Je-li v P uražená dráha obou vln stejná, budou i v tomto bodě ve fázi. Pokud se ovšem dráhy vzájemně liší jako na obr. 18.7, pak ve fázi nebudou. Jejich fázový rozdíl v bodě P závisí na jejich *dráhovém rozdílu* ΔL.

> Šíří-li se dvě vlny po odlišných drahách, může se jejich fázový rozdíl díky dráhovému rozdílu ΔL změnit.



Obr. 18.7 Ze dvou bodových zdrojů Z_1 a Z_2 vycházejí kulové zvukové vlny ve fázi. Paprsky ukazují, že bodem P procházejí vlny s fázovým rozdílem.

Fázový rozdíl 2π rad odpovídá jedné vlnové délce (viz čl. 17.4). Proto pro obecný fázový rozdíl φ mezi dvěma vlnami platí

$$\frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta L}{\lambda}, \qquad (18.20)$$

odkud plyne

$$\varphi = \frac{\Delta L}{\lambda}2\pi. \qquad (18.21)$$

Zvukové vlnění vykazuje, podobně jako příčné vlnění, dva mezní případy interference: **konstruktivní** a **destruktivní**. Konstruktivní interference nastává v případě, že jsou vlny **ve fázi**, takže fázový rozdíl φ je nulový nebo je celočíselným násobkem 2π, tj.

$$\varphi = 2\pi m, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \qquad (18.22)$$

(konstruktivní interference).

Je-li φ lichým násobkem π, tj.

$$\varphi = 2\pi\left(m + \tfrac{1}{2}\right), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \qquad (18.23)$$

(destruktivní interference),

jsou vlny **v protifázi** a nastává destruktivní interference. Podle rov. (18.21) je zřejmé, že uvedené podmínky lze přepsat na tvar

$$\Delta L = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \qquad (18.24)$$

(konstruktivní interference),

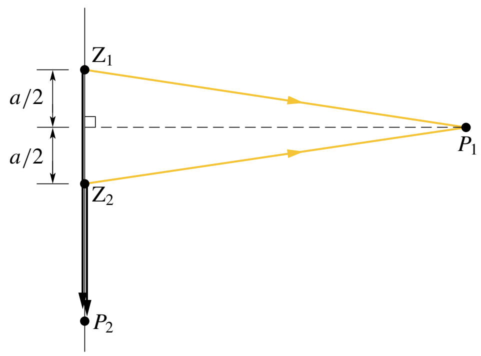
resp.

$$\Delta L = \left(m + \tfrac{1}{2}\right)\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (18.25)$$

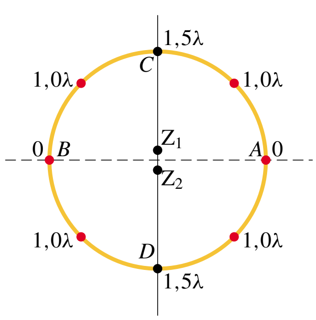
(destruktivní interference).

PŘÍKLAD 18.3

Jsou dány dva bodové zdroje Z_1 a Z_2 zvukových vln o vlnové délce λ. Zdroje jsou ve fázi a jejich vzájemná vzdálenost je $a = 1{,}5\lambda$ (obr. 18.8).



(*a*)



(*b*)

Obr. 18.8 Příklad 18.3. (a) Dva bodové zdroje Z_1 a Z_2 zvukových vln jsou ve vzdálenosti a. Zdroje jsou ve fázi. Dráha, kterou vlnění urazí k bodu P_1, je od obou zdrojů stejná. Bod P_2 leží na polopřímce procházející zdroji Z_1 a Z_2. (b) Fázový rozdíl (v násobcích vlnové délky) vln ze zdrojů Z_1 a Z_2 v osmi bodech na kružnici kolem zdrojů.

(a) Zjistěte, jaký je v bodě P_1 fázový rozdíl vln ze zdrojů Z_1 a Z_2. Bod P_1 leží na kolmici, která dělí vzdálenost a na dvě stejné části; vzdálenost bodu P_1 od zdrojů je mnohem větší než a (obr. 18.8a). Který z typů interferencí nastává v P_1?

ŘEŠENÍ: Vlny ze zdrojů Z_1 a Z_2 sice nedocházejí k bodu P_1 ze stejných směrů, ale i tak můžeme pro velké vzdálenosti od bodů oba paprsky prohlásit za prakticky rovnoběžné. Vzdálenost bodu P_1 je od obou zdrojů stejná, a proto je dráhový rozdíl vln ΔL nulový. Z rov. (18.21) dostáváme

$$\varphi = \frac{\Delta L}{\lambda} 2\pi = 0.$$

Hodnota $\varphi = 0$ splňuje podmínku rov. (18.22) pro $m = 0$, nastává tedy případ konstruktivní interference. Z podmínky rov. (18.24) dostáváme přirozeně stejný výsledek: dráhový rozdíl $\Delta L = 0$ splňuje pro $m = 0$ tuto podmínku také.

(b) Jaká je fáze a typ interference pro bod P_2 (obr. 18.8a)?

ŘEŠENÍ: Bod P_2 leží na polopřímce procházející zdroji Z_1 a Z_2. Dráhový rozdíl vln ΔL ze zdrojů bude tedy v P_2 roven vzdálenosti a. Z rov. (18.21) dostáváme pro $\Delta L = a = 1{,}5\lambda$

$$\varphi = \frac{\Delta L}{\lambda} 2\pi = \frac{1{,}5\lambda}{\lambda} 2\pi = 3\pi \,\text{rad}. \quad \text{(Odpověď)}$$

Tato hodnota φ splňuje podmínku rov. (18.23) s $m = 1$, což odpovídá destruktivní interferenci. Obdobně je tomu s rov. (18.25), která je pro $\Delta L = 1{,}5\lambda$ splněna také s $m = 1$. Všimněte si, že vzdálenost bodu P_2 od zdroje Z_2 nemá vliv na výsledek.

(c) Na obr. 18.8b je kružnice s poloměrem mnohem větším než a, jejíž střed leží mezi zdroji Z_1 a Z_2. V kolika bodech (N) na kružnici nastává konstruktivní interference?

ŘEŠENÍ: Již víme z (a), že v bodech A a B, v nichž rovina symetrie je kolmá na spojnici od zdrojů a protíná kružnici (obr. 18.8b), je dráhový rozdíl $\Delta L = 0$. Z (b) víme, že dráhový rozdíl činí $\Delta L = 1{,}5\lambda$ v bodech C a D, kde kružnice protíná přímku procházející oběma zdroji. Odtud vyplývá, že na kružnici musí existovat mezilehlé body, v nichž je $\Delta L = 1{,}0\lambda$. V těchto bodech nastane konstruktivní interference. I když neurčíme polohy těchto bodů přesně, můžeme je alespoň přibližně na obr. 18.8b odhadnout. Spočítáme-li konstruktivní interferenční body na kružnici, dostaneme odpověď

$$N = 6. \quad \text{(Odpověď)}$$

KONTROLA 2: Kdyby byla vzdálenost a mezi zdroji Z_1 a Z_2 z př. 18.3 rovna 4λ, jaký typ interference by nastal (a) v bodě P_1, (b) v bodě v P_2? Zjistěte odpovídající hodnotu m.

18.5 INTENZITA ZVUKU A JEJÍ HLADINA

Zkusili jste někdy spát při hlasité hudbě? Určitě jste si všimli, že existuje ještě další vlastnost zvuku kromě vlnové délky, frekvence a rychlosti. Touto vlastností je **intenzita**. Intenzita zvuku I je dána průměrnou energií vlnění, která projde za jednotku času jednotkovou plochou kolmou ke směru šíření. Platí tedy

$$I = \frac{P}{S}, \quad (18.26)$$

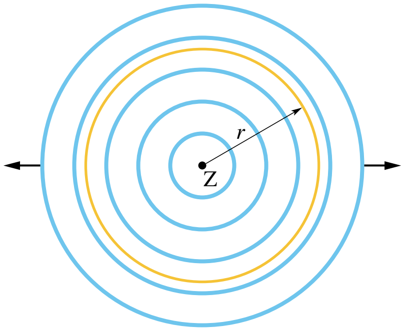
kde P je výkon zvukové vlny dopadající na plochu S. Intenzita I je s amplitudou polohové výchylky s_m svázána vztahem

$$I = \tfrac{1}{2}\varrho v \omega^2 s_m^2. \qquad (18.27)$$

Tento vztah brzy odvodíme.

Změna intenzity se vzdáleností

U skutečného zvuku je změna intenzity se vzdáleností velmi složitou záležitostí. Některé zdroje (např. reproduktory) mohou vysílat zvuk jen do určitého směru, skutečné prostředí zase umožňuje odraz zvukových vln a tedy vznik ozvěn. V některých případech však můžeme zanedbat vliv ozvěn a předpokládat, že vlnění se od zdroje šíří *izotropně*, tj. se stejnou intenzitou do všech směrů. Na obr. 18.9 jsou v jednom časovém okamžiku vlnoplochy z izotropního bodového zdroje Z.



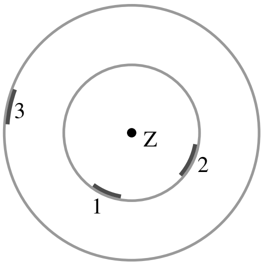
Obr. 18.9 Od bodového zdroje Z vycházejí zvukové vlny rovnoměrně do všech směrů. Vlny procházejí myšlenou koulí se středem v Z a poloměrem r.

Předpokládejme nyní, že se celková mechanická energie vln při šíření od zdroje zachovává. Do bodu Z položme střed myšlené koule o poloměru r (obr. 18.9). Veškerá energie ze zdroje musí procházet povrchem této koule, a proto bude výkon vln procházející povrchem koule roven výkonu P_Z zdroje. Z rov. (18.26) tedy plyne, že intenzita I je v každém bodu na povrchu koule rovna

$$I = \frac{P_Z}{4\pi r^2}, \qquad (18.28)$$

kde $4\pi r^2$ je velikost povrchu koule. Vztah (18.28) znamená, že intenzita zvuku izotropního bodového zdroje klesá se čtvercem vzdálenosti r od zdroje.

KONTROLA 3: Na obrázku jsou tři malé plošky 1, 2 a 3 ležící na povrchu myšlených koulí, jejichž společný střed leží v bodovém izotropním zdroji Z. Výkon procházející všemi ploškami je stejný. Seřaďte sestupně plošky (a) podle intenzity zvuku a (b) podle jejich plochy.



Stupnice v decibelech

V př. 18.2 jsme viděli, že amplituda polohové výchylky, kterou může lidské ucho zaznamenat, leží v intervalu hodnot od 10^{-5} m (u nejhlasitějšího snesitelného zvuku) do 10^{-11} m (u nejslabšího slyšitelného zvuku). Poměr těchto hodnot je 10^6. Z rov. (18.27) vidíme, že intenzita zvuku závisí na *kvadrátu* amplitudy vlny. Poměr intenzit odpovídajících hranicím uchem slyšitelných zvuků tedy bude 10^{12}. Lidské ucho slyší zvuky skutečně v ohromném rozpětí intenzit.

Zvuk může rozkmitat stěnu sklenice. Pokud vlivem zvuku vznikne stojaté vlnění a intenzita zvuku je dostatečná, sklenice praskne.

Abychom mohli zacházet s tak velkou oblastí hodnot, použijeme funkci logaritmus. Uvažujme vztahy

$$x = 10^y \quad \text{neboli} \quad y = \log x,$$

kde x a y jsou proměnné. Logaritmus má tu vlastnost, že když *vynásobíme* x číslem 10, zvýší se hodnota y o 1. Pišme pro lepší představu

$$y_1 = \log 10x = \log 10 + \log x = 1 + y.$$

Podobně, vynásobíme-li x číslem $1\cdot 10^{12}$, zvýší se y pouze o 12. Je tedy daleko výhodnější namísto intenzity zvuku I mluvit o **hladině intenzity zvuku** β definované jako

$$\beta = (10\,\mathrm{dB}) \log \frac{I}{I_0}, \tag{18.29}$$

kde dB je zkratka pro **decibel**, jednotku hladiny intenzity zvuku, pojmenovanou na počest Alexandra Grahama Bella. Hodnota I_0 v rov. (18.29) je standardní referenční intenzita ($10^{-12}\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}}$), vybraná jako zhruba nejnižší lidským uchem slyšitelná úroveň zvuku. Pro $I = I_0$ dává rov. (18.29) $\beta = 10 \log 1 = 0$, referenční hladina odpovídá tedy nulové hodnotě v decibelech. Hodnota β se zvyšuje o 10 dB pokaždé, vzroste-li intenzita zvuku o jeden řád (zvětší-li se desetkrát). Hodnota $\beta = 40$ tedy odpovídá intenzitě 10^4krát větší než je referenční hladina. Tab. 18.2 ukazuje hladiny intenzity zvuku v různých situacích. **Hlasitost zvuku** je pak náš subjektivní vjem, související s hladinou intenzity zvuku. Určuje se porovnáváním zkoumaného zvuku s referenčním tónem výšky 1 000 Hz.

Tabulka 18.2 **Některé hladiny intenzity zvuku v dB**

Práh slyšitelnosti	0	Rockový koncert	110
Ševelení listů	10	Práh bolesti	120
Běžný hovor	60	Proudový motor	130

Odvození rov. (18.27)

Postup je obdobný jako při odvození rov. (17.35). Uvažujme (obr. 18.5a) tenkou vrstvičku vzduchu o tloušťce $\mathrm{d}x$, ploše S a hmotnosti $\mathrm{d}m$ kmitající v procházející zvukové vlně dle rov. (18.13). Kinetická energie $\mathrm{d}E_\mathrm{k}$ vrstvičky vzduchu je

$$\mathrm{d}E_\mathrm{k} = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{d}m v_s^2, \tag{18.30}$$

kde v_s není rychlost procházející vlny, ale rychlost kmitání tohoto elementu vzduchu. Obdržíme ji z rov. (18.13) jako

$$v_s = \frac{\partial s}{\partial t} = -\omega s_\mathrm{m} \sin(kx - \omega t).$$

Užitím tohoto vztahu a dosazením $dm = \varrho S\,\mathrm{d}x$ upravíme rov. (18.30) na tvar

$$\mathrm{d}E_\mathrm{k} = \tfrac{1}{2}(\varrho S\,\mathrm{d}x)(-\omega s_\mathrm{m})^2 \sin^2(kx - \omega t). \tag{18.31}$$

Průměrnou kinetickou energii připadající na jednotkovou tloušťku vrstvy vzduchu vypočteme integrací:

$$\overline{E_\mathrm{k}} = \frac{1}{\lambda}\int_0^\lambda \mathrm{d}E_\mathrm{k}. \tag{18.32}$$

Dosazením z rov. (18.31) dostaneme:

$$\overline{E_\mathrm{k}} = \tfrac{1}{4}\varrho S\omega^2 s_\mathrm{m}^2. \tag{18.33}$$

Při odvození tohoto vztahu jsme použili toho, že průměrná hodnota kvadrátu funkce sinus (nebo kosinus) na intervalu délky λ je 1/2. Předpokládejme, že je *potenciální* energie nesena spolu s vlnou a má stejnou průměrnou hodnotu jako energie kinetická. Intenzita I vlny, což je průměrná hodnota energie (kinetické + potenciální) prošlé jednotkovou plochou za jednotku času, je

$$I = \frac{1}{S}(\overline{E_\mathrm{k}} + \overline{E_\mathrm{p}})v = \frac{2}{S}\overline{E_\mathrm{k}}v = \tfrac{1}{2}\varrho v\omega^2 s_\mathrm{m}^2,$$

což je právě rov. (18.27), kterou jsme chtěli odvodit.

PŘÍKLAD 18.4

Elektrická jiskra letící po přímé dráze o délce $h = 10\,\mathrm{m}$ vysílá zvukový pulz, který se šíří radiálně symetricky od jiskry. Říkáme, že jiskra je v tomto případě *čárový zdroj zvuku*. Výkon vysílaného záření je $P_\mathrm{Z} = 1{,}6\cdot 10^4\,\mathrm{W}$.

(a) Jaká je intenzita I, dosáhne-li zvukový pulz vzdálenosti $r = 12\,\mathrm{m}$ od jiskry?

ŘEŠENÍ: Představme si myšlený válec (s otevřenými konci) o poloměru $r = 12\,\mathrm{m}$ a výšce $h = 10\,\mathrm{m}$, na jehož ose se nachází dráha jiskry (obr. 18.10). Množství energie, které prochází povrchem válce, se musí rovnat výkonu P_Z, se kterým zdroj energii vysílá. Podle rov. (18.26) musí být intenzita I na povrchu válce rovna výkonu P_Z dělenému velikostí jeho pláště $2\pi rh$:

$$I = \frac{P_\mathrm{Z}}{2\pi rh}. \tag{18.34}$$

Tento vztah nám říká, že intenzita zvuku z *čárového* zdroje klesá se vzdáleností jako r (a ne jako r^2, jak tomu bylo u *bodového* zdroje). Dosazením zadaných hodnot dostáváme výsledek

$$I = \frac{(1{,}6\cdot 10^4\,\mathrm{W})}{2\pi(12\,\mathrm{m})(10\,\mathrm{m})} = $$
$$= 21{,}2\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}} \doteq 21\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

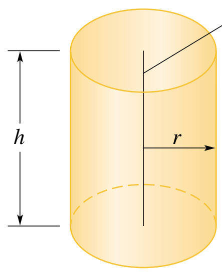
(b) Jak velký výkon registruje akustický detektor o ploše $S_\mathrm{D} = 2{,}0\,\mathrm{cm}^2$ zaměřený na jiskru ve vzdálenosti $r = 12\,\mathrm{m}$ od ní?

ŘEŠENÍ: Z rov. (18.26) víme, že

$$I = \frac{P_D}{S_D}.$$

Odtud dostaneme po dosazení zadané plochy S_D a intenzity I z části (a)

$$P_D = (21{,}2\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}})(2{,}0{\cdot}10^{-4}\,\mathrm{m^2}) = 4{,}2\,\mathrm{mW}. \text{ (Odpověď)}$$



Obr. 18.10 Příklad 18.4. Jiskra radiálně vysílá zvukové vlny podél své přímé dráhy délky h. Vlny procházejí povrchem válce o poloměru r a výšce h, jehož osu tvoří dráha jiskry.

PŘÍKLAD 18.5

V roce 1976 vytvořila skupina Who rekord v hlasitosti koncertu. Hladina intenzity zvuku byla ve vzdálenosti 46 m před reproduktory $\beta_2 = 120\,\mathrm{dB}$. Jaký je poměr intenzity I_2 zvuku v daném místě ku intenzitě I_1 bucharu pracujícího s hladinou intenzity zvuku $\beta_1 = 92\,\mathrm{dB}$?

ŘEŠENÍ: Napišme poměr obou intenzit jako

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{I_2/I_0}{I_1/I_0}.$$

Logaritmováním a vynásobením hodnotou 10 dB dostáváme

$$(10\,\mathrm{dB})\log\frac{I_2}{I_1} = (10\,\mathrm{dB})\log\frac{I_2}{I_0} - (10\,\mathrm{dB})\log\frac{I_1}{I_0}.$$

Z rov. (18.29) pak vidíme, že členy na pravé straně rovnice jsou právě β_2 a β_1. Odtud plyne

$$(10\,\mathrm{dB})\log\frac{I_2}{I_1} = \beta_2 - \beta_1. \qquad (18.35)$$

Všimněme si, že *poměr* dvou intenzit odpovídá *rozdílu* příslušných hladin intenzit zvuku. Dosazením zadaných dat dostáváme

$$(10\,\mathrm{dB})\log\frac{I_2}{I_1} = 120\,\mathrm{dB} - 92\,\mathrm{dB} = 28\,\mathrm{dB}$$

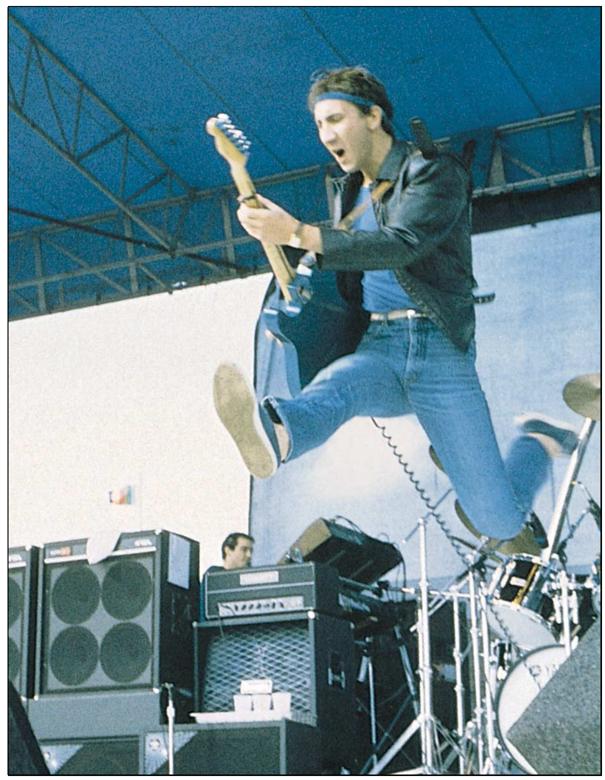
a

$$\log\frac{I_2}{I_1} = \frac{28\,\mathrm{dB}}{10\,\mathrm{dB}} = 2{,}8.$$

Odlogaritmováním obou stran dostaneme

$$\frac{I_2}{I_1} = 630.$$

Skupina Who byla opravdu velmi hlučná. Krátkodobý vliv intenzit tak velkých jako u uvedeného bucharu nebo koncertu Who má za následek dočasné poruchy sluchu. Opakovaný a delší vliv takových intenzit může způsobit jeho trvalé poškození (obr. 18.11). Ztráta sluchu je vážné riziko pro kohokoliv, kdo poslouchá heavy metal nebo jinou velmi hlučnou hudbu.



Obr. 18.11 Příklad 18.5. Peter Townshend ze skupiny Who hrající před reproduktory. Opakovaný a dlouhodobý vliv zvuku o nejvyšších intenzitách, speciálně při hraní přímo u reproduktoru kvůli zpětné vazbě, mu přivodil trvalé poškození sluchu.

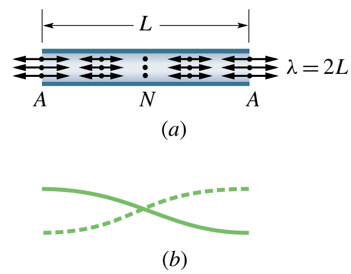
18.6 ZDROJE HUDEBNÍHO ZVUKU

Hudební zvuky mohou být vytvořeny kmitáním strun (kytara, klavír, housle), membrán (bubny, tamburína), vzduchového sloupce (flétna, hoboj, varhany, fujara — obr. 18.12), dřevěných nebo kovových tyček (marimba, xylofon) nebo mnoha jiných těles. Většina nástrojů také obsahuje více než jednu kmitající část. U houslí se např. na tvorbě zvuku nepodílejí pouze struny, ale i celé tělo (**korpus**) nástroje. Zopakujme z kap. 17, že stojaté vlnění může vzniknout na struně, napneme-li ji mezi dva pevné body. Vznikne z postupných vln, které běží po struně a odrážejí se na jejích pevných koncích. Vlnová délka takových vln musí odpovídat *vlastní frekvenci* struny. Stojaté vlny pak mohou dlouho kmitat s velkou amplitudou, rozechvívají okolní vzduch a vzniká tak dobře slyšitelný tón o frekvenci kmitající struny. Takto vytváří zvuk např. kytarista.

Obr. 18.12 Při hře na tradiční slovenský nástroj fujaru kmitá uvnitř vzduchový sloupec.

Stojaté vlnění můžeme obdobně vytvořit i v **píšťale** — ve vzduchem naplněné trubici. Zvuková vlna šířící se v trubici se odráží na jejích koncích. (Takový odraz vzniká, i když jsou konce trubice otevřeny, ale pak není odraz tak dokonalý jako u konce uzavřeného). Pokud délka vlny odpovídá délce trubice, vznikne složením proti sobě běžících vln vlna stojatá. I její vlnová délka musí opět odpovídat *vlastní frekvenci* trubice. Stojaté vlny pak opět mohou dlouho kmitat s velkou amplitudou, rozechvívají okolní vzduch a opět vzniká dobře slyšitelný tón. Takto vytváří zvuk např. varhaník.

Mnoho dalších vlastností stojatých zvukových vln je podobných vlnám na struně: uzavřený konec trubice odpovídá upevněnému konci struny, ve kterém se nachází uzel (nulový rozkmit). Otevřený konec trubice odpovídá volně pohyblivému konci struny na kroužku podle obr. 17.16b, kde se zhruba nachází kmitna. (Ve skutečnosti je kmitna až kousek za koncem trubice, ale tímto detailem se zde nebudeme zabývat). Nejjednodušší stojaté vlnění můžeme vytvořit v trubici s oběma otevřenými konci, jak ukazuje obr. 18.13a. Na koncích trubice jsou kmitny, uprostřed trubice je tedy uzel. Nejjednodušší vysvětlení vzniku takové podélné stojaté vlny je (obr. 18.13b) analogie se stojatou příčnou vlnou na struně. Stojatá vlna na obr. 18.13a se nazývá **základní mód kmitání** neboli **první harmonická**. Aby mohla vzniknout, musí být vlnová délka λ takové vlny v trubici o délce L rovna $\lambda = 2L$. Několik dalších stojatých vln v trubici s otevřenými konci je znázorněno na obr. 18.14a pomocí analogie s vlnami na struně. *Druhá harmonická* potřebuje vlnovou délku $\lambda = L$, *třetí harmonická* vlnovou délku $\lambda = 2L/3$ atd.



Obr. 18.13 (a) Nejjednodušší podélná stojatá zvuková vlna v trubici s oběma otevřenými konci má kmitny na koncích v bodech A a uzel v bodě N uprostřed trubice. (Výchylky jsou znázorněny dvojitými šipkami různé velikosti.) (b) Odpovídající příčná stojatá vlna na struně.

Obecněji řečeno, vlastní frekvence pro trubici délky L s oběma konci otevřenými odpovídají vlnovým délkám

$$\lambda = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots), \tag{18.36}$$

kde n je pořadové číslo příslušné harmonické. Vlastní frekvence jsou pak dány vztahem

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2L} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots), \tag{18.37}$$

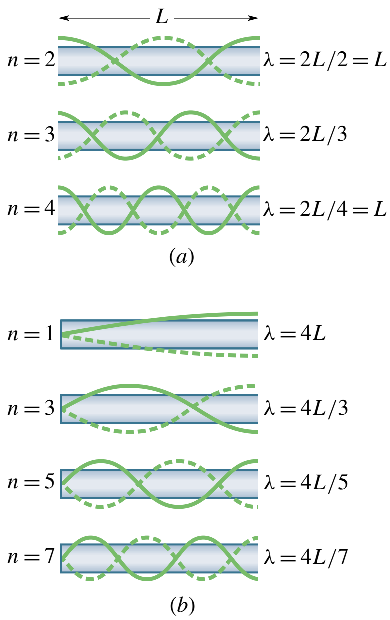
(píšťala s oběma otevřenými konci),

kde v je rychlost zvuku.

Obr. 18.14b ukazuje v analogii se strunou některé stojaté vlny, které mohou vzniknout v trubici s jedním otevřeným koncem. V otevřeném konci se nachází kmitna a v uzavřeném uzel. Pro nejjednodušší stojatou vlnu je třeba, aby vlnová délka splňovala vztah $L = \lambda/4$, tedy $\lambda = 4L$. Druhá nejjednodušší stojatá vlna má vlnovou délku $L = 3\lambda/4$, tedy $\lambda = 4L/3$ atd.

Obecněji řečeno, vlastní frekvence pro trubici délky L jen s jedním otevřeným koncem odpovídá vlnovým délkám

$$\lambda = \frac{4L}{n} \quad (n = 1, 3, 5, \ldots), \tag{18.38}$$



Obr. 18.14 Typy stojatých vln, které známe ze struny, nakreslené přes trubice pro znázornění stojatých zvukových vln. (a) Jsou-li *oba* konce trubice otevřené, mohou v ní vzniknout všechny harmonické. (b) Je-li však *jeden* konec uzavřený, mohou vzniknout jen liché harmonické.

kde číslo harmonické n musí být liché. Vlastní frekvence jsou pak

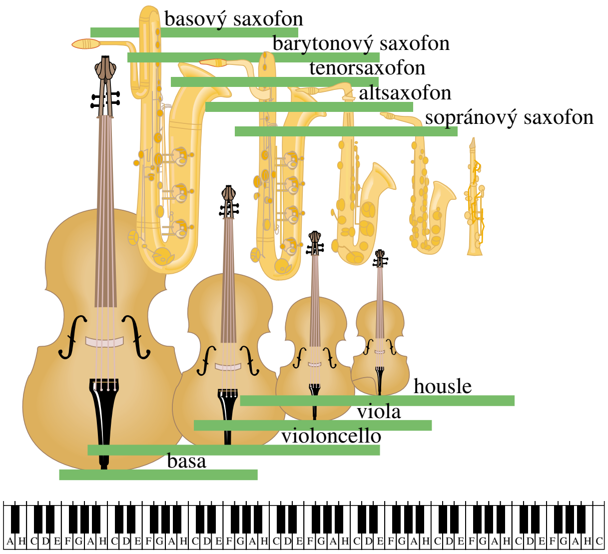
$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{4L} \quad (n = 1, 3, 5, \ldots) \tag{18.39}$$

(píšťala s jediným otevřeným koncem).

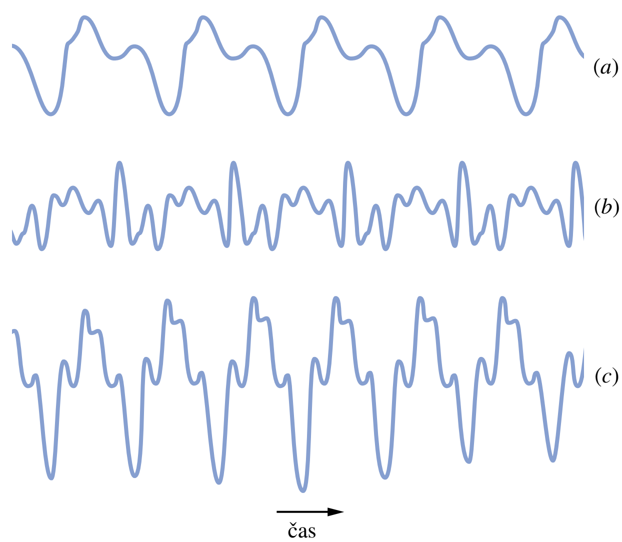
Ještě jednou zdůrazněme, že v trubici s jediným otevřeným koncem mohou existovat jen liché harmonické. Např. druhá harmonická s $n = 2$ nemůže v takové trubici vzniknout. Všimněme si také, že v takovém případě spojení „třetí harmonická“ stále znamená harmonickou s $n = 3$, a ne v pořadí třetí možnou harmonickou, vyskytující se v této trubici (zde např. $n = 5$).

Velikost hudebního nástroje je dána rozsahem frekvencí, pro který byl nástroj stavěn: menší velikost odpovídá vyšším frekvencím. Obr. 18.15 ukazuje jako příklad různé druhy saxofonů a smyčcových nástrojů s příslušným frekvenčním rozsahem. Rozsah každého nástroje se překrývá s rozsahy jeho sousedů.

V jakémkoli systému, ve kterém vzniká zvuk, ať už je to houslová struna nebo vzduchový sloupec v píšťale varhan, vznikají vedle základní frekvence obvykle i vyšší harmonické; ty se s ní sčítají a vytvářejí **barvu** tónu. U různých nástrojů mají vyšší harmonické různé intenzity, což způsobuje různé zabarvení téhož tónu hraného různými nástroji. Obr. 18.16 ukazuje, jak se vlny se stejnou základní frekvencí mohou u různých nástrojů lišit.



Obr. 18.15 Vztah mezi velikostí hudebního nástroje a jeho frekvenčním rozsahem na příkladu jednak smyčcových nástrojů, jednak různých druhů saxofonů. Frekvenční rozsah každého nástroje je znázorněn vodorovnou linkou podél měřítka frekvencí (zobrazeného klaviaturou dole; frekvence roste zleva doprava).



Obr. 18.16 Tóny stejné výšky (tedy vlny se stejnou první harmonickou) vytvořené (a) flétnou, (b) hobojem a (c) saxofonem.

PŘÍKLAD 18.6

Slabý šum pozadí vytvoří stojatou vlnu v lepenkové trubici s otevřenými konci, jejíž délka je $L = 67{,}0\,\mathrm{cm}$. Předpokládejme, že rychlost zvuku ve vzduchu v trubici je $343\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$.

(a) Jakou frekvenci uslyšíme, když přiložíme ucho ke konci trubice?

ŘEŠENÍ: Svým uchem příslušný konec trubice uzavíráme. Základní frekvence je tedy dána rov. (18.39) pro $n = 1$:

$$f = \frac{v}{4L} = \frac{(343\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})}{4(0{,}670\,\mathrm{m})} = 128\,\mathrm{Hz}. \quad \text{(Odpověď)}$$

Jestliže šum pozadí obsahuje i vyšší harmonické, např. třetí, pak můžeme uslyšet také frekvence, jež jsou lichými násobky 128 Hz.

(b) Jakou frekvenci uslyšíme, když oddálíme svou hlavu tak, aby trubice měla oba konce otevřené?

ŘEŠENÍ: Pro oba konce otevřené je základní frekvence dána rov. (18.37) pro $n = 1$:

$$f = \frac{v}{2L} = \frac{(343\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})}{2(0{,}670\,\mathrm{m})} = 256\,\mathrm{Hz}. \quad \text{(Odpověď)}$$

Jestliže šum pozadí obsahuje i vyšší harmonické, jako např. druhou, pak uslyšíme také frekvence, jež jsou celočíselnými násobky 256 Hz. V každém případě ale již zvuk s frekvencí 128 Hz slyšet nebudeme.

KONTROLA 4: Trubice A délky L a trubice B délky $2L$ mají každá oba konce otevřené. Kolikátá harmonická, příslušná trubici B, má stejnou frekvenci jako základní tón trubice A?

18.7 ZÁZNĚJE

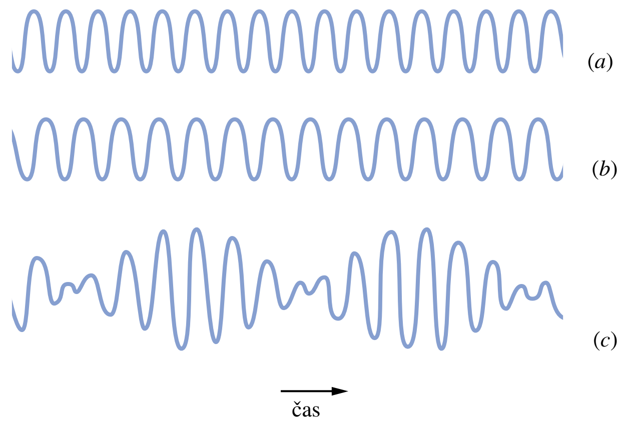
Když posloucháme po sobě dva tóny, jejichž frekvence jsou řekněme 552 Hz a 564 Hz, většina z nás je od sebe nedokáže odlišit. Když ale oba tóny dorazí do našeho ucha současně, uslyšíme tón, jehož frekvence je 558 Hz, tedy průměr původních dvou frekvencí. Navíc zaznamenáme střídavé změny v intenzitě zvuku: ta roste a opět klesá v poměrně pomalých rázech, které se opakují s frekvencí 12 Hz, tedy rozdílem obou původních frekvencí. Obr. 18.17 ukazuje tyto **rázy** neboli **zázněje**.

Nechť je časový průběh výchylek dvou zvukových vln v daném místě určen vztahem

$$s_1 = s_\mathrm{m} \cos \omega_1 t \qquad \text{a} \qquad s_2 = s_\mathrm{m} \cos \omega_2 t. \qquad (18.40)$$

(Předpokládáme pro jednoduchost, že vlny mají stejnou amplitudu.) Podle principu superpozice je výsledná výchylka rovna

$$s = s_1 + s_2 = s_\mathrm{m}(\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t).$$



Obr. 18.17 (a, b) Průběh tlaku Δp dvou zvukových vln, měřený pro každou vlnu zvlášť. Frekvence vln jsou téměř stejné. (c) Výsledný průběh tlaku v případě, že jsou vlny měřeny současně.

Goniometrická identita (dodatek E)

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)\cos\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)$$

nám umožní přepsat výslednou výchylku do tvaru

$$s = 2s_\mathrm{m} \cos\tfrac{1}{2}(\omega_1-\omega_2)t \cos\tfrac{1}{2}(\omega_1+\omega_2)t. \qquad (18.41)$$

Když ještě položíme

$$\omega' = \tfrac{1}{2}(\omega_1-\omega_2) \quad \text{a} \quad \omega = \tfrac{1}{2}(\omega_1+\omega_2), \qquad (18.42)$$

můžeme přepsat rov. (18.41) do tvaru

$$s(t) = (2s_\mathrm{m}\cos\omega' t)\cos\omega t. \qquad (18.43)$$

Předpokládejme nyní, že úhlové frekvence ω_1 a ω_2 skládajících se vln jsou skoro stejné, tedy že v rov. (18.42) platí $\omega \gg \omega'$. Potom můžeme považovat rov. (18.43) za kosinusoidu, jejíž úhlová frekvence je ω a amplituda je výraz v závorce (který není konstantní, ale pozvolna roste a klesá, a to s frekvencí ω').

Tato amplituda bude maximální, kdykoli $\cos\omega' t$ v rovnici (18.43) bude roven jedné nebo minus jedné; to nastane během každé periody kosinusoidy dvakrát. Protože $\cos\omega' t$ má úhlovou frekvenci ω', bude úhlová frekvence, s kterou se budou opakovat rázy, rovna $\omega_\text{rázy} = 2\omega'$. Potom s pomocí rov. (18.42) můžeme psát

$$\omega_\text{rázy} = 2\omega' = 2(\tfrac{1}{2})(\omega_1-\omega_2) = \omega_1-\omega_2.$$

Protože ale platí $\omega = 2\pi f$, můžeme psát

$$f_\text{rázy} = f_1 - f_2 \quad \text{(frekvence záznějů)}. \qquad (18.44)$$

Hudebníci používají zázněje k ladění svých nástrojů. Když necháme nástroj znít současně s nějakou standardní frekvencí (např. komorním a hraným na první hoboj) a ladíme jej, dokud rázy nezaniknou, bude nástroj sladěn s tímto standardem. Ve Vídni, proslavenou její dávnou hudební tradicí, je **komorní a** (a^1, 440 Hz) zavedeno jako telefonní služba pro potřeby profesionálních i amatérských hudebníků ve městě.

PŘÍKLAD 18.7

Chcete naladit notu „a“ na klavíru na její správnou frekvenci 220 Hz, ale máte k dispozici jen ladičku „a^1“ s frekvencí 440 Hz. Jak budete postupovat?

ŘEŠENÍ: Tyto dvě frekvence jsou příliš vzdálené na to, aby vytvořily rázy. Připomeňme si naši analýzu rov. (18.43), kde jsme předpokládali, že skládající se frekvence jsou dostatečně blízko. Použijeme ale toho, že 440 Hz = 2 · 220 Hz je druhá harmonická frekvence 220 Hz.

Předpokládejme, že struna klavíru je rozladěna, tj. její základní frekvence není přesně 220 Hz. Posloucháme rázy mezi základní frekvencí ladičky a druhou harmonickou „a^1“ tónu „a“ na klavíru, přičemž slyšíme rázy s frekvencí např. 6 Hz. Pak povolujeme nebo utahujeme strunu, dokud rázy nezmizí — a struna je naladěna.

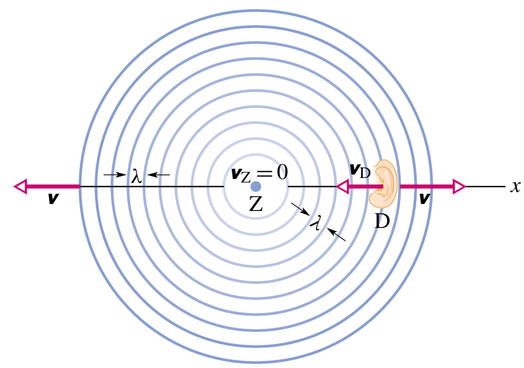
KONTROLA 5: V př. 18.7 přitáhneme strunu a frekvence rázů vzroste z 6 Hz na 7 Hz. Máme pokračovat s utahováním struny, nebo ji naopak povolit, abychom ji správně naladili?

18.8 DOPPLERŮV JEV

Siréna policejního auta zaparkovaného u kraje silnice vydává zvuk o frekvenci 1 000 Hz. Jestliže také parkujete u kraje, uslyšíte tutéž frekvenci. Ale v případě, že se vůči policejnímu autu pohybujete, ať už směrem k němu nebo od něj, uslyšíte jinou frekvenci. Například když se k policejnímu autu *blížíte* rychlostí 120 km/h, uslyšíte *vyšší* frekvenci (1 096 Hz, tedy *nárůst* o 96 Hz). Když se od policejního auta *vzdalujete* stejnou rychlostí, uslyšíte *nižší* frekvenci (904 Hz, tedy *pokles* o 96 Hz).

Tyto změny frekvence v závislosti na pohybu jsou příkladem **Dopplerova jevu**. Tento jev byl objeven (i když ne zcela objasněn) v roce 1842 rakouským fyzikem Johannem Christianem Dopplerem. Experimentálně jeho existenci potvrdil roku 1845 Buys Ballot v Holandsku (použil přitom „… lokomotivu, která táhla otevřený vagon s několika trumpetisty.“).

Dopplerův jev se projevuje nejen u zvukových vln, ale také u elektromagnetických vln včetně mikrovln, rádiových vln a viditelného světla. Policie používá Dopplerův jev u mikrovln k měření rychlosti auta: radarová jednotka vysílá svazek mikrovln jisté frekvence f směrem k přijíždějícímu autu. Mikrovlny, které se odrazí od kovových součástí auta zpět, mají vyšší frekvenci f' úměrnou rychlosti pohybu auta vůči radarové jednotce. Radarová jednotka zachytí rozdíl mezi f a f' a převede jej na rychlost auta, která se pak přímo zobrazí na displeji. Zobrazená rychlost je však správná, jen když se auto pohybuje přímo k radarové jednotce nebo přímo od ní; není-li tomu tak, je měřená frekvence f' nižší a tím vyjde nižší i měřená rychlost.



Obr. 18.18 Stacionární zdroj zvuku Z vysílá kulové vlnoplochy (znázorněné ve vzdálenosti jedné vlnové délky), které se rozbíhají rychlostí v. Detektor zvuku D (zobrazený jako ucho) se pohybuje rychlostí v_D ke zdroji. Díky svému pohybu zachytí detektor vyšší frekvenci zvuku.

V následujícím rozboru se omezíme na zvukové vlny a za vztažnou soustavu vezmeme vzduch, jímž vlny procházejí. (Pokud není uvedeno jinak, je vzduch v klidu vzhledem k Zemi, takže rychlosti můžeme také měřit vůči Zemi.) Budeme předpokládat, že se Z a D budou pohybovat přímo k sobě nebo přímo od sebe rychlostmi menšími, než je rychlost zvuku.

Nejprve odvodíme rovnice pro Dopplerův jev ve dvou speciálních situacích: (1) pro detektor v pohybu a zdroj v klidu a (2) pro zdroj v pohybu a detektor v klidu. Potom rovnice popisující tyto případy spojíme a dostaneme rovnici obecného Dopplerova jevu, která platí nejen pro oba uvedené případy, ale i pro situace, kdy se zároveň pohybuje zdroj i detektor.

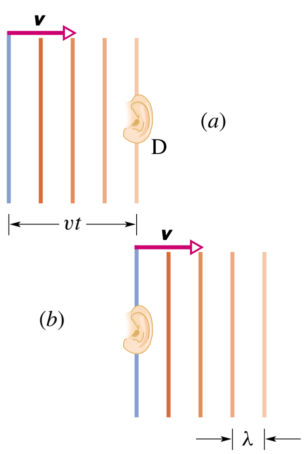
Detektor v pohybu, zdroj v klidu

Na obr. 18.18 se detektor D (znázorněný jako ucho) pohybuje rychlostí v_D směrem ke klidnému zdroji Z, který vysílá kulové vlnoplochy o vlnové délce λ a frekvenci f šířící se rychlostí v zvuku ve vzduchu. Znázorněné vlnoplochy jsou od sebe vzdáleny o jednu vlnovou délku. Frekvence zaznamenaná detektorem D je dána tím, jak často přicházejí vlny na detektor (resp. počtem vlnových délek, které projdou detektorem za jednotku času). Je-li D v klidu, je tato hodnota rovna f, ale když se D pohybuje vstříc vlnoplochám, bude počet prošlých vlnových délek za sekundu větší, tzn. zaznamenáme frekvenci f' vyšší než f.

Uvažujme zatím situaci, kdy je D v klidu (obr. 18.19). Za dobu t se vlnoplochy posunou doprava o vzdálenost vt. Počet vlnových délek na tomto intervalu délky vt odpovídá počtu vlnových délek, které projdou detektorem za dobu t, tzn. tento počet je roven vt/λ. Počet vlnových délek, které projdou detektorem za dobu t (odpovídá frekvenci zaznamenané detektorem), je tedy

$$f = \frac{vt/\lambda}{t} = \frac{v}{\lambda}. \tag{18.45}$$

Zatím je tedy D v klidu a k Dopplerovu jevu nedochází: frekvence zaznamenaná detektorem je shodná s frekvencí vyslanou zdrojem.



Obr. 18.19 Vlnoplochy z obr. 18.18 (pro jednoduchost rovinné) (a) dosáhnou, (b) opustí detektor D, který je v klidu; za dobu t se vlny posunou o vzdálenost vt doprava.

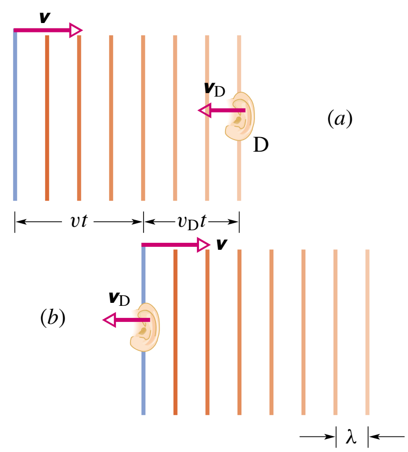
Vraťme se zpět k situaci, kdy se D pohybuje vstříc vlnoplochám (obr. 18.20). Za dobu t se vlnoplochy posunou doprava o vzdálenost vt jako v předchozím případě, ale zároveň se D posune doleva o vzdálenost $v_D t$. Proto se za tuto dobu t posunou vlnoplochy vzhledem k D o vzdálenost $vt + v_D t$. Počet vlnových délek na intervalu této délky $(vt + v_D t)$ je roven počtu vlnových délek, které projdou detektorem za dobu t, tedy $(vt + v_D t)/\lambda$. Počet vlnových délek, které projdou detektorem za jednotku času (je roven frekvenci f' zaznamenané detektorem), je dán vztahem

$$f' = \frac{(vt + v_D t)/\lambda}{t} = \frac{v + v_D}{\lambda}. \tag{18.46}$$

Z rov. (18.45) víme, že platí $\lambda = v/f$. Dosazením do rov. (18.46) dostaneme

$$f' = \frac{v + v_D}{v/f} = f\frac{v + v_D}{v}. \tag{18.47}$$

Všimněme si, že podle rov. (18.47) musí být f' vyšší než f, pokud není $v_D = 0$ (detektor v klidu).



Obr. 18.20 Vlnoplochy (a) přicházejí k detektoru, (b) vzdalují se od detektoru D, který se pohyboval proti nim. Za dobu t se vlnoplochy posunou o vzdálenost vt doprava a D se posune o vzdálenost $v_D t$ doleva.

Podobně odvodíme frekvenci změřenou detektorem v případě, že se detektor pohybuje od zdroje. V takovém případě se vlnoplochy posunou o vzdálenost $vt - v_D t$ vzhledem k D za dobu t a frekvence f' bude dána vztahem

$$f' = f\frac{v - v_D}{v}. \tag{18.48}$$

Podle rov. (18.48) musí být frekvence f' nižší než f, není-li ovšem $v_D = 0$.

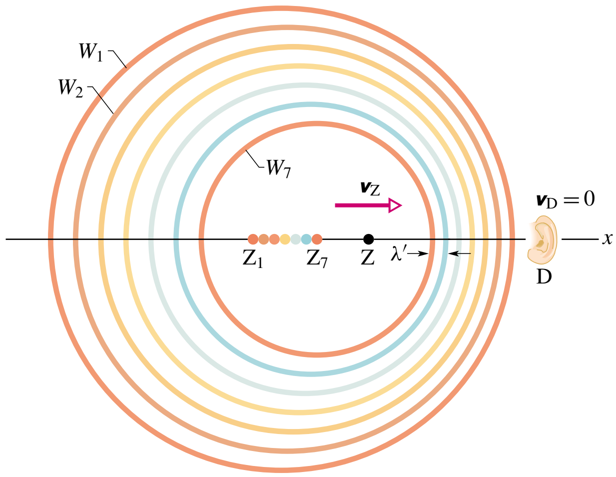
Rov. (18.47) a (18.48) můžeme shrnout do tvaru

$$f' = f\frac{v \pm v_D}{v} \quad \text{(detektor v pohybu; zdroj v klidu).} \tag{18.49}$$

Znaménko v rovnici rov. (18.49) můžeme určit z fyzikální zkušenosti: pohybuje-li se detektor ke zdroji, je frekvence vyšší (*směrem k sobě* znamená *vyšší*), tzn. použijeme znaménko + v čitateli. V opačném případě použijeme znaménko minus.

Zdroj v pohybu; detektor v klidu

Uvažujme detektor D v klidu vzhledem k okolnímu vzduchu a zdroj Z, který se pohybuje k D rychlostí v_Z podle obr. 18.21. Pohybem Z se mění vlnová délka vyslaného zvuku, a tedy i frekvence zaznamenaná detektorem.



Obr. 18.21 Detektor D je v klidu; zdroj se pohybuje směrem k detektoru rychlostí v_Z. Vlnoplocha W_1 byla vyslána v okamžiku, kdy byl zdroj v poloze Z_1, vlnoplocha W_7 byla vyslána, když byl zdroj v Z_7. Ve znázorněném okamžiku je zdroj v poloze Z. Detektor přijímá vyšší frekvenci, protože pohybující se zdroj (dohánějící vyslané vlnoplochy) vysílá zkrácené vlnové délky λ' ve směru svého pohybu.

K popisu této změny položme $T = 1/f$ (doba mezi vysláním libovolné dvojice následujících vlnoploch W_1 a W_2). Během doby T se vlnoplocha W_1 posune o vzdálenost vT a zdroj se posune o vzdálenost $v_Z T$. Po uplynutí T je vyslána vlnoplocha W_2. Ve směru pohybu zdroje je vzdálenost mezi W_1 a W_2 (což je vlnová délka λ') rovna $vT - v_Z T$. Jestliže tyto vlny dopadnou na D, budou zaznamenány s frekvencí f' danou vztahem

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{vT - v_Z T} = \frac{v}{v/f - v_Z/f} = \\ = f\frac{v}{v - v_Z}. \tag{18.50}$$

Všimněme si, že f' je vyšší než f, kromě případu $v_Z = 0$ (zdroj v klidu).

Pohybuje-li se zdroj Z od detektoru, je vlnová délka λ' rovna výrazu $vT + v_Z T$. Pokud tyto vlny přijdou na detektor, zaznamenají se s frekvencí f' danou vztahem

$$f' = f\frac{v}{v + v_Z}. \tag{18.51}$$

V takovém případě musí být f' nižší než f, není-li ovšem $v_Z = 0$ (zdroj v klidu).

Rov. (18.50) a (18.51) můžeme shrnout do tvaru

$$f' = f\frac{v}{v \mp v_Z} \quad \text{(zdroj v pohybu; detektor v klidu).} \tag{18.52}$$

Znaménko v rov. (18.52) můžeme určit ze zkušenosti: jestliže se zdroj pohybuje k detektoru, je frekvence vyšší (*směrem k sobě* znamená *vyšší*), tzn. ve jmenovateli je znaménko minus. V opačném případě použijeme znaménko $+$.

Rovnice obecného Dopplerova jevu

Spojením rov. (18.49) a (18.52) vznikne vztah pro obecný Dopplerův jev, kdy se detektor i zdroj pohybují vzhledem k okolnímu vzduchu. Nahrazením f v rov. (18.52) (frekvence zdroje) frekvencí f' z rov. (18.49) (frekvence spojená s pohybem detektoru) dostaneme

$$f' = f\frac{v \pm v_D}{v \mp v_Z} \quad \text{(obecný Dopplerův jev).} \tag{18.53}$$

Speciálně, dosazením $v_Z = 0$ do rov. (18.53) dostaneme rov. (18.49); podobně dosazením $v_D = 0$ dostaneme (18.52). Znaménka plus a minus v rov. (18.53) jsou určena stejně jako v rovnicích (18.49) a (18.52): *směrem k sobě* znamená *vyšší* frekvence.

Dopplerův jev při malých rychlostech

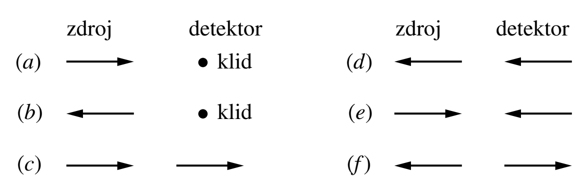
Dopplerův jev pro pohybující se detektor (popsaný rovnicí (18.49)) je různý od případu, kdy se pohybuje zdroj (podle rov. (18.52)), i když se detektor a zdroj pohybují vůči vzduchu stejně rychle. Pokud jsou však jejich rychlosti dostatečně malé (tzn. $v_D \ll v$ i $v_Z \ll v$), jsou změny frekvencí způsobené těmito dvěma pohyby stejné.

Užitím binomické věty (viz bod 7.2) můžeme ukázat, že rov. (18.53) lze upravit do tvaru

$$f' \approx f\left(1 \pm \frac{u}{v}\right) \quad \text{(malé rychlosti),} \tag{18.54}$$

ve kterém $u = |v_Z \pm v_D|$ je rychlost *relativního* pohybu zdroje vzhledem k detektoru. Pravidlo pro znaménka zůstává stejné: jestliže se detektor a zdroj pohybují směrem *k sobě*, dostáváme *vyšší* frekvenci a v rov. (18.54) použijeme znaménko $+$. V opačném případě, kdy se zdroj a detektor pohybují *od sebe*, frekvence poklesne a použijeme znaménko minus.

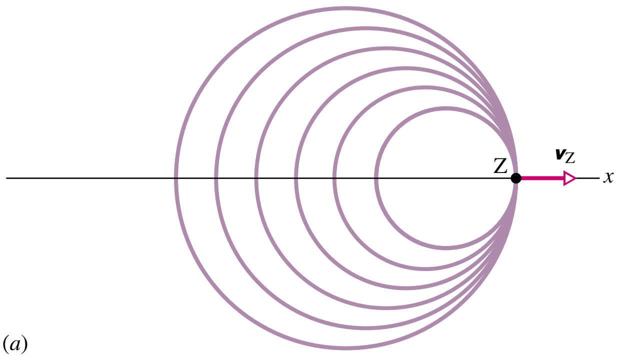
KONTROLA 6: Obrázek znázorňuje pohyb detektoru a zdroje zvuku pro šest situací v klidném vzduchu.

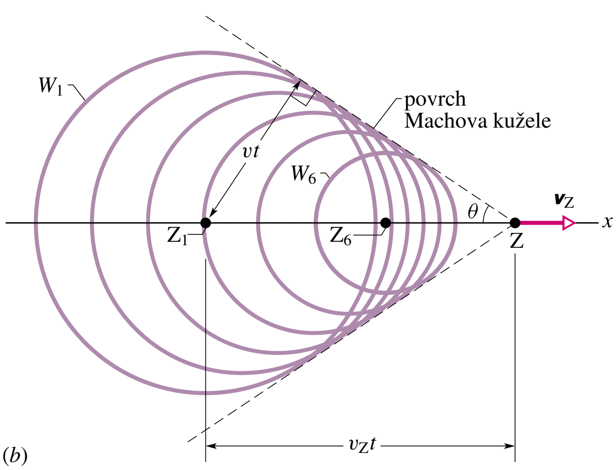


Pro každou situaci rozhodněte, jestli bude změřena frekvence vyšší, nebo nižší než vyslaná frekvence, nebo zda to nemůžeme určit bez dalších informací.

Nadzvukové rychlosti; rázové vlny

Jestliže se zdroj pohybuje směrem ke klidnému detektoru právě rychlostí zvuku, tedy $v_Z = v$, předpovídá rov. (18.52), že frekvence f' bude nekonečně vysoká. To znamená, že se zdroj pohybuje tak rychle, že se stále dotýká již dříve vyslaných vlnoploch, jak ukazuje obr. 18.22a. A co se stane, když rychlost zdroje *překročí* rychlost zvuku?



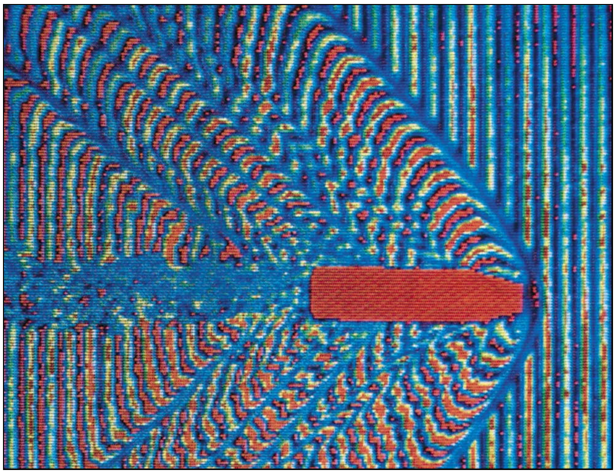


Obr. 18.22 (a) Zdroj zvuku Z se pohybuje rychlostí v_Z právě rovnou rychlosti zvuku, tzn. stejně rychle, jak se pohybují vlnoplochy. (b) Zdroj Z se pohybuje rychlostí větší, než je rychlost zvuku, tzn. rychleji než vlnoplochy. Když byl zdroj v poloze Z_1, vyslal vlnoplochu W_1; v poloze Z_6 vyslal vlnoplochu W_6. Všechny tyto kulové vlnoplochy se šíří rychlostí zvuku v a hromadí se podél povrchu kužele zvaného Machův kužel, čímž vytvářejí rázovou vlnu. Vrcholový úhel kužele je 2θ; kužel je tečný ke všem vlnoplochám.

Pro *nadzvukové* rychlosti už rov. (18.52) neplatí. Takovou situaci popisuje obr. 18.22b, který znázorňuje kulové vlny, vzniklé v různých polohách zdroje. Poloměr každé z vln je na tomto obrázku vt, kde v je rychlost zvuku a t doba, která uplynula od okamžiku, kdy zdroj vlnoplochu vyslal. Všimněme si, že se vlnoplochy hromadí na obálce tvaru V (obr. 18.22b), resp. ve trojrozměrném prostoru na povrchu kužele zvaného **Machův kužel** (podle Ernsta Macha, rodáka z Chrlic u Brna). Povrch tohoto kužele vytváří **rázovou vlnu**, protože nahromaděné vlnoplochy způsobují strmý nárůst a pokles tlaku vzduchu v místě, kterým povrch kužele prochází. Z obr. 18.22b je patrné, že poloviční úhel kužele θ, zvaný **Machův úhel**, je dán vztahem

$$\sin\theta = \frac{vt}{v_Z t} = \frac{v}{v_Z} \quad \text{(Machův úhel).} \tag{18.55}$$

Poměr v_Z/v se nazývá **Machovo číslo**. Jestliže uslyšíte, že letadlo má 2,3 machů, znamená to, že letí 2,3krát rychleji než zvuk ve vzduchu. Rázová vlna způsobená nadzvukovým letadlem nebo střelou (obr. 18.23) vytváří *aerodynamický třesk*, při kterém tlak vzduchu nejprve náhle vzroste a poté klesne pod normál, než se opět vrátí k původní hodnotě.



Obr. 18.23 Obrázek v nepravých barvách. Dvacetimilimetrová střela se pohybuje s Machovým číslem 1,3. Všimněte si prvního Machova kužele vytvořeného čelem střely a sekundárních kuželů vzniklých nepravidelnostmi na povrchu střely.

PŘÍKLAD 18.8

Maketa rakety se pohybuje rychlostí $242\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ klidným vzduchem přímo k nehybnému stožáru. Přitom vysílá zvukové vlny o frekvenci $f = 1\,250\,\mathrm{Hz}$.

(a) Jakou frekvenci f' naměří detektor, který je připevněn ke stožáru?

ŘEŠENÍ: K určení f' použijeme rov. (18.53) pro obecný Dopplerův jev. Protože je detektor v klidu, dosadíme $v_D = 0$. Zdroj zvuku (raketa) se pohybuje *směrem k* detektoru, proto použijeme ve jmenovateli znaménko minus. Dosazením zadaných hodnot a hodnoty $v = 343\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ z tab. 18.1 zjistíme naměřenou frekvenci

$$f' = f\frac{v}{v - v_Z} = (1\,250\,\mathrm{Hz})\frac{(343\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})}{(343\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}) - (242\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})} = \\ = 4\,245\,\mathrm{Hz} \doteq 4\,250\,\mathrm{Hz}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Tento výsledek můžeme zběžně ověřit fyzikální zkušeností: jestliže se zdroj pohybuje *směrem ke* klidnému detektoru, pak změřená frekvence (zde 4 245 Hz) by měla být *vyšší* než vysílaná frekvence (1 250 Hz).

(b) Část zvukové vlny se od stožáru odrazí zpět k raketě, která má svůj vlastní detektor. Jakou frekvenci f'' zaznamená?

ŘEŠENÍ: Stožár nyní slouží jako zdroj zvuku, který působí tak, že odráží zvukovou vlnu, tzn. vytváří ozvěnu. Frekvence vlny odražené od stožáru je stejná jako frekvence $f' = 4\,245\,\mathrm{Hz}$, kterou „vnímá" stožár. Protože nyní je v klidu zdroj (stožár), pokládáme v rov. (18.53) $v_Z = 0$. Detektor (v raketě) se pohybuje k novému zdroji, proto použijeme znaménko + v čitateli. Frekvence zaznamenaná detektorem v raketě je tedy

$$f'' = f'\frac{v + v_D}{v} = (4\,245\,\mathrm{Hz})\frac{(343\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}) + (242\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})}{(343\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})} = \\ = 7\,240\,\mathrm{Hz}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Výsledek můžeme opět zběžně ověřit: jestliže se detektor pohybuje *směrem k* nepohyblivému zdroji, měla by být zaznamenaná frekvence (zde 7 240 Hz) *vyšší* než vyslaná frekvence (4 245 Hz).

KONTROLA 7: V př. 18.8 navíc předpokládejte, že se vzduch pohybuje směrem k tyči rychlostí $20\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Jaká rychlost zdroje v_Z by měla být použita v řešení části (a) a jakou rychlost v_D by měl mít detektor v části (b)?

PŘÍKLAD 18.9

Netopýři se orientují a hledají kořist vysíláním a přijímáním odrazů ultrazvukových vln, jejichž frekvence jsou vyšší než je schopen slyšet člověk. Předpokládejme, že netopýr letí k mušce rychlostí $v_n = 9{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ (vůči zemi), kdežto muška letí k netopýrovi rychlostí $v_m = 8{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ (také vůči zemi). Netopýr ze svých nozder vysílá ultrazvukové vlny o frekvenci f_{nv}, které se odrážejí od mouchy a vracejí zpět k netopýrovi s frekvencí f_{no}. Netopýr upraví vysílanou frekvenci f_{nv} takovým způsobem, že odražená vlna bude mít frekvenci f_{no} rovnou 83 kHz, na které je sluch netopýra nejcitlivější.

(a) Jakou frekvenci f_m slyší muška (taková frekvence se od ní také odráží), když f_{no} je 83 kHz?

ŘEŠENÍ: Vyjdeme z rov. (18.53), kde zdrojem je muška (resp. odražené vlny s frekvencí f_m) a detektorem netopýr (vnímá ozvěnu s frekvencí $f_{no} = 83\,\mathrm{kHz}$). Protože se detektor pohybuje ke zdroji (rychlostí v_n), použijeme znaménko + v čitateli rov. (18.53). Navíc se zdroj pohybuje k detektoru (rychlostí v_m), takže použijeme znaménko minus ve jmenovateli. Tím dostaneme

$$f_{no} = f_m\frac{v + v_n}{v - v_m}$$

neboli

$$(83\,\mathrm{kHz}) = f_m\frac{(343\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}) + (9{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})}{(343\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}) - (8{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})},$$

odkud

$$f_m = 78{,}99\,\mathrm{kHz} \doteq 79\,\mathrm{kHz}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

(b) Jakou frekvenci f_{nv} vysílá netopýr, když slyší frekvenci $f_{no} = 83\,\mathrm{kHz}$?

ŘEŠENÍ: Opět použijeme rov. (18.53), ale nyní je netopýr zdrojem (o frekvenci f_{nv}) a muška detektorem (přijímá frekvenci f_m). Protože se detektor pohybuje ke zdroji (rychlostí v_m), použijeme znaménko + v čitateli rov. (18.53). Zdroj se navíc pohybuje k detektoru (rychlostí v_n), takže použijeme znaménko minus ve jmenovateli. V takovém případě dostaneme

$$f_m = f_{nv}\frac{v + v_m}{v - v_n}$$

neboli

$$(78{,}99\,\mathrm{kHz}) = f_{nv}\frac{(343\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}) + (8{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})}{(343\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}) - (9{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})},$$

odkud

$$f_{nv} = 75\,\mathrm{kHz}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Netopýr určuje relativní rychlost pohybu mušky (17 m/s) z rozdílu 8 kHz (= 83 kHz − 75 kHz), o který musí snížit vysílanou frekvenci, aby slyšel ozvěnu na frekvenci 83 kHz (kde slyší nejlépe). Některé mušky se vyhýbají ulovení tím, že odlétají přímo od směru, ve kterém slyší ultrazvukové vlny. Tato volba dráhy letu zmenšuje rozdíl frekvencí, které netopýr vysílá a přijímá, takže netopýr ozvěnu snadněji přeslechne. Jiné mušky se brání ulovení bzučením, které vytváří jiné ultrazvukové vlny, čímž netopýra zmatou.

18.9 DOPPLERŮV JEV U SVĚTLA

Je lákavé pokusit se použít vztah pro Dopplerův jev, odvozený v předcházející kapitole pro zvukové vlny (rov. (18.53)), také pro světelné vlny, a to jednoduchým dosazením rychlosti světla c místo rychlosti zvuku v. Takovému pokušení je však třeba odolat.

Důvod je zajímavý. Zvukové vlny totiž potřebují prostředí, ve kterém se mohou šířit, zatímco světlo ne. Rychlost zvuku se proto také vždy, na rozdíl od rychlosti světla, měří vzhledem k prostředí. Rychlost světla je ale stejná ve všech inerciálních systémech, a to ve všech směrech. Právě z těchto důvodů, jak ukazuje Einsteinova teorie relativity, závisí Dopplerův jev u světla pouze na vzájemné rychlosti světelného zdroje a detektoru.

Přestože se rovnice Dopplerova jevu pro světlo a pro zvuk od sebe liší, lze je při nízkých rychlostech zjednodušit tak, že mají stejný tvar. (Dokonce je pravda, že *všechny* výsledky získané pomocí teorie relativity přecházejí při nízkých rychlostech na výsledky známé z *klasické* fyziky). Proto lze po dosazení $v = c$ použít rov. (18.54) i pro světelné vlny, pokud platí $u \ll c$, kde u je vzájemná rychlost zdroje a detektoru. Jako dobré přiblížení je tedy možné použít

$$f' = f(1 \pm u/c) \qquad \text{(světlo; } u \ll c\text{)}. \qquad (18.56)$$

Jestliže se k sobě zdroj a detektor *přibližují*, předpokládáme, že frekvence *vzroste*, a podle naší znaménkové dohody použijeme v rov. (18.56) znaménko plus.

Při měření Dopplerova jevu na světelných vlnách v astronomii je snazší měřit vlnovou délku než frekvenci. V rov. (18.56) tedy nahradíme $f = c/\lambda$ a $f' = c/\lambda'$, čímž získáme

$$\lambda' = \lambda(1 \pm u/c)^{-1} \approx \lambda(1 \mp u/c).$$

To můžeme upravit na tvar

$$\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = \mp\frac{u}{c}$$

neboli

$$u = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}c \qquad \text{(světlo; } u \ll c\text{)}, \qquad (18.57)$$

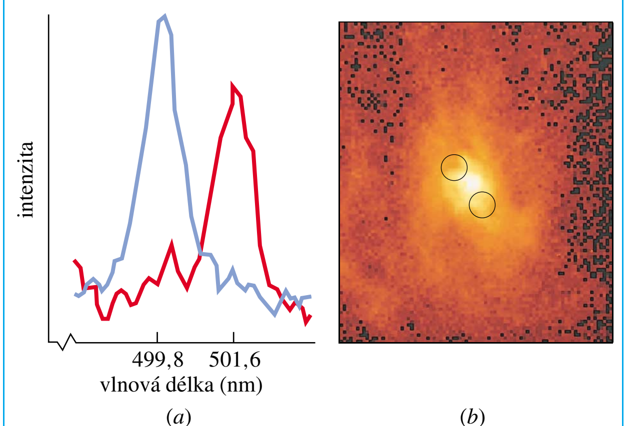
kde $\Delta\lambda$ je *velikost* (bez znaménka) Dopplerova posuvu vlnové délky.

Rov. (18.57) ukazuje, jak můžeme zjistit vzájemnou rychlost zdroje a detektoru ze změny vlnové délky. Pokud se vlnová délka zmenšuje („**modrý posuv**“, neboť modrá část viditelného spektra má kratší vlnovou délku), zvětšuje se frekvence a znamená to, že se zdroj a detektor navzájem přibližují. Pokud se vlnová délka zvětšuje („**rudý posuv**“), zdroj a detektor se vzájemně vzdalují. Astronomové měřící posuvy vlnových délek světla, které k nám přichází z dalekých hvězd a galaxií, zjistili, že světlo ze *všech* vzdálených galaxií vykazuje rudý posuv. To znamená, že všechny tyto galaxie se od nás vzdalují, a to dokonce tím rychleji, čím jsou od nás dál.

PŘÍKLAD 18.10

Obr. 18.24a ukazuje závislost intenzity na vlnové délce světla přicházejícího z mezihvězdného plynu, který se nachází ve dvou protilehlých oblastech galaxie M87 (obr. 18.24b). Jedna křivka má pík (tj. ostré maximum) v 499,8 nm, druhá v 501,6 nm. Plyn obíhá okolo jádra galaxie ve vzdálenosti $r = 100$ světelných let; při jedné straně se tedy pohybuje směrem k nám, při druhé naopak od nás.

(a) Jaká křivka odpovídá pohybu plynu směrem k nám? Jaká je relativní rychlost plynu vzhledem k nám (a vzhledem k jádru galaxie)?



Obr. 18.24 Příklad 18.10. (a) Závislost intenzity na vlnové délce světla vyzařovaného plynem v protilehlých oblastech galaxie M87. (b) Centrální oblast galaxie M87. Kroužky ukazují polohu plynu, jehož intenzita záření je znázorněna v (a). Střed galaxie se nachází uprostřed mezi oběma kroužky.

ŘEŠENÍ: Kdyby se plyn nepohyboval okolo jádra galaxie, naměřili bychom světlo s vlnovou délkou λ (danou procesem emise a rychlostí pohybu galaxie směrem od nás). Vlnová délka světla vysílaného z pohybujícího se plynu se však díky Dopplerovu jevu posouvá. Při pohybu plynu směrem od nás vlnová délka roste, při pohybu směrem k nám klesá. Křivka s maximem v 501,6 nm tedy odpovídá pohybu plynu směrem od nás a křivka s maximem v 499,8 nm odpovídá pohybu směrem k nám.

Předpokládejme, že vzrůst a pokles vlnové délky pohybujícího se plynu je co do velikosti stejný. Potom původní vlnová délka λ musí být průměrem obou posunutých vlnových délek:

$$\lambda = \frac{501{,}6\,\text{nm} + 499{,}8\,\text{nm}}{2} = 500{,}7\,\text{nm}.$$

Dopplerův posuv $\Delta\lambda$ světla z plynu pohybujícího se směrem od nás je pak

$$\Delta\lambda = 501{,}6\,\text{nm} - 500{,}7\,\text{nm} = 0{,}90\,\text{nm}.$$

Dosazením tohoto výsledku a hodnoty $\lambda = 500{,}7$ nm do rov. (18.57) vypočítáme, že se plyn pohybuje směrem od nás rychlostí

$$u = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} c = \frac{(0{,}90\,\mathrm{nm})}{(501{,}6\,\mathrm{nm})}(3{,}0\cdot 10^8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}) = \\ = 5{,}39\cdot 10^5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

(b) Plyn obíhá okolo jádra galaxie, které na něj, díky své hmotnosti M, působí gravitační silou. Jak velká je tato hmotnost v násobcích hmotnosti Slunce $M_S = 1{,}99\cdot 10^{30}$ kg?

ŘEŠENÍ: Z rov. (14.1) vyplývá, že gravitační síla působící na částici plynu o hmotnosti m obíhající ve vzdálenosti r je

$$F = \frac{GMm}{r^2}.$$

Po použití druhého Newtonova zákona na částici plynu a po dosazení dostředivého zrychlení u^2/r za a dostaneme

$$\frac{GMm}{r^2} = ma = \frac{mu^2}{r}.$$

Po dosazení známých hodnot dostaneme

$$M = \frac{u^2 r}{G} = \\ = \frac{(5{,}39\cdot 10^5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}})^2(100\,\mathrm{ly})(9{,}46\cdot 10^{15}\ \mathrm{m/ly})}{(6{,}67\cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}})} = \\ = 4{,}12\cdot 10^{39}\ \mathrm{kg} = 2{,}1\cdot 10^9 M_S. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Tento výsledek nám ukazuje, že v jádru galaxie je namačkána hmota o velikosti dvou miliard Sluncí. To velmi silně nasvědčuje tomu, že jádro galaxie obsahuje *supertěžkou* černou díru.

PŘEHLED & SHRNUTÍ

Zvukové vlny

Zvukové vlny jsou mechanické vlny šířící se pevným, kapalným nebo plynným prostředím. Mohou být podélné (kdekoliv) anebo příčné (pouze v pevných látkách). Rychlost zvukové vlny v v prostředí s modulem objemové pružnosti K a hustotou ϱ je

$$v = \sqrt{\frac{K}{\varrho}} \quad \text{(rychlost zvuku)}. \tag{18.3}$$

Ve vzduchu je při teplotě 20 °C rychlost zvuku 343 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Zvuková vlna způsobuje podélnou výchylku s částice prostředí podle vztahu

$$s(x,t) = s_m \cos(kx - \omega t), \tag{18.13}$$

kde s_m je *amplituda výchylky* (maximální výchylka z rovnovážné polohy), $k = 2\pi/\lambda$, $\omega = 2\pi f$, λ je vlnová délka a f frekvence zvukové vlny. Zvuková vlna také způsobuje odchylku tlaku Δp prostředí od rovnovážného tlaku:

$$\Delta p(x,t) = \Delta p_m \sin(kx - \omega t), \tag{18.14}$$

kde *amplituda tlaku* je

$$\Delta p_m = (v\varrho\omega)s_m. \tag{18.15}$$

Interference

Výsledek interference (skládání) dvou vln o stejné vlnové délce procházejících jedním bodem závisí na jejich fázovém rozdílu φ v tomto bodě. Jestliže jsou obě vlny emitovány ve fázi a šíří se (přibližně) stejným směrem, pak pro φ platí

$$\varphi = \frac{\Delta L}{\lambda} 2\pi, \tag{18.21}$$

kde ΔL je jejich *dráhový rozdíl* (rozdíl mezi vzdálenostmi, které obě vlny urazily do bodu setkání). Podmínky pro úplnou konstruktivní a destruktivní interferenci vln jsou dány vztahy

$$\varphi = 2\pi m, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{18.22}$$

(konstruktivní interference)

a

$$\varphi = 2\pi(m + \tfrac{1}{2}), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{18.23}$$

(destruktivní interference).

Tyto vztahy odpovídají podmínkám

$$\Delta L = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{18.24}$$

(konstruktivní interference)

a

$$\Delta L = (m + \tfrac{1}{2})\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{18.25}$$

(destruktivní interference)

pro dráhový rozdíl ΔL.

Intenzita zvuku

Intenzita I zvukové vlny je průměrný výkon, s jakým prochází energie jednotkovou plochou kolmou na směr šíření:

$$I = \frac{P}{S}, \tag{18.26}$$

kde P je výkon (velikost energie přenesené zvukovou vlnou za jednotku času) a S je velikost plochy, na kterou zvuk dopadá. Intenzita I je svázána s amplitudou zvukové vlny s_m vztahem

$$I = \tfrac{1}{2}\varrho v\omega^2 s_m^2. \tag{18.27}$$

Intenzita ve vzdálenosti r od bodového zdroje vysílajícího zvukové vlny o výkonu P_Z je

$$I = \frac{P_Z}{4\pi r^2}. \tag{18.28}$$

Hladina intenzity zvuku v decibelech

Hladina intenzity zvuku β v *decibelech* dB je definována jako

$$\beta = (10\,\mathrm{dB}) \log \frac{I}{I_0}, \tag{18.29}$$

kde $I_0 = 1{\cdot}10^{-12}\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}}$ je referenční hladina, ke které se všechny ostatní hodnoty vztahují. Každému zvýšení intenzity o desetinásobek odpovídá nárůst hladiny zvuku o 10 dB.

Stojaté vlnění v trubicích

V trubicích lze vybudit stojaté vlnění. Trubice délky L otevřená na obou koncích bude rezonovat při frekvencích

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots \quad \text{(otevřená trubice)}, \tag{18.37}$$

kde v je rychlost zvuku ve vzduchu uvnitř trubice. Trubice, která je otevřená jen na jedné straně a uzavřená na druhé, má vlastní frekvence

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{4L}, \quad n = 1, 3, 5, \ldots \quad \text{(trubice otevřená jen na jedné straně)}. \tag{18.39}$$

Rázy

Rázy vznikají při skládání dvou vln o blízkých frekvencích f_1 a f_2. Frekvence rázů je rovna

$$f_{\text{rázy}} = f_1 - f_2. \tag{18.44}$$

Dopplerův jev

Při *Dopplerově jevu* se mění pozorovaná frekvence vlny tím, že se zdroj nebo detektor (nebo oba) pohybují vzhledem k prostředí. Pro zvuk je pozorovaná frekvence f' vyjádřena pomocí frekvence zdroje f vztahem

$$f' = f\frac{v \pm v_D}{v \mp v_Z} \quad \text{(obecný Dopplerův jev)}, \tag{18.53}$$

kde v_D, resp. v_Z je relativní rychlost detektoru, resp. zdroje vůči prostředí a v je rychlost zvuku v tomto prostředí. Znaménka jsou volena tak, aby f' *rostla* při vzájemném pohybu zdroje a detektoru k sobě a *klesala* při jejich pohybu směrem od sebe.

Rázová vlna

Pokud rychlost zdroje vzhledem k prostředí překročí rychlost šíření zvuku v prostředí, pozbývá Dopplerova rovnice platnosti. V takovém případě dojde ke vzniku rázové vlny. Vrcholový úhel 2θ kuželové vlnoplochy (obr. 18.22) je dán vztahem

$$\sin\theta = \frac{v}{v_Z} \quad \text{(Machův úhel)}. \tag{18.55}$$

Dopplerův jev pro světlo

Pokud se světelný zdroj a detektor pohybují vzájemnou rychlostí $u \ll c$, bude naměřená frekvence světla f' rovna

$$f' = f(1 \pm u/c), \tag{18.56}$$

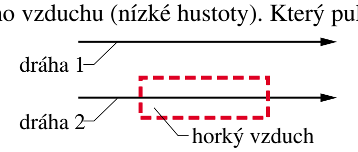
kde f je frekvence, která by byla naměřena, pokud by zdroj a detektor byly navzájem v klidu. Vzájemná rychlost u je spojena s posuvem vlnové délky $\Delta\lambda$ vztahem

$$u = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}c, \tag{18.57}$$

kde λ je vlnová délka při vzájemném klidu ($u = 0$). Pokud se zdroj a detektor pohybují směrem k sobě, je posuv $\Delta\lambda$ záporný (modrý posuv), pokud se od sebe vzdalují, je posuv $\Delta\lambda$ kladný (rudý posuv).

OTÁZKY

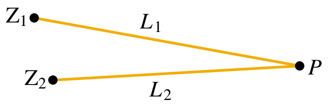
1. Obr. 18.25 ukazuje dráhy dvou zvukových pulzů, které odstartovaly ve stejný okamžik a závodí spolu ve vzduchu na tratích stejné délky. Jediný rozdíl je v tom, že podél 2. dráhy se nachází oblast horkého vzduchu (nízké hustoty). Který pulz zvítězí?



Obr. 18.25 Otázka 1

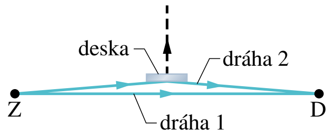
2. Zvuková vlna o vlnové délce λ a amplitudě výchylky s_m se začne šířit chodbou. Ve chvíli, kdy malé zařízení zachytí tuto vlnu, vyšle samo druhou zvukovou vlnu („**antizvuk**“), která dokáže odrušit první vlnu tak, že na konci chodby není nic slyšet. Jaký musí být (a) směr šíření, (b) vlnová délka a (c) amplituda výchylky druhé vlny, aby bylo takové odrušení možné? (d) Jaký musí být fázový rozdíl mezi oběma vlnami? (Takováto zařízení se používají k odrušení nežádoucích zvuků v hlučných prostředích.)

3. V obr. 18.26 vysílají dva bodové zdroje Z_1 a Z_2 ve fázi stejné zvukové vlny o vlnové délce 2,0 m. Jaký je rozdíl mezi fázemi vln (v jednotkách vlnových délek) přicházejících do bodu P, pokud (a) $L_1 = 38$ m a $L_2 = 34$ m, (b) $L_1 = 39$ m a $L_2 = 36$ m? (c) Za předpokladu, že vzdálenost mezi zdroji je mnohem menší než L_1 a L_2, jaký druh interference nastává v bodě P v situaci (a) a (b)?



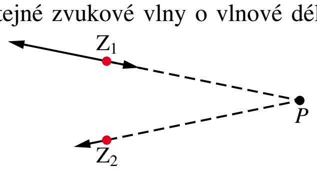
Obr. 18.26 Otázka 3

4. V obr. 18.27 jsou zvukové vlny o vlnové délce λ vysílány z bodového zdroje Z a šíří se směrem k detektoru D po dvou drahách. První dráha vede přímo, druhá vede přes odraz na desce. Zpočátku je deska blízko 1. dráhy a vlny přicházející do D po obou drahách jsou skoro ve fázi. Později je panel posunut dál od 1. dráhy tak, aby vlny přicházely do D přesně v protifázi. Jaký je potom dráhový rozdíl $\Delta\lambda$ mezi oběma drahami?



Obr. 18.27 Otázka 4

5. V obr. 18.28 jsou dva bodové zdroje Z_1 a Z_2 ve stejné fázi, které vysílají stejné zvukové vlny o vlnové délce λ, a bod P,



Obr. 18.28 Otázka 5

který je ve stejné vzdálenosti od obou zdrojů. Zdroj Z_2 je poté posunut směrem od bodu P o vzdálenost $\lambda/4$. Setkají se vlny v bodě P ve fázi, v protifázi nebo v nějakém jiném fázovém vztahu, jestliže (a) zdroj Z_1 je posunut směrem k bodu P o vzdálenost rovnou $\lambda/4$, (b) zdroj Z_1 je posunut směrem od bodu P o vzdálenost rovnou $3\lambda/4$?

6. V př. 18.3 a obr. 18.8a jsou vlny přicházející do bodu P_1 přesně ve stejné fázi. To znamená, že vlny přicházející ze zdrojů Z_1 a Z_2 vždy pohybují částicí vzduchu stejným směrem. Označme P_3 střed spojnice zdrojů Z_1 a Z_2. (a) Jsou vlny, které se setkávají v bodě P_3, ve fázi, v opačné fázi, nebo v nějakém stavu mezi tím? (b) Jaká bude odpověď, pokud zvětšíme vzdálenost mezi zdroji na $1{,}7\lambda$?

7. Zjistěte bez použití kalkulačky, o kolik se zvýší hladina zvuku, když se intenzita zdroje zvuku zvýší 10^7krát?

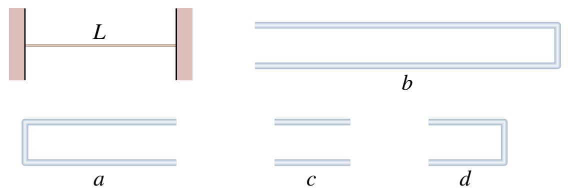
8. Stojatá vlna v trubici má pět uzlů a pět kmiten. (a) Kolik otevřených konců má trubice (má určitě alespoň jeden)? (b) Jaký mód (kolikátá harmonická) n odpovídá této stojaté vlně?

9. Uvnitř trubice se vybudila šestá harmonická. (a) Kolik otevřených konců má trubice? (Alespoň jeden má vždy.) (b) Je uprostřed trubice uzel, kmitna, nebo ani jedno z toho?

10. (a) Když se rozcvičuje orchestr, zahřívají hráči svým dechem vzduch uvnitř dechových nástrojů (a snižují tak hustotu vzduchu). Zvýší se, nebo sníží rezonanční frekvence? Když trombonista při hře povytáhne snižec (tj. zatlačí ho směrem od sebe), zvýší se, nebo sníží rezonanční frekvence nástroje?

11. Trubice A má délku L a jeden otevřený konec. Trubice B má délku $2L$ a dva otevřené konce. Které harmonické pro trubku B mají frekvence odpovídající rezonančním frekvencím trubice A?

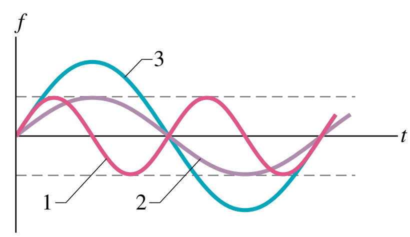
12. Na obr. 18.29 je napnutá struna o délce L a trubice a, b, c a d o délkách L, $2L$, $L/2$ a $L/2$. Struna je napnuta tak, aby rychlost vln po ní se šířících byla rovna rychlosti zvuku ve vzduchu. Struna je rozkmitána v základním módu. Ve které trubici způsobí strunou vydávaný zvuk rezonanci a kolikátá harmonická to bude?



Obr. 18.29 Otázka 12

13. Máme tři ladičky. Ladička s nejnižší frekvencí kmitá s frekvencí 500 Hz. Úderem do dvou ladiček najednou lze vytvořit následující frekvence rázů: 1, 2, 3, 5, 7 a 8 (údaje jsou v Hz). Jaké jsou možné frekvence ostatních ladiček? (Jsou dvě varianty řešení.)

14. Váš kamarád postupně jede na třech různých kolotočích a přitom drží v ruce zdroj, který všemi směry vysílá zvuk jedné frekvence. Frekvence zvuku, který slyšíte během každé z jízd vašeho kamaráda, se během otáčení kolotoče mění. Tyto změny ve frekvencích během tří jízd na třech různých kolotočích jsou zachyceny v obr. 18.30. Seřaďte sestupně křivky (a) podle postupné rychlosti v zdroje zvuku, (b) podle úhlové rychlosti ω, s jakou se otáčejí kolotoče, a (c) podle poloměru r kolotoče.



Obr. 18.30 Otázka 14

CVIČENÍ & ÚLOHY

Kdykoliv není jinak řečeno, použijte rychlost zvuku ve vzduchu $v = 343\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} = 1\,125\,\mathrm{ft\cdot s^{-1}}$ a hustotu vzduchu $\varrho = 1{,}21\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$.

ODST. 18.2 Rychlost zvuku

1C. Pravidlo pro určení vzdálenosti v kilometrech od místa, kde udeřil blesk, doporučuje počítat sekundy od chvíle, kdy je vidět blesk, až do chvíle, kdy je slyšet hrom a pak počet sekund vydělit třemi. (a) Vysvětlete toto pravidlo a určete procentuální chybu při teplotě 20 °C za předpokladu, že se zvuk k vám šíří po přímce. (b) Vymyslete podobné pravidlo pro určení vzdálenosti v mílích.

2C. Zástup vojáků pochoduje v rytmu 120 kroků za minutu podle taktu kapely, která kráčí na jeho začátku. Vojáci na konci kolony vykračují levou nohou právě tehdy, když hudebníci vykračují pravou. Jak je zástup přibližně dlouhý?

3C. Jste na velikém hudebním koncertu a sedíte 300 m od reproduktoru. Koncert je také vysílán v přímém přenosu přes satelit (rychlostí světla). Kdo slyší hudbu dřív: vy v sále, nebo posluchač rádia vzdáleného 5 000 km? Jak veliký je časový rozdíl?

4C. Dva diváci fotbalového utkání na stadionu Montjuic uvidí a za malou chvíli uslyší výkop míče na hřišti. Časový rozdíl je pro jednoho z nich 0,23 s a pro druhého 0,12 s. Přímky spojující oba diváky s kopajícím hráčem svírají úhel 90°. (a) Jak daleko jsou diváci vzdáleni od hráče? (b) Jak daleko jsou diváci vzdáleni od sebe?

5C. Průměrná hustota zemského pláště 10 km pod kontinenty je $2{,}7\,\mathrm{g\cdot cm^{-3}}$. Rychlost podélných seizmických vln v této hloubce, určená sledováním jejich příchodů ze vzdálených zemětřesení, je $5{,}4\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$. Určete modul pružnosti zemského pláště v dané hloubce. Pro porovnání: modul pružnosti oceli je kolem $16\cdot10^{10}$ Pa.

6C. Jaký je modul pružnosti kyslíku za standardní teploty (0 °C) a tlaku (1 atm)? Za těchto podmínek zaujímá 1 mol (32,0 g) kyslíku objem 22,4 l a rychlost zvuku v něm je $317\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

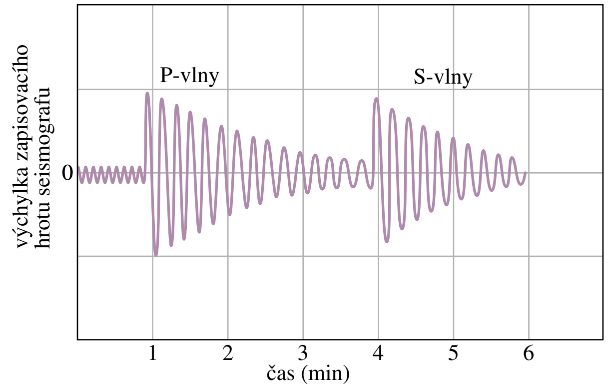
7Ú. Experimentátorka chce změřit rychlost zvuku v 10 cm dlouhé hliníkové tyči. Měří proto čas, za který zvukový impulz překoná celou délku tyče. Jestliže výsledky mají být uvedeny s přesností na 4 platné cifry, jak přesně je potřeba znát délku tyče a s jakou přesností je nutné měřit časové intervaly?

8Ú. Rychlost zvuku v jistém kovu je v_k. Do dlouhé roury z tohoto kovu na jednom konci silně udeříme. Člověk naslouchající na druhém konci uslyší dva zvuky. Jeden pochází z vlny šířící se podél roury a druhý z vlny šířící se vzduchem. (a) Jestliže v_v je rychlost zvuku ve vzduchu, jaký čas t uplyne mezi příchody obou úderů? (b) Položte $t = 1{,}00$ s a za kov vezměte ocel. Najděte délku l roury.

9Ú. Do dlouhé hliníkové tyče na jednom konci silně udeříme. Pozorovatel na opačném konci s uchem blízko tyče uslyší úder dvakrát (jednou přes tyč a jednou přes vzduch) s odstupem 0,120 s. Jak dlouhá je tyč?

10Ú. **Zemětřesením** vznikají v zemském nitru zvukové vlny. Na rozdíl od plynů se v Zemi šíří jak příčné (S), tak podélné (P) vlnění. Rychlost S-vln je kolem $4{,}5\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$, rychlost P-vln asi $8{,}0\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$. Seismograf zaznamená první P-vlny tři minuty před příchodem prvních S-vln (obr. 18.31). Předpokládejme, že vlny se šířily přímočaře. V jaké vzdálenosti probíhalo zemětřesení?

11Ú. Do studny hodíme kámen a za 3 vteřiny uslyšíme šplouchnutí. Jak je studna hluboká?



Obr. 18.31 Úloha 10

ODST. 18.3 Šíření zvukových vln

12C. Lidské ucho slyší frekvence přibližně od 20 Hz do 20 kHz. Jaké jsou vlnové délky příslušných zvukových vln?

13C. Nejmenší vlnová délka, kterou je schopný vydat netopýr, je 3,3 mm. Jaká je příslušná frekvence?

14C. K vyšetřování nádorů v měkkých tkáních používají lékaři ultrazvuk o frekvenci 4,50 MHz. (a) Jakou vlnovou délku mají tyto vlny ve vzduchu? (b) Jestliže rychlost zvuku v tkáni je $1\,500\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, jaká je v ní vlnová délka?

15C. (a) Kuželový reproduktor má průměr 15,0 cm. Jakou frekvenci musí mít vydávaný zvuk, aby vlnová délka ve vzduchu byla rovna průměru reproduktoru? Desetinásobku průměru? Desetině průměru? (b) Proveďte stejné výpočty pro reproduktor průměru 30,0 cm.

16C. Ultrazvukovým mikroskopem lze získat velmi detailní obrázky tranzistorů. Vlny vysílané mikroskopem mají frekvenci 4,2 GHz a rychlost (v tekutém héliu, ve kterém je vzorek ponořen) $240\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Jakou mají vlnovou délku?

17Ú. (a) Zdroj oscilací je spojen s velmi dlouhou pružinou a vysílá po ní souvislou podélnou sinusovou vlnu. Frekvence zdroje je 25 Hz a vzdálenost mezi dvěma po sobě následujícími body maximálního roztažení pružiny je 24 cm. Určete rychlost vlny. (b) Napište rovnici této vlny, jestliže maximální podélná výchylka částice v pružině je 0,30 cm a vlna se šíří proti směru osy x. Zdroj nechť leží v bodě $x = 0$ a nechť výchylka v bodě $x = 0$ je nulová v čase $t = 0$.

18Ú. Tlak v šířící se zvukové vlně je dán rovnicí

$$\Delta p = (1{,}5\,\mathrm{Pa})\sin \pi((1{,}00\,\mathrm{m}^{-1})x - (330\,\mathrm{s}^{-1})t).$$

Určete (a) amplitudu tlaku, (b) frekvenci, (c) vlnovou délku a (d) rychlost vlny.

19Ú. Dvě zvukové vlny z různých zdrojů stejné frekvence 540 Hz se šíří rychlostí 330 m·s^{-1}. Zdroje jsou ve fázi. Jaký je fázový rozdíl vln v bodě vzdáleném 4,40 m od jednoho a 4,00 m od druhého zdroje? Obě vlny putují ve stejném směru.

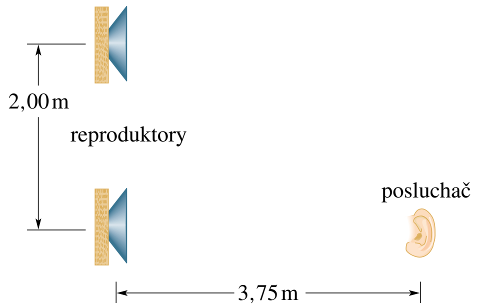
20Ú. Dvě vlny vyvolávají v jistém místě prostoru změny tlaku

$$\Delta p_1 = \Delta p_\mathrm{m} \sin \omega t,$$
$$\Delta p_2 = \Delta p_\mathrm{m} \sin(\omega t - \varphi).$$

Jaká je amplituda tlaku výsledné vlny v daném bodě, když $\varphi = 0$, $\varphi = \pi/2$, $\varphi = \pi/3$ a $\varphi = \pi/4$?

ODST. 18.4 Interference

21Ú. Dva reproduktory na obr. 18.32, jejichž vzdálenost je 2,00 m, jsou ve fázi. Předpokládejme, že amplitudy zvukových vln z reproduktorů jsou zhruba stejné v místě, kde stojí posluchač, tj. 3,75 m přímo před jedním z reproduktorů. (a) Pro jaké frekvence v slyšitelném rozsahu (20 Hz až 20 000 Hz) vnímá posluchač nejslabší signál? (b) Pro jaké frekvence je signál nejsilnější?

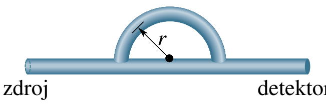


Obr. 18.32 Úloha 21

22Ú. Dva reproduktory jsou umístěny 3,35 m od sebe na jevišti hudebního sálu. Posluchač sedí ve vzdálenosti 18,3 m od jednoho a 19,5 m od druhého reproduktoru. Zvukový generátor udržuje na obou reproduktorech stejnou amplitudu a frekvenci. Vysílaná frekvence se mění v celém slyšitelném rozsahu (20 Hz–20 000 Hz). (a) Najděte tři nejnižší frekvence, při kterých bude kvůli destruktivní interferenci posluchač vnímat nejslabší signál. (b) Jaké jsou tři nejnižší frekvence, při kterých bude vnímaný signál maximální?

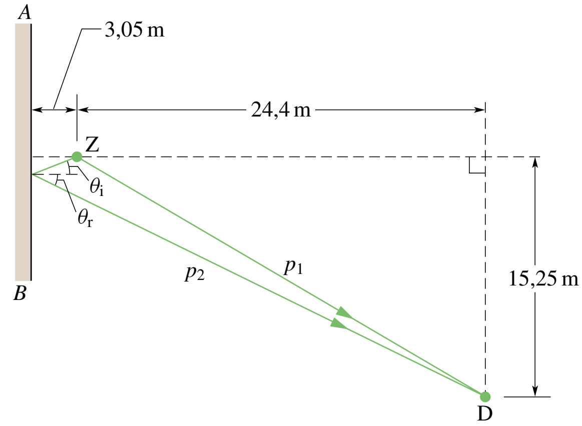
23Ú. Dva bodové zdroje zvukových vln stejné vlnové délky λ jsou od sebe vzdáleny na délku $d = 2{,}0\lambda$. Oba zdroje jsou ve fázi. (a) Kolik bodů s maximálním signálem (maximum konstruktivní interference) leží na velikém kruhu kolem zdrojů? (b) Kolik tam leží bodů s minimálním signálem (destruktivní interference)?

24Ú. Zvuková vlna o vlnové délce 40,0 cm vstupuje do trubice nakreslené na obr. 18.33 koncem, na němž je připojen zdroj. Jaký musí být nejmenší poloměr r, aby detektor na druhém konci zachytil nejslabší signál?



Obr. 18.33 Úloha 24

25Ú. Na obr. 18.34 je bodový zdroj Z zvukových vln umístěn blízko odrazové stěny AB. Detektor zvuku D zachytává paprsek p_1, šířící se přímo ze zdroje Z. Zachytává také paprsek p_2 odražený od stěny tak, že *úhel dopadu* θ_i je roven *úhlu odrazu* θ_r. Najděte dvě frekvence, při kterých nastává v D maximum konstruktivní interference paprsků p_1 a p_2. (Odraz od stěny nemění fázi zvukové vlny.)



Obr. 18.34 Úloha 25

26Ú★. Dva bodové zdroje vzdálené od sebe 5,00 m vysílají zvukové vlny stejné amplitudy a frekvence (300 Hz), ale navzájem přesně opačné fáze. V kterých bodech spojnice zdrojů způsobuje zvuk největší kmitání molekul vzduchu? (*Tip*: Jeden takový bod leží v jejím středu.)

ODST. 18.5 Intenzita zvuku a její hladina

27C. Bodový zdroj výkonu 1,0 W izotropně vysílá zvukové vlny. Za předpokladu, že energie vln se zachovává, jaká je intenzita ve vzdálenosti (a) 1,0 m od zdroje a (b) 2,5 m od zdroje?

28C. Zdroj izotropně vysílá zvukové vlny, jejichž intenzita ve vzdálenosti 2,50 m je $1{,}91\cdot 10^{-4}\,\mathrm{W\cdot m^{-2}}$. Jaký je výkon zdroje za předpokladu, že se energie vln zachovává?

29C. Zvuková vlna má intenzitu $100\,\mu\mathrm{W\cdot m^{-2}}$ a frekvenci 300 Hz. S jakou amplitudou kmitají molekuly vzduchu, když jím prochází tato vlna?

30C. Dvě zvukové vlny se v hlasitosti liší o 1,00 dB. Jaký je poměr větší intenzity k menší intenzitě?

31C. Hlasitost zvuku zvětšíme o 30 dB. Kolikrát se zvýší (a) jeho intenzita a (b) amplituda tlaku?

32C. Prodavač tvrdil, že stereo věž má maximální výkon 120 W. Zákaznice testovala reproduktory tak, že jejich rozmístěním simulovala bodový zdroj. Zjistila, že při maximální hlasitosti se může přiblížit až na vzdálenost 1,2 m, teprve pak pocítí bolest v uších. Má celou záležitost ohlásit obchodní inspekci?

33C. Soustava reproduktorů vysílá izotropně zvuk frekvence 2 000 Hz a intenzity 0,960 $\mathrm{mW{\cdot}m^{-2}}$ ve vzdálenosti 6,10 m. Předpokládejte, že nenastává odraz. (a) Jaká je intenzita ve vzdálenosti 30,0 m? Jaká je ve vzdálenosti 6,10 m (b) amplituda výchylky a (c) amplituda tlaku?

34C. Zdroj zvukových vln má výkon 1,00 μW. Jestliže se jedná o bodový zdroj, (a) jaká je intenzita vln ve vzdálenosti 3,00 m a (b) jaká je hlasitost v decibelech v tomtéž místě?

35C. (a) Dvě zvukové vlny, z nichž jedna se šíří ve vzduchu a druhá ve vodě, mají stejnou intenzitu. Jaký je poměr amplitudy tlaku vlny ve vodě k amplitudě tlaku vlny ve vzduchu? Předpokládejte, že voda i vzduch mají teplotu 20 °C (viz tab. 15.1). (b) Jestliže jsou naopak stejné amplitudy tlaku, jaký je poměr intenzit?

36Ú. (a) Dokažte, že intenzita I vlny je součinem její hustoty energie u a její rychlosti v. (b) Rádiové vlny se šíří rychlostí $3{\cdot}10^8\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Určete hustotu energie u pro rádiovou vlnu ve vzdálenosti 450 km od 50 kW zdroje za předpokladu, že vlnoplochy mají kulový tvar.

37Ú. Předpokládejme, že hlučný nákladní vlak na přímé dráze vydává válcovou rozepínající se zvukovou vlnu. Jestliže vzduch neabsorbuje žádnou energii, jak závisí amplituda s_m vlny na kolmé vzdálenosti r od zdroje?

38Ú. Zvuková vlna se šíří stejnoměrně ve všech směrech z bodového zdroje (říkáme, že zdroj je izotropní). (a) Odůvodněte následující vztah pro výchylku s prostředí v libovolné vzdálenosti r od zdroje:

$$s = \frac{b}{r}\sin k(r - vt),$$

kde b je konstanta. Uvažte rychlost, směr šíření a intenzitu vlny. (b) Jaký rozměr má konstanta b?

39Ú. Určete poměry (a) intenzit, (b) amplitud tlaku a (c) amplitud výchylky dvou zvukových vln, které se liší v hlasitosti zvuku o 37 dB.

40Ú. Ve vzdálenosti 10 km je sotva slyšet 100 Hz parní píšťalu, o níž předpokládáme, že je bodovým zdrojem. V jaké vzdálenosti by člověku způsobila bolest?

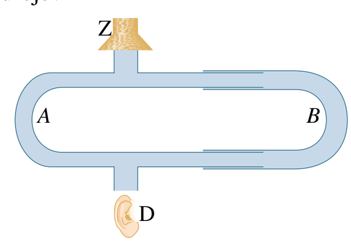
41Ú. Stojíte ve vzdálenosti l od zdroje vysílajícího zvukové vlny do všech směrů stejně. Když se přemístíte o 50,0 m blíže, zjistíte, že intenzita vln se zdvojnásobila. Vypočtěte vzdálenost l.

42Ú. Bodový zdroj o výkonu 30,0 W vysílá izotropně zvukové vlny. Malý mikrofon s účinnou plochou 0,750 $\mathrm{cm^2}$ je umístěn 200 m od zdroje. Vypočtěte (a) intenzitu zvuku v daném místě a (b) výkon přijímaný mikrofonem.

43Ú. Při zkušebním letu prolétá tryskové letadlo podzvukovou rychlostí ve výšce 100 m nad zemí. Intenzita zvuku na zemi při průletu je 150 dB. V jaké výšce by mělo letadlo letět, aby hlasitost na povrchu nepřekročila práh bolesti, tj. 120 dB? Konečnou dobu, za kterou zvuk z letadla dosáhne povrchu Země, zanedbejte.

44Ú. Konstruktér navrhl kulový reproduktor, který vysílá zvuk izotropně. Zařízení vysílá výkon 10 W v **bezdozvukové komoře** (s dokonale tlumivými stěnami). (a) Jaká je intenzita zvukových vln (v $\mathrm{W{\cdot}m^{-2}}$) ve vzdálenosti 3,0 m od středu zdroje? (b) Porovnejte amplitudy vln ve vzdálenostech 4,0 m a 3,0 m od středu zdroje.

45Ú. Obr. 18.35 zachycuje vzduchem plněný **akustický interferometr**, používaný k demonstraci interference zvukových vln. Z je oscilující membrána; D je detektor zvuku, například lidské ucho nebo mikrofon. Délku dráhy ZBD můžeme měnit, kdežto vzdálenost ZAD je pevná. V bodě D interferuje zvuková vlna přicházející dráhou ZBD s vlnou z dráhy ZAD. V pokusu má intenzita zvuku v bodě D minimální hodnotu 100 jednotek. Při posunu bodu B o 1,65 cm intenzita spojitě vzrostla až k maximální hodnotě 900 jednotek. Spočítejte (a) frekvenci vysílaného zvuku a (b) poměr amplitud ZAD-vlny a ZBD-vlny v bodě D. (c) Jak je možné, že vlny mají různé amplitudy, ačkoli pocházejí ze stejného zdroje?



Obr. 18.35 Úloha 45

ODST. 18.6 Zdroje hudebního zvuku

46C. Zvuková vlna frekvence 1 000 Hz šířící se vzduchem má amplitudu tlaku 10,0 Pa. Jaká je (a) vlnová délka, (b) amplituda výchylky molekul vzduchu a (c) jejich největší rychlost? (d) Uvedená frekvence je základní frekvencí varhanní píšťaly otevřené na obou koncích. Vypočtěte délku píšťaly.

47C. Zvuková vlna šířící se v tekutém prostředí se odráží od stěny, čímž vznikne stojaté vlnění. Vzdálenost uzlů je 3,8 cm a rychlost šíření vlny je 1 500 $\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Určete frekvenci zvukové vlny.

48C. Struna houslí dlouhá 15,0 cm a s pevnými konci kmitá na základní frekvenci (mezi jejími konci není žádný další uzel). Vlnění šířící se po struně má rychlost 250 $\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, rychlost zvuku ve vzduchu je 348 $\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Jaká je (a) frekvence a (b) vlnová délka vzniklé zvukové vlny?

49C. Houslová struna kmitá v základním módu, přičemž vznikají zvukové vlny o vlnové délce λ. Kolikrát musíme zvýšit napětí ve struně, aby se při stejném způsobu kmitání vlnová délka zvuku zmenšila na polovinu?

50C. Varhanní píšťala A je na obou koncích otevřena a má základní frekvenci 300 Hz. Píšťala B je otevřena na jednom konci a její třetí harmonická frekvence je stejná jako druhá harmonická píšťaly A. Jaká je délka (a) píšťaly A a (b) píšťaly B?

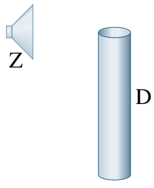
51C. Výšku vodní hladiny v 1,00 m dlouhé svislé skleněné trubici můžeme libovolně měnit. Těsně nad trubicí držíme ladičku vibrující s frekvencí 686 Hz. Při jaké výšce vodního sloupce nastane rezonance?

52C. (a) Určete rychlost vln pohybujících se po houslové struně hmotnosti 800 mg a délky 22,0 cm, jejíž základní frekvence je 920 Hz. (b) Jaké je ve struně napětí? Jaká je při základní frekvenci vlnová délka (c) vln pohybujících se po struně a (d) vznikajících zvukových vln?

53Ú. Vzdálenost pevných konců houslové struny je 30 cm. Struna má hmotnost 2,0 g. „Prázdná" struna (tj. když na ní nemáme prst) vydává tón a^1 (440 Hz). (a) Kam musíme položit prst, abychom zahráli tón c^2 (523 Hz)? (b) Jaký je poměr vlnových délek struny kmitající s tóny a^1 a c^2? (c) Jaký je poměr vlnových délek zvukových vln tónu a^1 k tónu c^2?

54Ú. Délka violoncellové struny je L a její základní frekvence je f. (a) O jakou délku l musíme strunu zkrátit přitisknutím prstu, aby se její základní frekvence změnila na rf? (b) Vypočítejte l, jestliže $L = 0{,}80$ m a $r = 1{,}2$. (c) Když $r = 1{,}2$, jaký je poměr vlnových délek nové zvukové vlny a zvukové vlny vydávané před přitisknutím prstu?

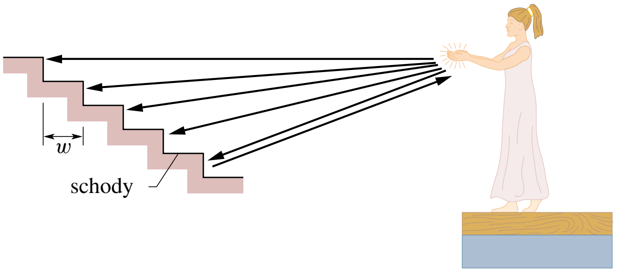
55Ú. Na obr. 18.36 je malý reproduktor Z napájený oscilátorem a zesilovačem. Vydává zvuk, jehož frekvenci můžeme měnit pouze v rozsahu od 1 000 Hz do 2 000 Hz. Trubice D je kus válcové kovové roury dlouhý 5,49 m a otevřený na obou koncích. (a) Jestliže se za určité teploty zvuk šíří ve vzduchu rychlostí 344,4 m·s^{-1}, při jakých frekvencích nastane v trubici rezonance? (b) Načrtněte stojaté vlny (podle konvence z obr. 18.13(b) při každé rezonanční frekvenci.



Obr. 18.36 Úloha 55

56Ú. Nejnižší rezonanční frekvence studny se svislými stěnami a vodou na dně je 7,00 Hz. Vzduch ve studni má hustotu 1,10 kg·m^{-3} a modul pružnosti 1,33·10^5 Pa. Jak je studna hluboká?

57Ú. Zvuk tlesknutí na jevišti starořeckého amfiteátru je přenášen zvukovými vlnami (obr. 18.37), které se posléze rozptylují na schodech šířky $w = 0{,}75$ m. Zvuk se pak vrací na jeviště jako řada pulzů, od každého schodu jeden. Přicházející pulzy spolu znějí jako jeden tón. (a) Za předpokladu, že všechny paprsky se šíří horizontálně, najděte frekvenci, se kterou se pulzy vracejí (tj. frekvenci tónu vnímaného na jevišti). (b) Kdyby byly schody užší, byla by výsledná frekvence vyšší, nebo nižší?



Obr. 18.37 Úloha 57

58Ú. Trubice dlouhá 1,20 m je na jednom konci uzavřena. K otevřenému konci umístíme natažený drát o délce 0,330 m a hmotnosti 9,60 g. Drát má oba konce pevné a kmitá v základním módu. Rezonancí se rozechvěje také vzduchový sloupec v trubici svou základní frekvencí. Určete (a) frekvenci kmitů vzduchu a (b) napětí drátu.

59Ú. Periodu pulzující hvězdy s proměnlivou velikostí lze odhadnout z představy, že hvězda kmitá *radiálně* podélně v základním módu stojatého vlnění. To znamená, že poloměr hvězdy se s časem periodicky mění, přičemž kmitna se nachází na jejím povrchu. (a) Bude střed hvězdy uzlem, nebo kmitnou? (b) Ukažte pomocí analogie s otevřenou píšťalou, že perioda pulzací T je dána vztahem

$$T = \frac{4R}{v},$$

kde R je poloměr hvězdy v rovnováze a v je průměrná rychlost zvuku. (c) Většina bílých trpaslíků je tvořena látkou s modulem pružnosti 1,33·10^{22} Pa a s hustotou 10^{10} kg·m^{-3}. Jejich poloměry jsou 9,0·10^{-3}násobkem poloměru Slunce. Jaká je přibližná perioda kmitů bílého trpaslíka?

60Ú. Houslová struna dlouhá 30,0 cm s délkovou hustotou 0,650 g·m^{-1} je umístěna před reproduktor, napojený na oscilátor měnitelné frekvence. Zjistíme, že když měníme frekvenci oscilátoru v rozsahu 500 Hz až 1 500 Hz, rozkmitá se struna jen při 880 Hz a 1 320 Hz. Jaké je napětí struny?

ODST. 18.7 Zázněje

61C. Když necháme ladičku neznámé frekvence znít současně se standardní ladičkou frekvence 384 Hz, uslyšíme tři zázněje za sekundu. Když na rameno zkoumané ladičky nalepíme kousek vosku, frekvence rázů klesne. Jaká je frekvence zkoumané ladičky?

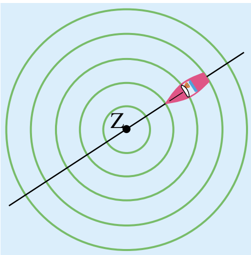
62C. Houslová struna A je trochu přetažená. Když ji necháme znít spolu s ladičkou, která vydává přesné komorní a ($a^1 = 440$ Hz), slyšíme čtyři zázněje za sekundu. Jaká je perioda kmitů struny?

63Ú. Dvě stejné struny klavíru mají při stejném napětí základní frekvenci 600 Hz. O jakou část se musí napětí jedné z nich zvýšit, aby při současném znění obou strun bylo slyšet 6 rázů za vteřinu?

64Ú. Máte k dispozici pět ladiček s různými frekvencemi. Určete (a) největší a (b) nejmenší počet rázových frekvencí, které můžete získat, když necháte znít vždy dvě z ladiček současně.

ODST. 18.8 Dopplerův jev

65C. Na jezeře se od zdroje Z šíří kruhové vlny, jejichž hřebeny jsou znázorněny na obr. 18.38. Rychlost šíření vln je 5,5 m·s^{-1} a vzdálenost hřebenů je 2,3 m. Vy se nacházíte v člunu plovoucím v přímém směru na zdroj Z konstantní rychlostí 3,3 m·s^{-1} vzhledem ke břehu jezera. Jakou frekvenci vln naměříte?



Obr. 18.38 Cvičení 65

66C. Na přímém úseku silnice pronásleduje policie lupiče. Obě auta jedou rychlostí 100 mi·h^{-1}. Policii se nedaří lupiče dohonit a zapne znovu sirénu. Rychlost zvuku ve vzduchu je 1 100 ft·s^{-1} a frekvence sirény je 500 Hz. Jaký je v autě lupiče Dopplerův posuv sirény?

67C. Píšťalka na psy má frekvenci 30 kHz. Pes ji přesto ignoruje. Jeho majitelka se tedy chce pomocí Dopplerova jevu přesvědčit, že píšťalka funguje, ačkoli ona sama neslyší zvuky nad 20 kHz. Požádá proto svou přítelkyni, aby na píšťalku zapískala z jedoucího auta, zatímco ona bude stát u silnice a naslouchat. (a) Jakou rychlostí a v jakém směru musí auto jet, aby majitelka psa píšťalku uslyšela? (b) Výpočet zopakujte pro frekvenci píšťalky 22 kHz místo 30 kHz.

68C. Turbíny tryskového letadla bzučí s frekvencí 16 000 Hz. Letadlo letí rychlostí 200 m·s^{-1}. Jakou frekvenci slyší pilot druhého letadla, který se snaží první letadlo předletět rychlostí 250 m·s^{-1}?

69C. Sanitka, jejíž siréna zní s frekvencí 1 600 Hz, předjíždí cyklistu jedoucího rychlostí 2,5 m·s^{-1}. Poté, co ho sanitka předjede, slyší cyklista frekvenci 1 590 Hz. Jakou rychlostí jede sanitka?

70C. V roce 1845 Buys Ballot poprvé ověřoval Dopplerův jev u zvuku. Na plošinu nákladního vagonu taženého lokomotivou umístil jednoho trubače a ke kolejím postavil druhého. Jak rychle se pohyboval vagon, jestliže oba muzikanti troubili tón s frekvencí 440 Hz a bylo slyšet 4 rázy za vteřinu?

71C. Rychlost světla ve vodě je asi tři čtvrtiny rychlosti světla ve vakuu. Svazek elektronů s vysokou rychlostí pocházejících z betatronu vyzařuje ve vodě **Čerenkovovo záření**; čelo vlny tvoří kužel s vrcholovým úhlem 60°. Určete rychlost elektronů ve vodě.

72C. Z pistole je vystřelen náboj rychlostí 2 200 ft·s^{-1}. Určete úhel sevřený rázovou vlnou a trajektorií náboje.

73C. Dvě stejné ladičky oscilují s frekvencí 440 Hz. Někde na jejich spojnici se nachází posluchač. Vypočtěte, jakou naměří frekvenci, když (a) on je v klidu a obě ladičky se pohybují doprava rychlostí 30,0 m·s^{-1}a (b) když jsou v klidu ladičky a posluchač se pohybuje doprava rychlostí 30,0 m·s^{-1}.

74Ú. Píšťalka s frekvencí 540 Hz koná kruhový pohyb s poloměrem 0,61 m a s úhlovou rychlostí 15,0 rad·s^{-1}. Jaké jsou (a) nejnižší a (b) nejvyšší frekvence, které slyší pozorovatel v dálce, jestliže je v klidu vzhledem ke středu kruhového pohybu?

75Ú. Letadlo letí 1,25krát rychleji než zvuk ve vzduchu. Rázová vlna dosáhne muže na zemi minutu poté, co mu letadlo přeletělo přesně nad hlavou. V jaké výšce letadlo letělo? Předpokládejte, že rychlost zvuku je 330 m·s^{-1}.

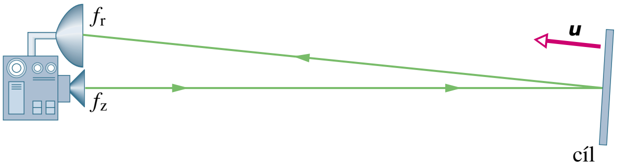
76Ú. Tryskové letadlo nad námi přeletí ve výšce 5 000 m rychlostí 1,5 M (machů). (a) Určete úhel Machova kuželu. (b) Za jak dlouho od přeletu nás dostihne rázová vlna? Za rychlost zvuku dosaďte 331 m·s^{-1}.

77Ú. Na obr. 18.39 je nakreslen přístroj na vysílání a přijímání vln, který se používá k stanovení rychlosti u pohyblivého cíle (na obrázku je znázorněn symbolicky jako deska). Zařízení analyzuje vlny odražené od objektu, pohybujícího se přímým směrem k němu. (a) Dokažte, že frekvence f_r vln zachycených přístrojem závisí na frekvenci f_z vysílaných vln podle vztahu

$$f_r = f_z \left(\frac{v + u}{v - u} \right),$$

kde v je rychlost vln. (b) Ve velké většině případů je $u \ll v$. Dokažte, že v takové situaci lze předchozí vztah přepsat na

$$\frac{f_r - f_z}{f_z} \approx \frac{2u}{v}.$$



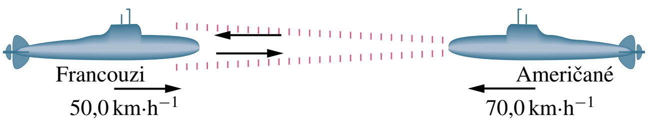
Obr. 18.39 Úloha 77

78Ú. Nehybný detektor pohybu vysílá zvukové vlny frekvence 0,150 MHz proti kamiónu přibližujícímu se rychlostí 45,0 m·s^{-1}. Jaká je frekvence vln dopadajících zpátky na detektor?

79Ú. Siréna vydávající zvuk frekvence 1 000 Hz se pohybuje směrem od nás ke stěně skalního útesu rychlostí 10 m·s^{-1}. Rychlost zvuku ve vzduchu je 330 m·s^{-1}. (a) Jaká je frekvence zvuku, který slyšíme přímo od sirény? (b) Jaká je frekvence zvuku odraženého od útesu? (c) Jaká je frekvence záznějů? Může lidské ucho tyto zázněje rozeznat (jejich frekvence musí být nižší než 20 Hz)?

80Ú. Trubač na železničním vagonu zahraje na trubce tón o frekvenci 440 Hz. Vagon se s rychlostí $20{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ pohybuje směrem ke zdi. Vypočtěte (a) frekvenci zvuku vnímaného pozorovatelem stojícím u zdi a (b) frekvenci odraženého zvuku v místě jeho zdroje.

81Ú. Francouzská a americká ponorka plují přímo proti sebe (obr. 18.40) při manévrech v nehybných vodách severního Atlantiku. Francouzská pluje rychlostí 50,0 km/h, americká rychlostí 70,0 km/h. Francouzi vyšlou sonarový signál (zvuková vlna ve vodě) frekvence 1 000 Hz. Sonarové vlny se šíří rychlostí 5 470 km/h. (a) Jakou frekvenci signálu zachytí Američané? (b) Jakou frekvenci zachytí Francouzi v signálu odraženém zpátky od americké ponorky?



Obr. 18.40 Úloha 81

82Ú. Dle zahraničního zpravodajství se zdroj zvukových vln frekvence 1 200 Hz pohyboval doprava rychlostí $98{,}0\,\mathrm{ft\cdot s^{-1}}$ vzhledem k okolí. Před ním se nacházela odrazová plocha (reflektor) pohybující se doleva rychlostí $216\,\mathrm{ft\cdot s^{-1}}$ vzhledem k okolí. Jestliže rychlost zvuku ve vzduchu je $1\,080\,\mathrm{ft\cdot s^{-1}}$, vypočtěte (a) vlnovou délku zvuku vysílaného směrem k reflektoru, (b) počet vlnoploch dopadajících za sekundu na odrazovou plochu, (c) rychlost odražených vln, (d) vlnovou délku odražených vln a (e) počet odražených vlnoploch dopadajících zpátky na zdroj.

83Ú. Autoři článku o Dopplerově posuvu ultrazvukových vln, jehož se využívá v lékařské diagnostice, konstatují: „Když se v těle pohybuje nějaký orgán, pak každý milimetr za sekundu v jeho rychlosti způsobí relativní posuv frekvence ultrazvuku o $1{,}30\cdot10^{-4}\,\%$ (tj. např. o 1,30 Hz při 1 MHz).“ Jaká z toho plyne rychlost ultrazvuku v živé tkáni?

84Ú. Poplašné zařízení obsahuje zdroj zvukových vln o frekvenci 28,0 kHz. Jaká bude frekvence záznějů vln odražených od zloděje jdoucího průměrnou rychlostí $0{,}950\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ od alarmu?

85Ú. V jeskyni poletuje netopýr, orientující se pomocí ultrazvukových signálů. Předpokládejme, že frekvence vysílaného zvuku je 39 000 Hz. Při letu střemhlav na plochou stěnu letí netopýr 0,025násobkem rychlosti zvuku ve vzduchu. Jakou frekvenci zvuku odraženého od stěny zaznamená?

86Ú. Ponorka se pohybuje na sever těsně pod hladinou moře. Pluje rychlostí 75,0 km/h v mořském proudu směrujícím také na sever, jehož rychlost je 30,0 km/h. Obě rychlosti jsou udány vzhledem k mořskému dnu. Ponorka vyšle sonarový signál (zvukovou vlnu) frekvence $f = 1\,000$ Hz o rychlosti 5 470 km/h, který je zachycen válečnou lodí nacházející se severně od ponorky. Jaký je rozdíl vysílané a zachycené frekvence, jestliže je válečná loď (a) unášena proudem rychlostí 30,0 km/h a (b) v klidu vzhledem k mořskému dnu?

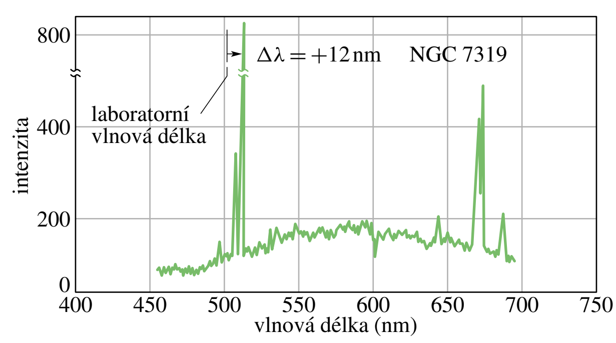
87Ú. Siréna s frekvencí 2 000 Hz je připevněna k budově, důstojník civilní obrany sedí poblíž. Jakou frekvenci uslyší důstojník, jestliže vítr fouká rychlostí $12\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ (a) od zdroje k pozorovateli a (b) od pozorovatele ke zdroji?

88Ú. Dva vlaky jedou směrem k sobě, každý jede rychlostí $30{,}5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ vzhledem k Zemi. Jeden z nich zatroubí s frekvencí 500 Hz. (a) Jakou frekvenci bude slyšet ve druhém vlaku za bezvětří? (b) Jakou frekvenci bude slyšet ve druhém vlaku, jestliže vítr fouká rychlostí $30{,}5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ od pozorovatele k houkačce? (c) Jaká bude tato frekvence při opačném směru větru?

89Ú. Ve vlaku, který se pohybuje rychlostí $10{,}00\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ směrem na východ, sedí při otevřeném okně děvče. Její strýc ji byl doprovodit na nádraží, takže teď stojí u kolejí a dívá se za odjíždějícím vlakem. Naráz lokomotiva zatroubí s frekvencí 500,0 Hz. Je bezvětří. (a) Jakou frekvenci slyší strýc? (b) Jakou děvče? Od východu se zvedne vítr s rychlostí $10{,}00\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. (c) Jakou frekvenci slyší teď strýc? (d) A děvče?

ODST. 18.9 Dopplerův jev u světla

90C. Obr. 18.41 je graf závislosti intenzity na vlnové délce světla, které k Zemi přichází z galaxie NGC 7 319, vzdálené od nás kolem $3\cdot10^8$ světelných roků. Nejjasnější čára ve spektru patří kyslíku. V laboratoři má kyslík spektrální čáru na vlnové délce $\lambda = 513$ nm, ale ve světle z NGC 7 319 je tato čára posunuta kvůli Dopplerově jevu (stejně jako všechny ostatní čáry). (a) Jak rychle se galaxie pohybuje vůči Zemi? (b) Pohybuje se směrem k nám nebo od nás?



Obr. 18.41 Cvičení 90

91C. Vlnové délky spektrálních čar jisté galaxie v souhvězdí Panny jsou o 0,4 % větší než ty, které naměříme ve světle z pozemských zdrojů. Jaká je radiální složka rychlosti této galaxie vzhledem k Zemi? Přibližuje se k nám, nebo se od nás vzdaluje?

92C. Ve spektru záření vzdálené galaxie je čára vlnové délky 434 nm. Tato hodnota je ovlivněna rudým posuvem, neboť v záření pozemského zdroje měla táž čára vlnovou délku 462 nm. (a) Jaká je rychlost galaxie (přesněji řečeno její průmět na spojnici se Zemí) vzhledem k zeměkouli? (b) Přibližuje se galaxie k Zemi, nebo se od ní vzdaluje?

93C. Za předpokladu, že platí rov. (18.57), vypočtěte, jak rychle byste museli procházet červeným světlem, aby se vám zdálo zelené. Vlnová délka červeného světla je 620 nm a zeleného 540 nm.

94Ú. Perioda otáčení Slunce na rovníku je 24,7 dne. Jeho poloměr je $7{,}00\cdot10^5$ km. Jaký bude Dopplerův posuv ve vlnové délce světla, které pochází z rovníku a jehož vlnová délka je 550 nm?

95Ú. Umělá družice Země, vysílající přesně na frekvenci 40 MHz, přeletí nad radiostanicí ve výšce 400 km rychlostí $3{,}0\cdot10^4$ km/h. Nakreslete změnu frekvence způsobenou Dopplerovým jevem jako funkci času, přičemž $t = 0$ bude okamžik, když je družice přesně nad stanicí. (*Tip*: Rychlost u ve vzorci pro Dopplerův jev není skutečnou rychlostí družice, nýbrž pouze její složkou ve směru k radiostanici. Zakřivení Země a dráhy družice zanedbejte.)

96Ú. Mikrovlny, šířící se rychlostí světla, jsou odráženy od letounu letícího k jejich zdroji. Když se odražené vlny složí s vysílanými, frekvence záznějů je 990 Hz. Jestliže vlnová délka mikrovln je 0,100 m, jakou rychlostí se přibližuje letoun?