35
Obrazy

Bar ve Folies-Bergère *Edouarda Maneta okouzluje diváky od roku 1882, kdy byl namalován. Část jeho půvabu spočívá v kontrastu mezi publikem připraveným k představení a barmankou, jejíž oči prozrazují únavu. Ale jeho půvab závisí také na drobných odchylkách od skutečnosti, které Manet skryl v malbě — odchylkách, které dodávají scéně pocit tajemna, dokud nerozpoznáte, co je „chybně“. Naleznete je?*

35.1 DVA TYPY OBRAZŮ

Abychom viděli, řekněme, tučňáka, musí naše oko zachytit některé z paprsků šířících se od tučňáka a nasměrovat je na sítnici v pozadí oka. Zrakový systém, počínaje sítnicí a konče zrakovými centry v zadní části mozku, zpracovává podvědomě informace poskytnuté světlem. Tento systém identifikuje hrany, orientace, výplně ploch (textury), tvary a barvy a pak rychle přenese do našeho vědomí **obraz** (reprodukci odvozenou ze světla) tučňáka: vnímáme a poznáváme tučňáka nacházejícího se ve směru, odkud přichází světlo a vidíme ho ve správné vzdálenosti.

Toto zpracování a rozpoznávání provádí zrakový systém také tehdy, nepřicházejí-li světelné paprsky k nám přímo od tučňáka, ale odrážejí-li se k nám od zrcadla nebo lámou-li se na čočkách brýlí. Teď ovšem vidíme tučňáka v tom směru, odkud přicházejí světelné paprsky po odrazu nebo lomu a vzdálenost, kterou vnímáme, může být zcela odlišná od jeho skutečné vzdálenosti.

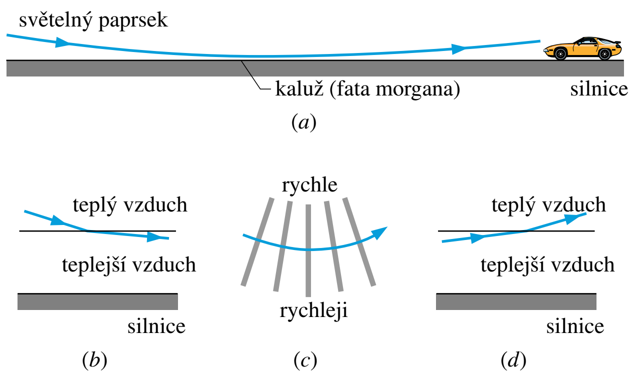
Odrážejí-li se například světelné paprsky směrem k nám na obyčejném rovinném zrcadle, zdá se nám, že tučňák je za zrcadlem, protože paprsky, které přijímáme, přicházejí z tohoto směru. Tučňák ovšem za ním není. Tento typ obrazu, kterému se říká **virtuální obraz**, existuje popravdě pouze v našem mozku, ale přesto říkáme, že existuje v poloze, kterou vnímáme.

Reálný obraz se liší tím, že může být vytvořen na povrchu, jakým je papír nebo projekční plátno. Reálný obraz můžeme vidět (jinak by biografy byly prázdné), ale existence obrazu nezávisí na tom, jestli jej vidíme. Obraz tam bude, i když ho nikdo nebude pozorovat.

V této kapitole budeme zkoumat několik způsobů vytváření virtuálních a reálných obrazů odrazem (na zrcadlech) a lomem (na čočkách). Oba typy obrazu od sebe jasněji rozlišíme. Napřed však jeden případ přirozeného virtuálního obrazu.

Fata morgana

Všeobecně známým příkladem virtuálního obrazu je kaluž vody, která se objeví ve slunných dnech na silnici v určité vzdálenosti před námi, kterou ale nikdy nemůžeme dostihnout. Tato kaluž je fata morgana (druh přeludu) a je vytvářena paprsky přicházejícími od části oblohy před námi nízko nad obzorem (obr. 35.1a). Blíží-li se paprsky k vozovce, procházejí postupně teplejším vzduchem ohřátým vozovkou, která je relativně horká. S rostoucí teplotou mírně roste rychlost světla, protože mírně klesá index lomu vzduchu. Sestupující paprsky postupně procházejí oblastmi s nižšími indexy lomu a jejich směr se spojitě blíží vodorovnému směru (obr. 35.1b).



Obr. 35.1 (a) Paprsek přicházející z dolní části oblohy se láme ve vzduchu ohřátém silnicí (aniž na ni dopadne). Pozorovatel, který zachytí toto světlo, je vnímá tak, jako by pocházelo od kaluže vody na vozovce. (b) Změna směru (zahnutí) sestupujícího paprsku na pomyslném rozhraní mezi teplým vzduchem a vzduchem o něco teplejším (nakresleno zveličeně). (c) Paprsek postupující vodorovně se zahne proto, že spodní část vlnoplochy se pohybuje v teplejším vzduchu rychleji. (d) Stoupající paprsek se zahne na pomyslném rozhraní mezi teplejším vzduchem a vzduchem o něco chladnějším.

Ohýbání paprsku pokračuje i poté, co paprsek běží vodorovně poněkud nad povrchem silnice, protože dolní část příslušné vlnoplochy se nachází v mírně teplejším vzduchu a pohybuje se o něco rychleji než horní část vlnoplochy (obr. 35.1c). Rozdílná rychlost pohybu částí vlnoplochy způsobuje ohýbání paprsku směrem nahoru. Protože paprsek stoupá vzhůru a prochází prostředím s postupně se zvětšujícím indexem lomu, ohýbá se dále (obr. 35.1d).

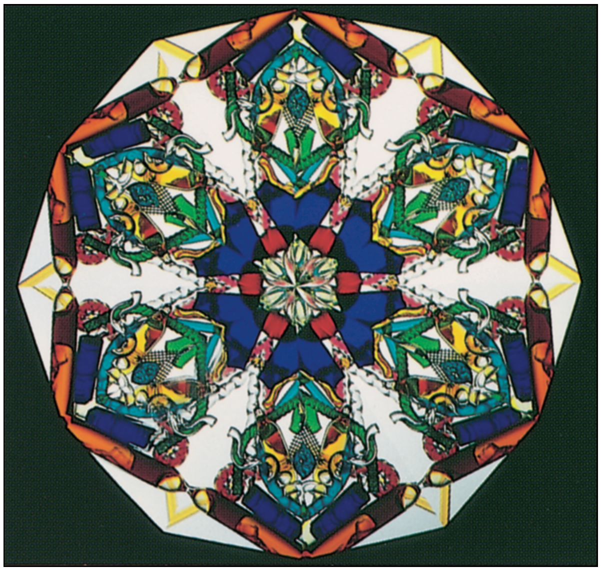
Zachytí-li naše oko některé z těchto paprsků světla, náš zrakový systém vyvodí automaticky, že přicházejí od předmětu nacházejícího se ve směru zpětného prodloužení zachycených paprsků, tedy z kaluže vody na vozovce. Modravé zbarvení kaluže je způsobeno tím, že světlo pochází z modré oblohy. Protože v zahřátém vzduchu je pravděpodobně turbulence, fata morgana se třpytí, jako by se voda vlnila. Modravé zbarvení a třpyt zvyšují dojem, že jde o kaluž vody; přesto však to, co vidíme, je virtuální obraz spodní části oblohy.

35.2 ROVINNÉ ZRCADLO

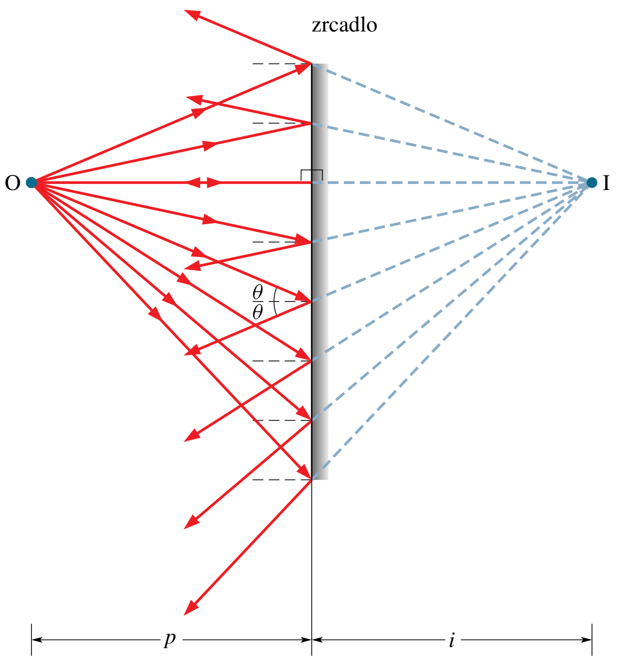
Zrcadlo je povrch, který odráží úzký svazek světelných paprsků prakticky do jediného směru. Jiné povrchy jej rozptylují do mnoha směrů nebo jej pohlcují. Leštěný povrch kovu působí jako zrcadlo, betonová stěna nikoli. V tomto článku vyšetříme obrazy vytvořené **rovinným zrcadlem** (rovinnou odraznou plochou).

Na obr. 35.2 je bodový zdroj světla O (nazveme jej **předmětem**) a ten leží ve vzdálenosti p před zrcadlem.

Které znaky nás informují, zda není tato fotografie vzhůru nohama? Je jich několik.



Část z toho, co vidíme při pohledu do kaleidoskopu, jsou předměty nacházející se na vzdálenějším konci trubice; zbytek sestává z obrazů těchto předmětů vytvořených zrcadly, která jsou vložena podélně do trubice. Kolik zrcadel je v trubici a jak jsou uspořádána? (Odpověď naleznete ve výsledcích kontrolních úloh.)

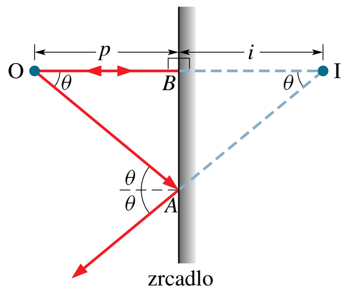


Obr. 35.2 Bodový zdroj světla O, nazývaný *předmětem*, je ve vzdálenosti p před zrcadlem. Světelné paprsky z O dopadající na zrcadlo se od něj odrážejí. Zachytí-li naše oko odražené paprsky, vnímáme bodový zdroj světla I, jako by se nacházel za zrcadlem ve vzdálenosti i od něj. Vnímaný zdroj I je *virtuální obraz* předmětu O.

Světlo dopadající na zrcadlo je znázorněno paprsky, které se šíří ze zdroje O. Odraz světla je znázorněn paprsky šířícími se od zrcadla. Prodloužíme-li odražené paprsky dozadu (za zrcadlo), zjistíme, že prodloužené paprsky se protínají v bodě ležícím ve vzdálenosti i za zrcadlem.

Díváme-li se na zrcadlo na obr. 35.2, zachytí naše oko některé z odražených paprsků. Vnímáme bodový zdroj světla umístěný v průsečíku prodloužených paprsků. Tento bodový zdroj je obraz I předmětu O. Nazveme ho **bodovým obrazem**, protože je to bod, a je to **virtuální obraz**, protože jím paprsky ve skutečnosti neprocházejí. (V případě reálného obrazu, jak uvidíme, paprsky průsečíkem skutečně procházejí.)

Obr. 35.3 Dva paprsky vybrané z mnoha paprsků na obr. 35.2. Paprsek OA svírá s normálou k zrcadlové ploše libovolný úhel θ. Paprsek OB je kolmý k zrcadlu.



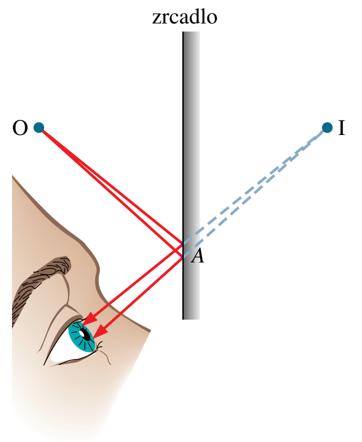
Z mnoha paprsků na obr. 35.2 jsou na obr. 35.3 vybrány dva. Jeden dopadá kolmo na zrcadlo v bodě B. Druhý dopadá pod úhlem θ v libovolném bodě A. Oba odražené paprsky prodloužíme za zrcadlo. Pravoúhlé trojúhelníky AOB a AIB mají společnou stranu AB a tři stejné úhly, jsou tedy shodné. Shodné jsou i jejich vodorovné strany, tj.

$$|\mathrm{I}B| = |\mathrm{O}B|, \qquad (35.1)$$

kde $|\mathrm{I}B|$ je vzdálenost obrazu a $|\mathrm{O}B|$ je vzdálenost předmětu od zrcadla. Rov. (35.1) říká, že obraz je tak daleko za zrcadlem, jako je předmět před ním. Podle dohody je **předmětová vzdálenost** p brána jako kladná veličina a **obrazová vzdálenost** i jako záporná. Pak rov. (35.1) můžeme zapsat jako $|i| = p$ nebo

$$i = -p \quad \text{(rovinné zrcadlo).} \qquad (35.2)$$

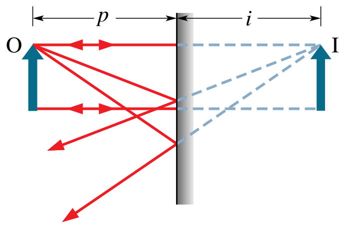
Po odrazu na zrcadle mohou vstoupit do oka pouze ty paprsky, které jsou těsně u sebe. Pro polohu oka znázorněnou na obr. 35.4 se pro vytvoření obrazu využije jen malá část zrcadla v okolí bodu A (část menší než oční pupila). Abychom ji nalezli, zavřeme jedno oko a pozorujme zrcadlový obraz malého předmětu, např. špičku tužky. Potom pohybujme konečkem prstu po zrcadlové ploše, až zakryjeme obraz. Obraz je vytvářen jen malou částí zrcadla pod konečkem prstu.



Obr. 35.4 Úzký svazek paprsků z bodu O vstupuje po odrazu na zrcadle do oka. Při odrazu těchto paprsků je využita malá část zrcadla blízko A. Zdá se, jako by světlo pocházelo z bodu I za zrcadlem.

Rozlehlé předměty

Šipka ve vzdálenosti p před zrcadlem na obr. 35.5 představuje rozlehlý předmět O. Každá malá část předmětu se chová jako bodový předmět z obr. 35.2 a 35.3. Zachytíme-li světlo odražené zrcadlem, vnímáme virtuální obraz I, který se skládá z virtuálních bodových obrazů všech těchto částí předmětu a který se zdá být ve vzdálenosti i za zrcadlem. Vztah mezi i a p udává rov. (35.2).



Obr. 35.5 Rozlehlý předmět O a jeho virtuální obraz I v rovinném zrcadle.

Polohu obrazu rozlehlého předmětu můžeme určit stejně, jak jsme určili polohu bodového předmětu na obr. 35.3: nakreslíme některé z paprsků, které dopadají na zrcadlo z vrcholu šipky, nakreslíme odpovídající odražené paprsky a pak protáhneme odražené paprsky za zrcadlo, až nalezneme jejich průsečík. Ten je obrazem vrcholu předmětu. Pak uděláme totéž pro paprsky ze spodního konce šipky. Z obr. 35.5 zjistíme, že virtuální obraz I má stejnou orientaci a *výšku* (měřenou rovnoběžně se zrcadlem) jako předmět O.

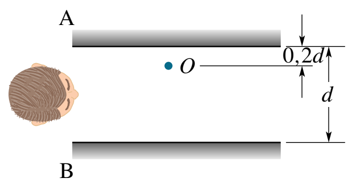
Manetův „Folies-Bergère"

Na obraze *Bar ve Folies-Bergère* vidíme sál s barem odrazem na velkém zrcadle, zavěšeném na stěně za ženou obsluhující bar. Odraz je však poněkud chybný ve třech věcech. Předně si povšimněme lahví vlevo. Manet namaloval jejich odraz v zrcadle, ale nevhodně jej umístil tím, že je namaloval daleko blíže k přední části baru, než ve skutečnosti jsou.

Nyní si všimněme odrazu ženy. Protože se na ženu díváte přímo zepředu, její odraz by měl být za ní a měla by být viditelná pouze jeho malá část (jestli vůbec); přesto Manet namaloval její odraz zcela napravo. Nakonec si všimněme odrazu muže, který na ni hledí. To musíte být vy, protože jak odraz ukazuje, muž stojí přímo před ženou, a tudíž to musí být ten, kdo si prohlíží malbu. Díváte se na Manetovo dílo a vidíte svůj odraz zcela vpravo.

Obraz působí tajemným dojmem, protože nesouhlasí s tím, co bychom očekávali od odrazu na zrcadle a od jeho malby.

KONTROLA 1: Na obrázku se díváte do soustavy dvou svislých rovnoběžných zrcadel A a B ve vzdálenosti d od sebe. Šklebící se obluda sedí na bidélku v bodě O ve vzdálenosti $0{,}2d$ od zrcadla A. Každé zrcadlo vytváří *první* (nejbližší) obraz obludy. Vytváří však také *druhý* obraz, jehož předmětem je první obraz vytvořený protilehlým zrcadlem. Vytváří i *třetí* obraz, jehož předmětem je druhý obraz na protilehlém zrcadle. A tak dále — můžete pozorovat stovky obrazů šklebící se obludy. Jak daleko za zrcadlem A je první, druhý a třetí obraz vytvořený zrcadlem A?



PŘÍKLAD 35.1

Výška Charlese Barkleye je 198 cm. Jak vysoké musí být svislé zrcadlo, aby v něm viděl svou postavu celou?

ŘEŠENÍ: V obr. 35.6 je bod H umístěn ve výšce vrcholu Barkleyovy hlavy, bod E ve výšce jeho očí a bod F ve výšce spodku jeho chodidel. (Pro přehlednost byl bod H nakreslen poněkud výše.) Obrázek ukazuje dráhy paprsků vycházejících z jeho hlavy a jeho chodidel a vstupujících do jeho očí po odrazu na zrcadle v bodě A, resp. v bodě C. Zrcadlo musí pokrývat pouze svislou vzdálenost h mezi těmito body.

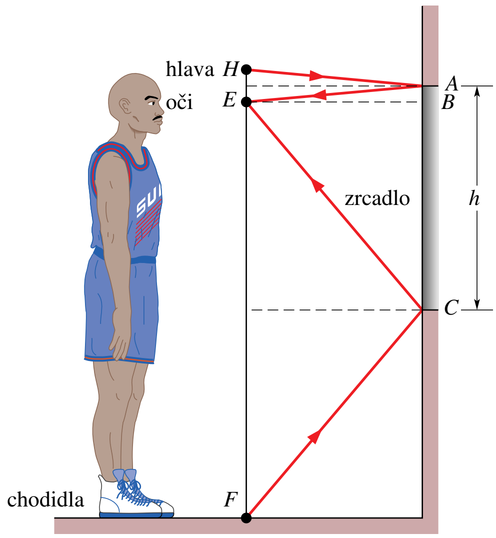
Z geometrie a z rov. (34.43) plyne

$$|AB| = \tfrac{1}{2}|HE| \quad \text{a} \quad |BC| = \tfrac{1}{2}|EF|.$$

Potřebná délka je tedy

$$h = |AB| + |BC| = \tfrac{1}{2}(|HE| + |EF|) = \\ = \tfrac{1}{2}(198\,\text{cm}) = 99\,\text{cm}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Zrcadlo tedy nemusí být delší než polovina atletovy výšky. A tento výsledek nezávisí na jeho vzdálenosti od zrcadla. (Máte-li k dispozici dlouhé zrcadlo, můžete experimentovat tak, že přelepíte novinami ty části zrcadla, které nepřispívají k vašemu obrazu. Zjistíte, že délka, kterou jste ponechali nezakrytou, je právě jedna polovina vaší výšky. Zrcadla umístěná pod bodem C vám umožní prohlížet si obraz podlahy.)



Obr. 35.6 Příklad 35.1. Zrcadlo, v němž můžete vidět celou výšku své postavy, nemusí být delší než polovina vaší výšky.

35.3 KULOVÉ ZRCADLO

Přejděme nyní od obrazů vytvářených rovinnými zrcadly k obrazům vytvářeným zrcadly se zakřivenými povrchy. Budeme uvažovat zejména kulová (sférická) zrcadla, což jsou prostě zrcadla ve tvaru části kulové plochy. Rovinné zrcadlo můžeme pokládat za kulové zrcadlo s nekonečně velkým *poloměrem křivosti*.

Od rovinného ke kulovému zrcadlu

Začněme u rovinného zrcadla na obr. 35.7a, obráceného doleva k předmětu O, který je zakreslen, a k pozorovateli, který zakreslen není. **Vyduté zrcadlo** (též **konkávní**) vytvoříme zakřivením povrchu zrcadla tak, že tvoří vydutou plochu, jaká je na obr. 35.7b. Tímto zakřivením povrchu se mění některé charakteristiky zrcadla a obrazu jím vytvářeného:

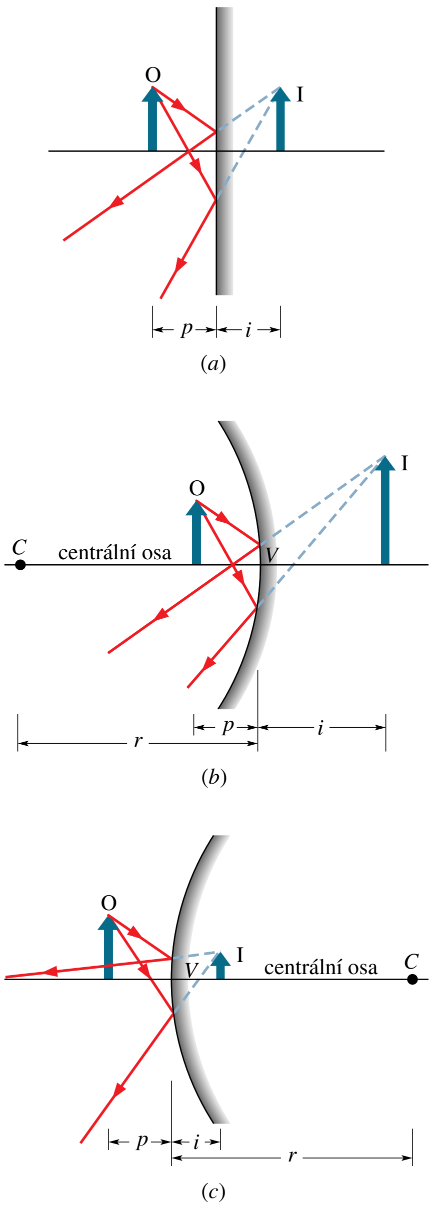
1. *Střed křivosti* C (střed kulové plochy, jejíž část tvoří povrch zrcadla) byl u rovinného zrcadla nekonečně vzdálený; u vydutého zrcadla je blíže, ale stále ještě před zrcadlem.
2. *Zorné pole* — rozsah scény, která je odrážena k pozorovateli — bylo široké; nyní je menší.
3. Obraz předmětu byl tak daleko za rovinným zrcadlem, jako byl předmět před ním; u vydutého zrcadla je obraz ještě dále za ním, tj. $|i|$ je větší.
4. Výška obrazu byla rovna výšce předmětu; nyní je výška obrazu větší. Pro tuto vlastnost jsou makeupová zrcátka a zrcátka k holení vydutá — vytvářejí totiž větší obraz tváře.

Vypuklé zrcadlo (též **konvexní**) vytvoříme zakřivením povrchu zrcadla tak, že tvoří vypuklou plochu, jaká je na obr. 35.7c. Takové zakřivení povrchu přesouvá střed křivosti C za zrcadlo a zvětšuje zorné pole. Posouvá též obraz předmětu blíže k zrcadlu a zmenšuje jej. Zrcadla sloužící k dozoru v obchodních domech bývají obvykle vypuklá; díky zvětšení zorného pole jimi lze sledovat větší část prodejny.

Ohniska kulových zrcadel

U rovinného zrcadla je velikost obrazové vzdálenosti i vždy rovna předmětové vzdálenosti p. Dříve, než určíme, v jakém vztahu jsou tyto vzdálenosti pro sférické zrcadlo, musíme se zabývat odrazem světla od předmětu O umístěného v nekonečné vzdálenosti před kulovým zrcadlem na *centrální ose* (neboli *optické ose*) zrcadla. Tato osa prochází středem křivosti C a vrcholem V zrcadla. Protože vzdálenost mezi předmětem a zrcadlem je velká, světelné vlny šířící se z předmětu podél centrální osy jsou při dopadu na zrcadlo rovinné. To znamená, že všechny paprsky představující tuto vlnu jsou při dopadu rovnoběžné s centrální osou.

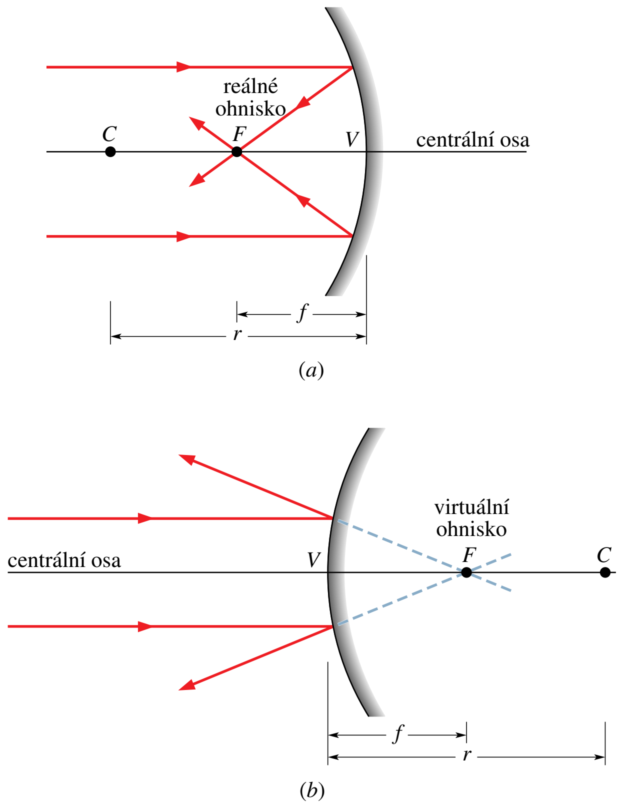
Po dopadu těchto rovnoběžných paprsků na vyduté zrcadlo (obr. 35.8a) se paprsky blízké centrální ose odrážejí tak, že procházejí společným průsečíkem F; dva z těchto paprsků jsou zakresleny na obrázku. Umístíme-li do bodu F



Obr. 35.7 (a) Rovinné zrcadlo vytváří virtuální obraz I předmětu O. (b) Je-li zrcadlo prohnuto tak, že se stane *vydutým*, přesune se obraz dále od něj a zvětší se. (c) Je-li zrcadlo prohnuto tak, že se stane *vypuklým*, přesune se obraz blíže k němu a zmenší se.

list papíru, objeví se na něm bodový obraz nekonečně vzdáleného předmětu O. (To by nastalo pro jakýkoli předmět nekonečně vzdálený ve směru osy.) Bod F nazýváme **ohniskem** (nebo **ohniskovým bodem**) zrcadla a jeho vzdálenost od vrcholu zrcadla **ohniskovou vzdáleností** f zrcadla.

Nahradíme-li vyduté zrcadlo vypuklým, zjistíme, že rovnoběžné paprsky již neprocházejí po odrazu společným bodem. Místo toho se rozbíhají, jak ukazuje obr. 35.8b.



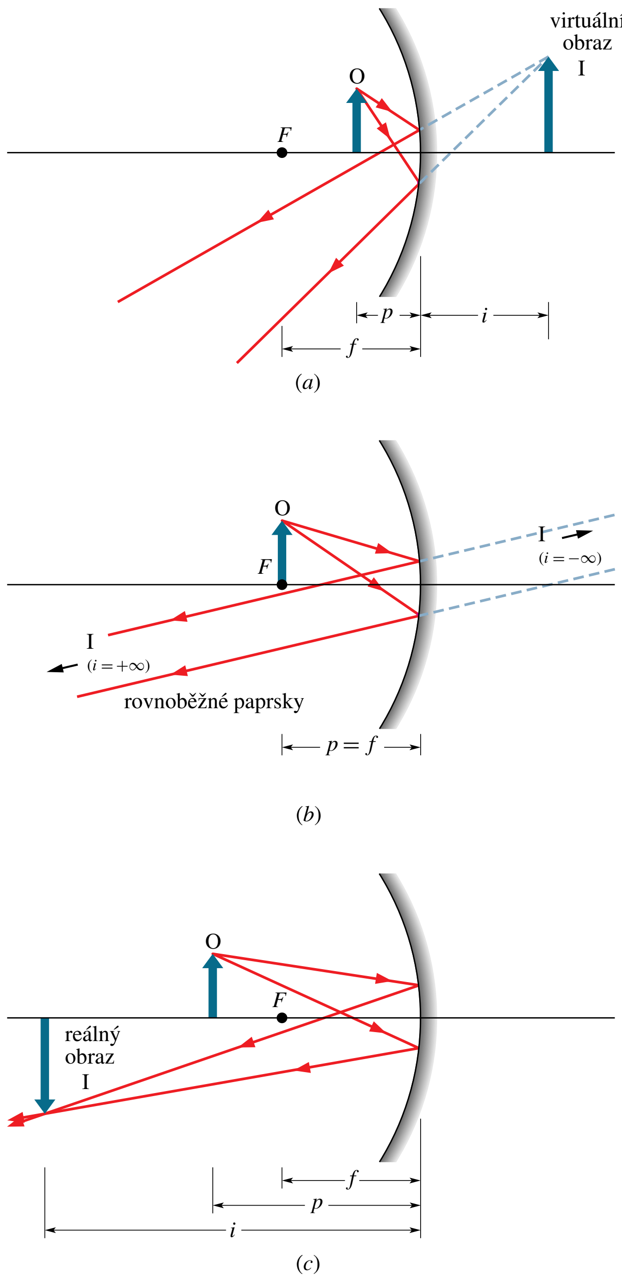
Obr. 35.8 (a) Vyduté zrcadlo soustředí dopadající rovnoběžné paprsky do reálného ohniska F, které leží na téže straně jako paprsky. (b) Vypuklé zrcadlo odráží dopadající rovnoběžné paprsky tak, jako by se rozbíhaly z virtuálního ohniska F, ležícího na opačné straně zrcadla.

Jestliže však naše oko zachytí některé z odražených paprsků, vnímáme světlo tak, jako by přicházelo z bodového zdroje za zrcadlem. Tento zdroj je umístěn ve společném bodě (F na obr. 35.8b), kterým procházejí prodloužené odražené paprsky. Tento bod je ohnisko F vypuklého zrcadla a jeho vzdálenost od vrcholu zrcadla je ohnisková vzdálenost f zrcadla. Umístíme-li do ohniska list papíru, *neobjeví se* na něm obraz předmětu O. Toto ohnisko tedy není stejné povahy jako ohnisko vydutého zrcadla.

Abychom odlišili skutečné ohnisko vydutého zrcadla od ohniska vypuklého zrcadla, které pouze vyvolává vjem bodového zdroje, nazveme první z nich *skutečným* (*reálným*) ohniskem a druhé *zdánlivým* (*virtuálním*) ohniskem. Kromě toho ohniskovou vzdálenost f pokládáme za kladnou veličinu u vydutého zrcadla a za zápornou veličinu u vypuklého zrcadla. Pro zrcadla obou typů jsou ohnisková vzdálenost f a poloměr křivosti r vázány vztahem

$$f = \tfrac{1}{2}r \qquad \text{(kulové zrcadlo),} \qquad (35.3)$$

kde r je kladné u vydutého a záporné u vypuklého zrcadla v souladu se znaménky ohniskové vzdálenosti.



Obr. 35.9 (a) Předmět O mezi vydutým zrcadlem a jeho ohniskem a jeho virtuální obraz I. (b) Předmět v ohnisku F. (c) Předmět ve vzdálenosti větší než ohnisková vzdálenost a jeho reálný obraz.

35.4 ZOBRAZENÍ KULOVÝM ZRCADLEM

Máme-li definováno ohnisko kulového zrcadla, můžeme najít vztah mezi obrazovou vzdáleností i a předmětovou vzdáleností p pro vydutá a vypuklá kulová zrcadla. Začneme s případem, kdy předmět O je umístěn *mezi vyduté zrcadlo a jeho ohnisko* F (obr. 35.9a). Potom může pozorovatel vidět v zrcadle virtuální obraz předmětu O: obraz se vytváří za zrcadlem a je stejně orientován jako předmět.

Jestliže nyní pohybujeme předmětem dále od zrcadla až do ohniska, obraz postupuje dále za zrcadlo až do nekonečna (obr. 35.9b). Pak je obraz nejasný a nerozeznatelný, protože ani odražené paprsky, ani paprsky prodloužené za zrcadlo se neprotnou v konečné vzdálenosti, aby vytvořily obraz bodu O.

Pohybujeme-li předmětem ještě dále od ohniska, tj. tak, že jeho vzdálenost od zrcadla je *větší než ohnisková vzdálenost*, budou se paprsky odražené od zrcadla sbíhat a vytvoří převrácený obraz I předmětu O před zrcadlem (obr. 35.9c). Tento obraz postupuje z nekonečna, přemísťujeme-li předmět z ohniska. Kdybychom v místě, kde se nachází obraz, podrželi kousek papíru, bude na něm obraz viditelný — říkáme, že obraz je **zaostřený** neboli **fokusovaný** na papír. Protože obraz na papíře skutečně vzniká, je to reálný obraz — paprsky se skutečně protnou a vytvoří obraz nezávisle na tom, zda je přítomen pozorovatel. Obrazová vzdálenost i reálného obrazu je kladná veličina na rozdíl od obrazové vzdálenosti virtuálního obrazu. Dále vidíme, že platí:

> Reálné obrazy vznikají na téže straně zrcadla, kde se nachází předmět, virtuální obrazy na opačné straně.

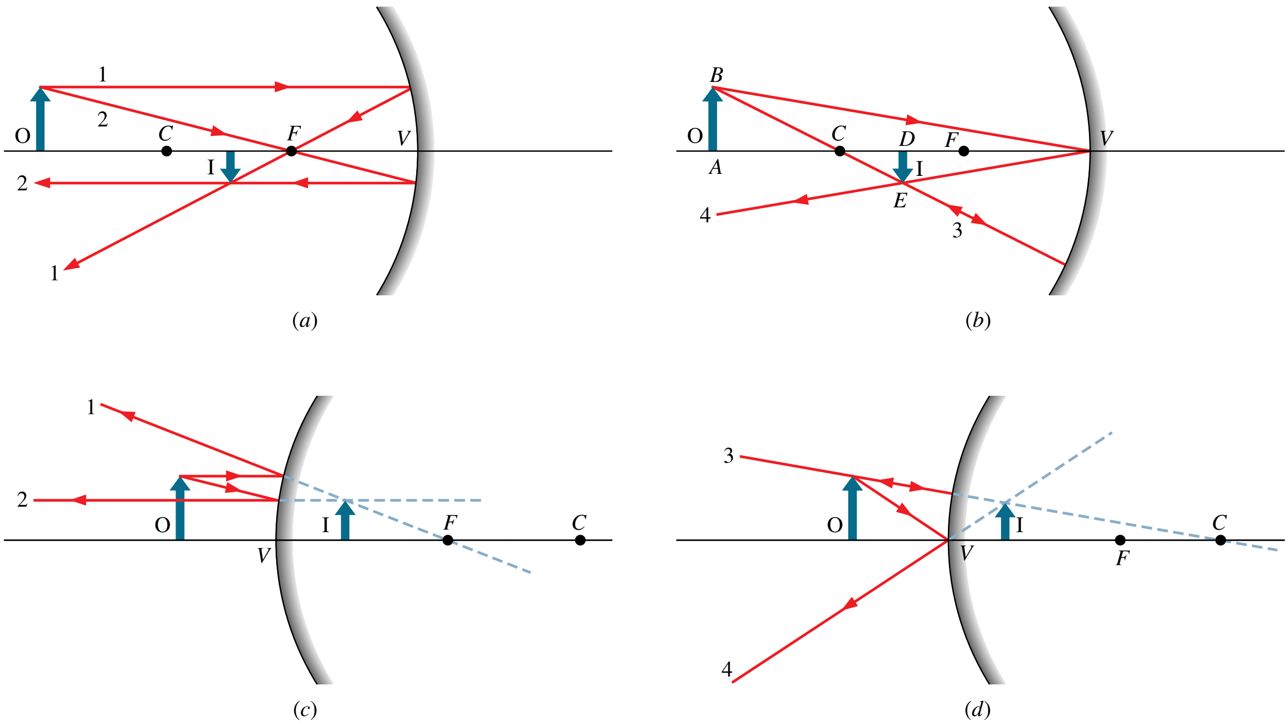
Jak dokážeme v čl. 35.8, svírají-li světelné paprsky jen malé úhly s centrální osou kulového zrcadla, jsou předmětová vzdálenost p, obrazová vzdálenost i a ohnisková vzdálenost f vázány jednoduchým vztahem

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} \quad \text{(kulové zrcadlo).} \tag{35.4}$$

(V obrázcích jako např. obr. 35.9 jsou pro názornost úhly paprsků zveličeny.)

Velikost předmětu, resp. obrazu měřená *kolmo* k centrální ose zrcadla se nazývá *výška předmětu*, resp. *obrazu*. Označme výšku předmětu h a výšku obrazu h'. Pak poměr h'/h nazveme **příčným zvětšením** m zrcadla. Podle dohody opatříme příčné zvětšení znaménkem plus, jsou-li orientace obrazu a předmětu stejné a znaménkem minus, jsou-li opačné. Proto píšeme vztah pro m takto:

$$|m| = \frac{h'}{h} \quad \text{(příčné zvětšení).} \tag{35.5}$$



Obr. 35.10 (a, b) Čtyři paprsky, jejichž narýsováním můžeme nalézt obraz libovolného předmětu vytvořený vydutým zrcadlem. Pro polohu předmětu na obrázku vznikne reálný a převrácený obraz menší než předmět. (c, d) Čtyři podobné paprsky pro případ vypuklého zrcadla. Toto zrcadlo vytvoří vždy virtuální obraz orientovaný stejně jako předmět a menší než předmět. (Paprsek 2 v obr. (c) směřoval původně do ohniska F.)

Brzy dokážeme, že příčné zvětšení můžeme zapsat takto:

$$m = -\frac{i}{p} \quad \text{(příčné zvětšení).} \tag{35.6}$$

Pro rovinné zrcadlo, kde $i = -p$, dostaneme $m = +1$. Zvětšení rovné 1 znamená, že velikosti obrazu a předmětu jsou stejné. Znaménko plus značí, že obraz a předmět mají stejnou orientaci. Pro vyduté zrcadlo na obr. 35.9c je $m \doteq \doteq -1{,}5$.

Rov. (35.3) až (35.6) platí pro všechna rovinná, kulová vydutá a kulová vypuklá zrcadla. Kromě těchto rovnic je potřeba, abyste zvládli množství dalších informací o těchto zrcadlech. Vyplněním tab. 35.1 byste si je měli uspořádat.

Ve sloupci OBRAZ/POLOHA rozhodněte, zda je obraz na *téže* straně zrcadla jako předmět, nebo na *opačné* straně. Ve sloupci OBRAZ/TYP rozhodněte, zda je obraz *reálný*, nebo *virtuální*. Ve sloupci OBRAZ/ORIENTACE rozhodněte, zda obraz má *stejnou* orientaci jako předmět, nebo zda je *převrácený*. Ve sloupcích ZNAMÉNKO uveďte znaménko veličiny, nebo vyplňte $\pm$, může-li se vyskytnout znaménko obojí.

Nalezení polohy obrazu paprskovou konstrukcí

Na obr. 35.10a, b je znázorněn předmět O umístěný před vydutým zrcadlem. Polohu obrazu libovolného bodu předmětu, který neleží na ose, můžeme určit pomocí *paprskového*

Tabulka 35.1 **Uspořádání informací o zrcadlech**

Typ zrcadla	Poloha předmětu	Obraz			Znaménko veličiny			
		Poloha	Typ	Orientace	f	r	i	m
Rovinné	kdekoli							
Vyduté	$p < f$							
	$p > f$							
Vypuklé	kdekoli							

obrazce s využitím kterýchkoli dvou paprsků z následujících čtyř speciálních paprsků procházejících tímto bodem.

1. Paprsek původně rovnoběžný s osou se odráží do ohniska (paprsek 1 na obr. 35.10a).
2. Paprsek, který se po průchodu ohniskem odráží od zrcadla, vystupuje rovnoběžně s osou (paprsek 2 na obr. 35.10a).
3. Paprsek, který se odráží po průchodu středem křivosti C od zrcadla, se vrací po stejné přímce (paprsek 3 na obr. 35.10a).
4. Paprsek, který se odráží od zrcadla v průsečíku V zrcadla s osou, se odráží symetricky podle této osy (paprsek 4 na obr. 35.10b).

Obraz zvoleného bodu je v průsečíku libovolných dvou speciálních paprsků. Obraz předmětu nalezneme určením polohy obrazů dvou nebo více jeho bodů. Při užití těchto paprsků u vypuklých zrcadel je zapotřebí poněkud změnit jejich popis (obr. 35.10c, d).

Odvození rov. (35.6)

Nyní jsme schopni odvodit rov. (35.6) ($m = -i/p$), tj. výraz pro příčné zvětšení předmětu zobrazeného zrcadlem. Uvažujme paprsek 4 v obr. 35.10b. Ten se odráží v bodě V tak, že dopadající a odražený paprsek svírají týž úhel s osou zrcadla.

Dva pravoúhlé trojúhelníky ABV a DEV v obrázku jsou podobné, takže můžeme napsat

$$\frac{|DE|}{|AB|} = \frac{|VD|}{|VA|}.$$

Podíl na levé straně (necháme-li stranou otázku znaménka) představuje příčné zvětšení zrcadla. Protože pozorujeme převrácený obraz a tedy zvětšení je *záporné*, označíme jej $-m$. Jenže $|VD| = i$, $|VA| = p$, takže dostáváme

$$m = -\frac{i}{p} \quad \text{(zvětšení)}. \tag{35.7}$$

PŘÍKLAD 35.2

Tarantule výšky h sedí před kulovým zrcadlem s ohniskovou vzdáleností $|f| = 40\,\text{cm}$. Obraz tarantule vytvořený zrcadlem je orientován shodně jako předmět a má výšku $h' = 0{,}20h$.

(a) Je obraz reálný, nebo virtuální a leží na stejné straně jako tarantule, nebo na opačné?

ŘEŠENÍ: Protože obraz je stejně orientován jako předmět (tarantule), musí být virtuální a musí ležet na opačné straně zrcadla. (Tento výsledek snadno zjistíte, máte-li vyplněnu tab. 35.1.)

(b) Je zrcadlo vyduté, nebo vypuklé a jaká je jeho ohnisková vzdálenost f (včetně znaménka)?

ŘEŠENÍ: Můžeme z typu obrazu, který zrcadlo vytváří, určit typ zrcadla? Ne, protože virtuální obraz může být vytvářen oběma typy zrcadel. Můžeme určit typ zrcadla nalezením znaménka f z rov. (35.3) a (35.4)? Ne, na to nemáme dostatek informací. Jediný postup, který nám zbývá, je uvážit informace o zvětšení. Víme, že podíl obrazové výšky h' a výšky předmětu h se rovná 0,20. Z rov. (35.5) vychází

$$|m| = \frac{h'}{h} = 0{,}20.$$

Protože předmět i obraz jsou orientovány shodně, víme, že m musí být kladné: $m = +0{,}20$. Dosazením do rov. (35.6) a jejím řešením, řekněme pro i, dostaneme

$$i = -0{,}20p,$$

což se nezdá být užitečné pro nalezení f. Užitečným se stane po dosazení do rov. (35.4). Z rovnice vychází

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{p} = \frac{1}{-0{,}20p} + \frac{1}{p} = \frac{1}{p}(-5+1),$$

odkud nalezneme

$$f = -p/4.$$

Protože p je kladné, f musí být záporné, což znamená, že zrcadlo je vypuklé a jeho ohnisková vzdálenost je

$$f = -40\,\text{cm}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

KONTROLA 2: Netopýr klímající na centrální ose kulového zrcadla je zobrazen se zvětšením $m = -4$. Je jeho obraz (a) reálný, nebo virtuální, (b) převrácený, nebo stejně orientovaný jako netopýr a (c) na téže straně jako netopýr, nebo na opačné straně?

35.5 KULOVÝ LÁMAVÝ POVRCH

Od obrazů vytvářených odrazem (reflexí) přejdeme k obrazům vytvářeným lomem (refrakcí) na površích průhledných materiálů, např. skla. Budeme uvažovat pouze kulové povrchy; jejich poloměr křivosti označme r a střed křivosti C. Bodový předmět O umístěný v prostředí s indexem lomu n_1 bude vysílat světlo, které se bude lámat na kulovém rozhraní do prostředí s indexem lomu n_2.

Zajímáme se o to, kdy světelné paprsky po lomu na ploše povrchu nebo rozhraní vytvoří reálný obraz (jehož existence není podmíněna přítomností pozorovatele), nebo virtuální obraz (podmíněný tím, že pozorovatel zachytí paprsky). Odpověď závisí na poměru indexů n_1 a n_2 a na geometrické situaci.

Na obr. 35.11 je znázorněno šest možných výsledků. V každé části obrázku je vystínováno prostředí s větším indexem lomu a předmět O je vždy nalevo od lámavého povrchu v prostředí s indexem lomu n_1. V každé části je zakreslen chod jednoho typického paprsku po lomu na ploše. (Tento paprsek spolu s paprskem šířícím se ve směru optické osy určuje ve všech případech polohu obrazu.)

Normálou k lámavé ploše v bodě dopadu typického paprsku je radiála procházející středem křivosti C. Vstupuje-li paprsek do prostředí s větším indexem lomu, láme se ke kolmici. Vstupuje-li do prostředí s menším indexem lomu, láme se od kolmice. Směřuje-li pak lomený paprsek k centrální ose, vytvoří spolu s ostatními (v obrázku nezakreslenými paprsky) reálný obraz na optické ose. Směřuje-li paprsek od centrální osy, nemůže se reálný obraz vytvořit; zpětné prodloužení tohoto paprsku a také ostatních může vytvořit virtuální obraz za předpokladu (stejného jako u zrcadel), že některé z těchto paprsků zachytí oko pozorovatele.

Reálné obrazy I (v obrazové vzdálenosti i) se tvoří v obr. 35.11a, b tam, kde lomené paprsky *směřují k* centrální ose. Virtuální obrazy vznikají v obr. 35.11c, d tam, kde lomené paprsky *směřují od* centrální osy. Povšimněme si, že v těchto čtyřech případech vznikají reálné obrazy tehdy, nachází-li se předmět poměrně daleko od lámavé plochy a virtuální obrazy tehdy, je-li předmět blíže lámavé plochy. V posledních dvou případech (obr. 35.11e, f) směřují lomené paprsky vždy od centrální osy a vytváří virtuální obraz nezávisle na předmětové vzdálenosti.

Povšimněme si hlavního rozdílu oproti obrazům vzniklým odrazem:

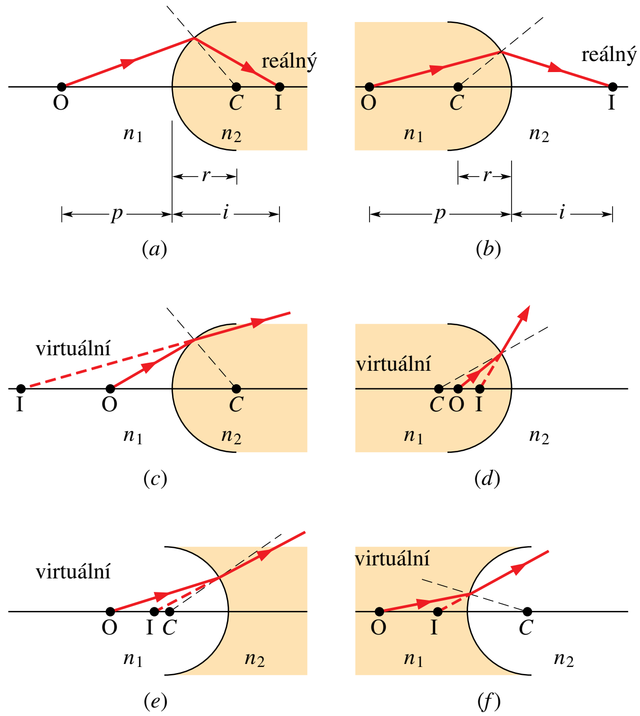
> Reálné obrazy vznikají na opačné straně lámavé plochy, než se nachází předmět; virtuální vznikají na téže straně.

V čl. 35.8 ukážeme, že pro paprsky svírající malé úhly s centrální osou platí

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r}. \qquad (35.8)$$

Předmětová vzdálenost p je stejně jako u zrcadel kladná; obrazová vzdálenost i je kladná pro reálný obraz a záporná pro virtuální obraz. Abychom však měli v rov. (35.8) všechna znaménka správně, musíme ještě užít následujícího pravidla pro znaménko poloměru křivosti r:

> Nachází-li se předmět před vypuklou lámavou plochou, je poloměr křivosti r kladný. Nachází-li se před vydutou plochou, je r záporné.



Obr. 35.11 Šest možných způsobů, při nichž vznikne obraz lomem na kulovém povrchu poloměru r se středem křivosti C. Povrch (rozhraní) odděluje dvě prostředí s indexy lomu n_1 a n_2. Bodový zdroj O je vždy v prostředí s n_1 nalevo od povrchu. Prostředí s menším indexem lomu není vystínováno (myslete si, že je to vzduch, zatímco druhé prostředí je vyplněno sklem). Reálné obrazy vznikají v případech (a) a (b), virtuální obrazy vznikají v ostatních čtyřech případech.

Pozor: toto pravidlo je právě obrácené než pravidlo pro zrcadla.

PŘÍKLAD 35.3

Moskyt z jurského období byl nalezen zalitý v kusu jantaru s indexem lomu 1,6. Jeden povrch jantaru tvoří vypuklá kulová plocha s poloměrem křivosti 3,0 mm (obr. 35.12). Hlava moskyta leží na centrální ose povrchu. Prohlížíme-li ji ve směru osy, jeví se vnořena 5,0 mm do jantaru. V jaké hloubce je ve skutečnosti?

ŘEŠENÍ: Předně si musíme uvědomit, co znamená „jeví se“: znamená to, že pozorovatel (ve vzduchu) vidí obraz hlavy moskyta v jantaru 5,0 mm od kulového povrchu jantaru. Protože předmět (hlava) a jeho obraz jsou na téže straně lámavé plochy, musí být obraz virtuální a tedy $i = -5{,}0$ mm. Index lomu prostředí, v němž leží předmět, je vždy označen n_1; musíme tedy položit $n_1 = 1{,}6$ a $n_2 = 1{,}0$. Konečně protože předmět leží před vydutou lámavou plochou, je její poloměr křivosti záporný, $r = -3{,}0$ mm. Hledáme polohu předmětu p. Dosazením těchto údajů do rov. (35.8) dostaneme

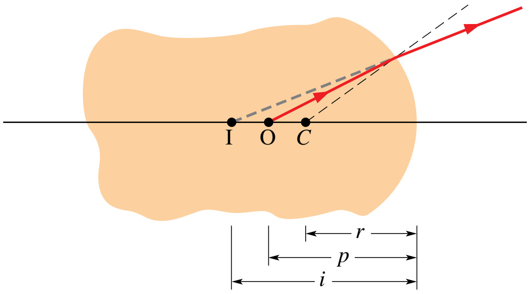
$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r},$$

tedy

$$\frac{1{,}6}{p} + \frac{1{,}0}{-5{,}0\,\mathrm{mm}} = \frac{1{,}0 - 1{,}6}{-3{,}0\,\mathrm{mm}}$$

a

$$p = 4{,}0\,\mathrm{mm}. \qquad \text{(Odpověď)}$$



Obr. 35.12 Příklad 35.3. Moskyt z jurského období pohřbený v kusu jantaru; jeho hlava se nachází v bodě O. Kulový lámavý povrch na pravé straně se středem křivosti C vytváří obraz I vnímaný pozorovatelem, který zachytí paprsky šířící se z předmětu O.

KONTROLA 3: Včela se vznáší před vydutým kulovým lámavým povrchem skleněné sochy. (a) Který z případů na obr. 35.11 odpovídá této situaci? (b) Je obraz vytvořený tímto povrchem reálný, nebo virtuální a nachází se na stejné straně jako včela, nebo na opačné?

35.6 TENKÁ ČOČKA

Čočka je průhledné (transparentní) těleso se dvěma lámavými plochami, jejichž centrální osy splývají. Společná centrální osa je centrální osou čočky. Je-li čočka obklopena vzduchem, láme se světlo ze vzduchu do čočky, prochází čočkou a znovu se láme do vzduchu. Při každém lomu se může změnit směr chodu světla.

Čočku, která způsobí, že paprsky původně rovnoběžné s centrální osou se sbíhají (konvergují), nazveme **spojkou** neboli **spojnou (konvergentní) čočkou**. Jestliže čočka místo toho způsobí, že takové paprsky se rozbíhají (divergují), jde o **rozptylku** neboli **čočku rozptylnou (divergentní)**. Umístíme-li předmět před čočky obou typů, mohou lomené světelné paprsky vytvořit obraz tohoto předmětu.

Budeme se zabývat pouze speciálním případem **tenké čočky**, tj. čočkou, jejíž nejtlustší část je tenká ve srovnání

Hmyz pohřbený v jantaru přibližně před 25 miliony let. Protože ho pozorujeme přes zakřivený lámavý povrch, nesouhlasí obraz, který vidíme, s polohou předmětu.

s předmětovou vzdáleností p, s obrazovou vzdáleností i a s poloměry křivosti r_1 a r_2 obou povrchů čočky. Budeme také uvažovat pouze světelné paprsky, které svírají malé úhly s centrální osou (v obrázcích jsou tyto úhly zveličeny). V čl. 35.8 dokážeme, že za těchto předpokladů má tenká čočka ohniskovou vzdálenost f, která je vázána se vzdálenostmi i a p vztahem

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i} \qquad \text{(tenká čočka).} \tag{35.9}$$

Tento vztah má stejný tvar, jaký měla rovnice pro kulová zrcadla. Dokážeme také, že pro tenkou čočku s indexem lomu n obklopenou vzduchem je ohnisková vzdálenost f dána vztahem

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \qquad \text{(tenká čočka ve vzduchu),} \tag{35.10}$$

kde r_1 je poloměr křivosti povrchu bližšího k předmětu a r_2 je poloměr křivosti druhého povrchu. Znaménka těchto poloměrů určíme podle pravidla pro poloměry lámavých ploch v čl. 35.5. Pro čočku obklopenou jinou látkou než vzduchem (řekněme rostlinným olejem) s indexem lomu n_m nahradíme n v rov. (35.10) podílem n/n_m. Z předcházejících úvah, na nichž jsou založeny rov. (35.9) a (35.10), vyplývá:

> Čočka může vytvářet obraz nějakého předmětu jen tím, že mění směr světelných paprsků. To však může jen tehdy, je-li její index lomu odlišný od indexu lomu látky, která ji obklopuje.

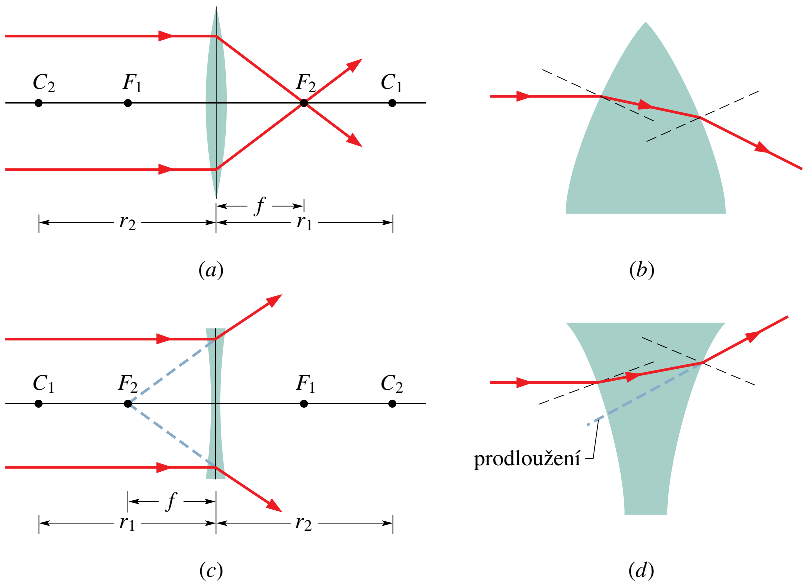
Na obr. 35.13a je tenká čočka s vypuklými lámavými povrchy neboli *stranami* čočky (dvojvypuklá). Procházejí-li jí paprsky, které byly původně rovnoběžné s její centrální osou, lámou se dvakrát, což ukazuje zvětšený obr. 35.13b. Tento dvojí lom způsobuje, že se paprsky sbíhají a procházejí společným bodem F_2 ve vzdálenosti f od středu čočky. Tato čočka je tedy spojná, má v bodě F_2 *reálné* ohnisko (protože paprsky jím skutečně procházejí) a její ohnisková vzdálenost je f. Pošleme-li čočkou paprsky rovnoběžné s optickou osou v opačném směru, nalezneme jiné reálné ohnisko v bodě F_1 na druhé straně čočky. V případě tenké čočky ve vzduchu jsou tato ohniska stejně vzdálena od čočky.

Protože ohniska spojné čočky jsou reálná, pokládáme její ohniskové vzdálenosti f za kladné, stejně jako u vydutého zrcadla s reálným ohniskem. Jenže znaménka v optice mohou být záludná, proto použijeme ke kontrole rov. (35.10). Je-li f kladné, je levá strana rovnice kladná; a co pravá strana? Vyšetřeme ji člen po členu. Index lomu n skla nebo jakéhokoli materiálu je větší než 1, tedy výraz $(n-1)$ musí být kladný. Protože zdroj světla (kterým je předmět) leží nalevo před vypuklou levou stranou čočky,

Zažehnutí ohně fokusací slunečního světla na noviny pomocí spojné čočky zhotovené z čistého ledu. Čočka byla zhotovena tak, že v mělké nádobě (se zakřiveným dnem) zmrzla voda. (Čočka musí mít hodně velký průměr, protože led silně pohlcuje infračervené záření.)

musí být poloměr křivosti r_1 této strany podle pravidla pro lámavou plochu kladný. Podobně protože předmět leží před vydutou pravou stranou čočky, je poloměr křivosti r_2 této strany záporný. Činitel $(1/r_1 - 1/r_2)$ je tedy kladný a znaménka souhlasí.

Na obr. 35.13c je tenká čočka s oběma dutými stranami (dvojdutá). Procházejí-li touto čočkou paprsky rovnoběžné s její centrální osou, lámou se dvakrát, jak je zvětšeně nakresleno na obr. 35.13d. Tyto paprsky se rozbíhají a nikdy neprocházejí společným bodem; proto je tato čočka



Obr. 35.13 (a) Paprsky postupující původně rovnoběžně s centrální osou spojné čočky se sbíhají do ohniska F_2 čočky. Čočka je tenčí než na obrázku, její tloušťka je srovnatelná s tloušťkou svislé přímky procházející čočkou, na níž mění paprsky směr. (b) Zvětšená horní část čočky z obr. (a); normály k povrchům jsou vyznačeny čárkovaně. Povšimněte si, že oba lomy paprsku na površích směrují paprsky dolů k centrální ose. (c) Tytéž původně rovnoběžné paprsky se po průchodu rozptylnou čočkou stanou rozbíhavými. Prodloužené paprsky vycházejí z virtuálního ohniska F_2. (d) Zvětšená horní část čočky z obr. (c). Povšimněte si, že při obou lomech se odchylují paprsky nahoru, od optické osy.

rozptylná (divergentní). Prodloužení těchto paprsků však prochází společným bodem F_2 ve vzdálenosti f od středu čočky. Nazýváme ho *virtuální ohnisko*. (Zachytí-li vaše oko některé z rozbíhavých paprsků, vnímáte jasnou stopu v F_2, jako by tam byl zdroj světla.) Je-li čočka tenká, leží druhé virtuální ohnisko na opačné straně čočky v bodě F_1 umístěném symetricky. Protože ohniska rozptylky jsou virtuální, pokládáme její ohniskovou vzdálenost f za zápornou.

Zobrazování čočkou

Uvažujme nyní, jaké typy obrazu jsou vytvářeny spojkami a rozptylkami. Na obr. 35.14a je předmět O umístěn před ohniskem F_1 spojné čočky (nalevo od F_1). Z chodu dvou paprsků zakreslených v obrázku vidíme, že čočka vytváří reálný převrácený obraz I na opačné straně čočky, než se nachází předmět.

Na obr. 35.14b je předmět umístěn mezi ohniskem F_1 a čočkou (napravo od F_1); čočka pak vytvoří virtuální obraz na téže straně čočky a se stejnou orientací jako předmět. Spojka tedy může vytvořit jak reálný, tak virtuální obraz v závislosti na tom, je-li předmět nalevo nebo napravo od ohniska.

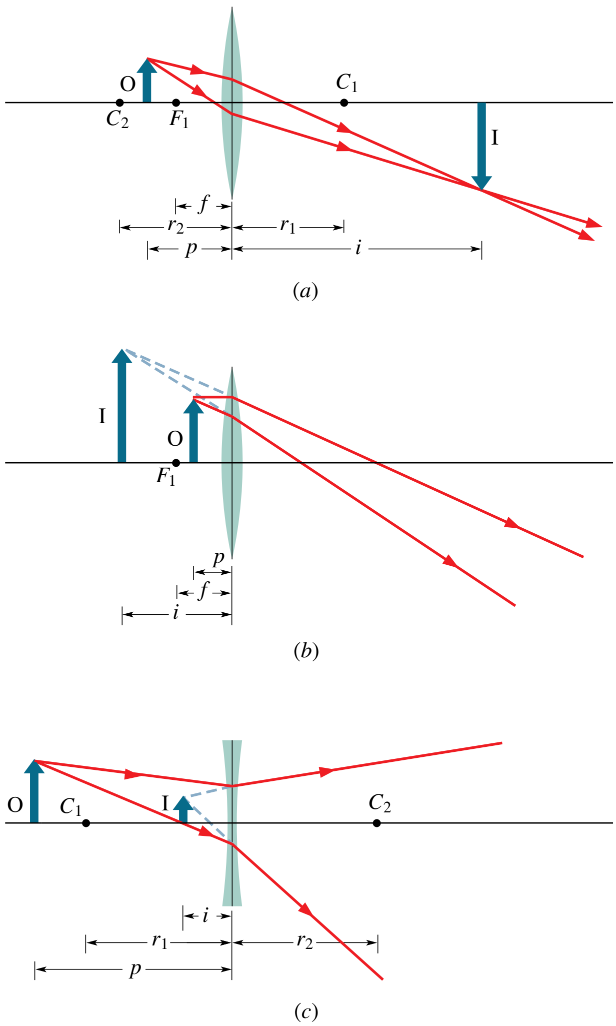
Obr. 35.14c znázorňuje předmět O před rozptylnou čočkou. Nezávisle na předmětové vzdálenosti (nezávisle na tom, zda je O nalevo nebo napravo od virtuálního ohniska) vytvoří tato čočka virtuální obraz, který je na téže straně a má stejnou orientaci jako předmět.

Stejně jako u zrcadel bereme obrazovou vzdálenost i jako kladnou, je-li obraz reálný, a zápornou, je-li virtuální. Nicméně umístění reálných a virtuálních obrazů vytvořených čočkami je opačné než u zrcadel:

Reálné obrazy se tvoří na opačné straně čočky a virtuální obrazy na téže straně čočky, jako je předmět.

Příčné zvětšení m obrazů vytvořených spojnými a rozptylnými čočkami je dáno rov. (35.5) a (35.6), platnými i pro zrcadla.

V tomto odstavci se po vás chce, abyste si zapamatovali množství informací; měli byste si je utřídit tím, že vyplníte tab. 35.2 pro tenké čočky. Ve sloupci OBRAZ/POLOHA



Obr. 35.14 (a) Reálný převrácený obraz I vytvoří spojná čočka tehdy, je-li předmět O umístěn před ohniskem F_1 spojné čočky (nalevo od něj). (b) Obraz I je virtuální a má stejnou orientaci jako O, je-li O mezi ohniskem a čočkou (napravo od F_1). (c) Rozptylná čočka vytváří virtuální obraz I stejně orientovaný jako předmět O nezávisle na tom, zda předmět leží nalevo od ohniska nebo napravo od něj.

rozhodněte, zda je obraz na *téže* straně, nebo na *opačné* straně čočky jako předmět. Ve sloupci OBRAZ/TYP rozhodněte, zda je obraz *reálný*, nebo *virtuální*. Do sloupce

Tabulka 35.2 **Uspořádání informací o čočkách**

TYP ČOČKY	UMÍSTĚNÍ PŘEDMĚTU	OBRAZ			ZNAMÉNKO VELIČINY		
		POLOHA	TYP	ORIENTACE	f	i	m
Spojná	$p < f$						
	$p > f$						
Rozptylná	kdekoli						

OBRAZ/ORIENTACE napište, zda má obraz *stejnou* orientaci jako předmět, nebo zda je *převrácený*.

RADY A NÁMĚTY

Bod 35.1: *Problémy se znaménky u zrcadel a čoček*

Pozor: zrcadlo s vypuklým povrchem má ohniskovou vzdálenost f zápornou; naopak čočka s vypuklými povrchy (dvojvypuklá, bikonvexní) kladnou. Zrcadlo s vydutým povrchem má kladnou ohniskovou vzdálenost; naopak čočka s dutými povrchy (dvojdutá, bikonkávní) má zápornou. Obvyklou chybou je, že se tyto vlastnosti zrcadel a čoček zaměňují.

Nalezení polohy obrazu rozlehlého předmětu paprskovou konstrukcí

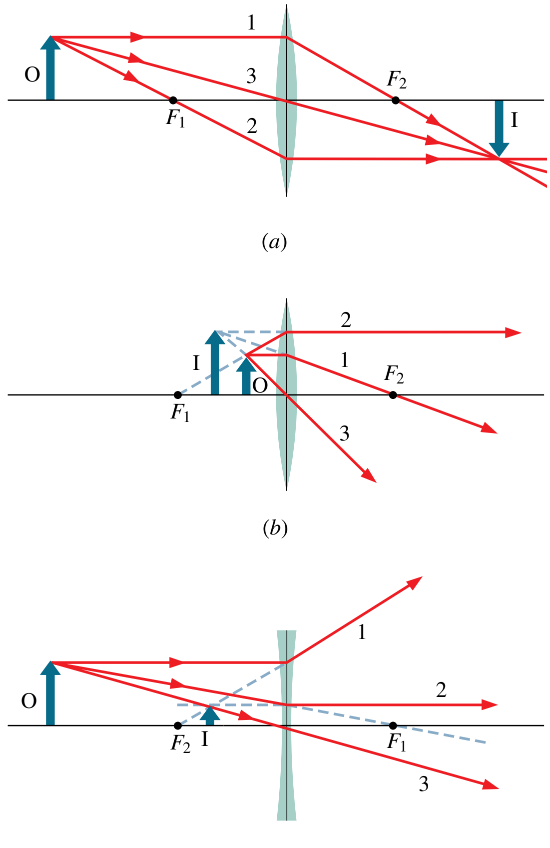
Na obr. 35.15a je znázorněn předmět O před ohniskem F_1 tenké spojné čočky (nalevo od něj). Umístění obrazu jeho libovolného bodu, který neleží na ose (např. vrcholu šipky na obrázku), můžeme nalézt grafickou konstrukcí *paprskového obrazce* pomocí dvou ze tří speciálních paprsků procházejících tímto bodem. Ke speciálním paprskům, vybraným ze všech paprsků procházejících čočkou a vytvářejících obraz, patří tyto:

1. Paprsek původně rovnoběžný s osou čočky prochází po průchodu čočkou ohniskem F_2 (paprsek 1 na obr. 35.15a).
2. Paprsek, který původně procházel ohniskem F_1, vystoupí z čočky rovnoběžně s osou (paprsek 2 na obr. 35.15a).
3. Paprsek, který původně směřoval do středu čočky, z ní vystoupí beze změny směru (paprsek 3 na obr. 35.15a), protože prošel dvěma povrchy čočky, které jsou téměř rovnoběžné. Obraz bodu O je umístěn na druhé straně čočky v průsečíku těchto tří paprsků. Obraz I celého předmětu nalezneme určením obrazů několika jeho bodů.

Obr. 35.15b ukazuje, jak se určí poloha obrazu, je-li předmět umístěn za ohniskem F_1 spojné čočky: využije se prodloužení tří speciálních paprsků. Povšimněme si, že popis paprsku 2 vyžaduje modifikaci (je to nyní paprsek, jehož zpětné prodloužení prochází bodem F_1). Je-li předmět umístěn kdekoli před rozptylnou čočkou (obr. 35.15c), je k určení polohy obrazu zapotřebí pozměnit popis chodu paprsků 1 a 2.

Soustava dvou čoček

Je-li předmět O_1 umístěn před soustavu dvou čoček, jejichž osy splývají (obr. 35.16a), můžeme určit polohu konečného obrazu (tj. obrazu vytvořeného čočkou, která je dále od předmětu) postupným řešením. Čočku bližší k předmětu očíslujeme 1, vzdálenější 2; směr „před čočku" je „směrem k O".



Obr. 35.15 Pomocí tří speciálních paprsků určíme polohu obrazu I vytvořeného tenkou čočkou, leží-li předmět O (a) nalevo od ohniska spojné čočky ($p > f$), (b) mezi ohniskem a spojnou čočkou ($p < f$), (c) kdekoli před rozptylnou čočkou.

KROK 1. Vzdálenost předmětu O před čočkou 1 označíme p_1. Potom užitím rov. (35.9) nebo paprskovou konstrukcí nalezneme vzdálenost i_1 obrazu I_1 vytvořeného čočkou 1.

KROK 2. Nyní obraz nalezený v prvním kroku pokládáme za *předmět* pro čočku 2 (tzn. $I_1 = O_2$); přitom již ignorujeme čočku 1. Vznikne-li tento nový předmět před čočkou 2, bereme předmětovou vzdálenost p_2 pro čočku 2 kladně, jak jsme byli zvyklí. Může však vzniknout i za čočkou 2, a pak bereme vzdálenost p_2 zápornou: $p_2 < 0$. Užitím rov. (35.9) nebo paprskovou konstrukcí potom nalezneme vzdálenost i_2 (konečného) obrazu vytvořeného čočkou 2.

Podobné řešení po krocích můžeme použít pro libovolný počet čoček nebo v případě, kdy se čočka 2 nahradí zrcadlem.

Celkové příčné zvětšení M soustavy dvou čoček je součin příčných zvětšení čoček m_1 a m_2:

$$M = m_1 m_2. \tag{35.11}$$

PŘÍKLAD 35.4

Kudlanka nábožná loví na ose tenké symetrické čočky ve vzdálenosti 20 cm od ní. Její příčné zvětšení při zobrazení čočkou je $m = -0{,}25$ a index lomu materiálu čočky je 1,65.

(a) Určete typ obrazu vytvořeného čočkou, druh čočky, zda se předmět nachází blíže k čočce, nebo dále od ní než ohnisko, na které straně čočky vznikne obraz a zda je obraz převrácený.

ŘEŠENÍ: Z rov. (35.6) ($m = -i/p$) a z dané hodnoty m dostaneme

$$i = -mp = 0{,}25p.$$

Na otázky jsme schopni odpovědět dokonce i bez výpočtů. Protože p je kladné, i musí být také kladné. To znamená, že obraz je reálný a dále že čočka je spojná (jen spojky mohou vytvořit reálný obraz). Předmět se nachází dále od čočky než ohnisko (jen v tomto případě se vytvoří reálný obraz). Obraz je převrácený a na opačné straně čočky než předmět. (Takové jsou vlastnosti reálného obrazu vytvářeného spojkou.)

(b) Jaká je velikost r obou poloměrů křivosti čočky?

ŘEŠENÍ: Čočka je symetrická, proto r_1 (pro povrch bližší k předmětu) a r_2 mají stejnou velikost r. Protože jde o spojnou dvojvypuklou čočku, je $r_1 = +r$ a $r_2 = -r$. Pouze rov. (35.10) obsahuje poloměry křivosti povrchů čočky; postrádáme však hodnotu f, abychom mohli dosadit do této rovnice. Můžeme ji dostat z rov. (35.9), jestliže napřed nalezneme i. Takže nezbývá než dokončit výpočet i dosazením dané hodnoty p:

$$i = -mp = -(-0{,}25)(20\,\mathrm{cm}) = 5{,}0\,\mathrm{cm}.$$

Nyní dostaneme z rov. (35.9)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{(20\,\mathrm{cm})} + \frac{1}{(5{,}0\,\mathrm{cm})},$$

z níž vypočteme $f = 4{,}0\,\mathrm{cm}$.

Rov. (35.10) dává

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = (n-1)\left(\frac{1}{+r} - \frac{1}{-r}\right)$$

a po dosazení známých hodnot

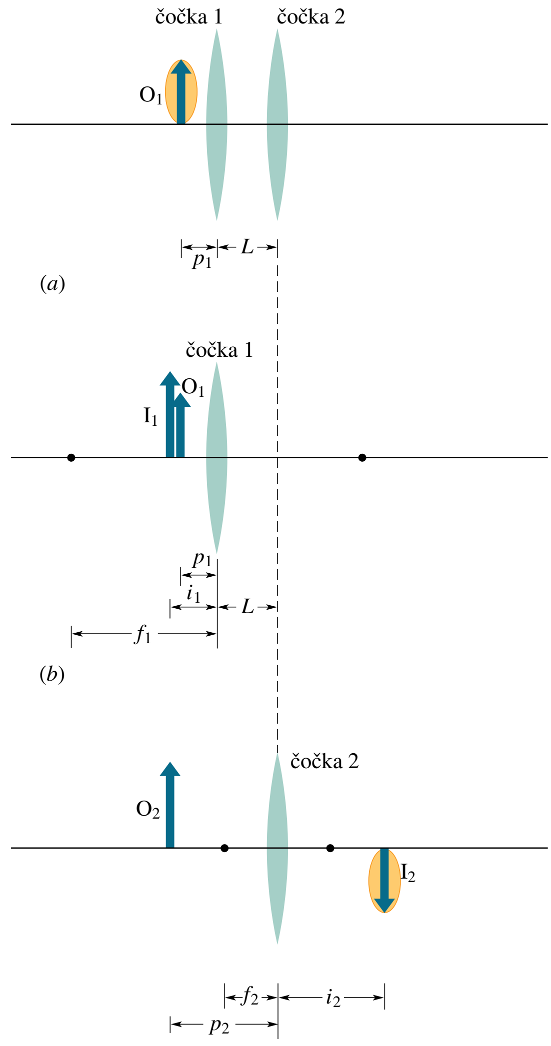
$$\frac{1}{(4{,}0\,\mathrm{cm})} = (1{,}65 - 1)\frac{2}{r},$$

což dává

$$r = 2(0{,}65)(4{,}0\,\mathrm{cm}) = 5{,}2\,\mathrm{cm}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

PŘÍKLAD 35.5

Obilné zrnko na obr. 35.16a je umístěno před dvojicí tenkých souosých čoček 1 a 2 s ohniskovými vzdálenostmi $f_1 = +24\,\mathrm{cm}$ a $f_2 = +9{,}0\,\mathrm{cm}$ a se vzdáleností $L = 10\,\mathrm{cm}$ mezi nimi. Zrnko je 6,0 cm od čočky 1. Kde je jeho výsledný obraz?



Obr. 35.16 Příklad 35.5. (a) Zrnko O_1 je ve vzdálenosti p_1 od prvé čočky soustavy; vzdálenost mezi čočkami je L. Zrnko zobrazíme šipkou. (b) Obraz I_1 je vytvořen samotnou čočkou 1. (c) Obraz I_1 je předmětem O_2 pro zobrazení samotnou čočkou 2, ta vytváří konečný obraz I_2.

ŘEŠENÍ: Tento problém řešíme postupně po krocích. Nejprve si nevšímáme čočky 2 a najdeme obraz předmětu O_1 vytvořený samotnou čočkou 1. Rov. (35.9) napsaná pro čočku 1 je

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{i_1} = \frac{1}{f_1}.$$

Dosazením zadaných hodnot dostaneme

$$\frac{1}{(+6{,}0\,\mathrm{cm})} + \frac{1}{i_1} = \frac{1}{(+24\,\mathrm{cm})},$$

což dává $i_1 = -8{,}0\,\mathrm{cm}$.

Z výsledku vyplývá, že obraz I_1 je 8,0 cm od čočky 1 a je virtuální. (To, že je obraz virtuální, jsme mohli určit z polohy zrnka; zrnko se nachází mezi čočkou 1 a jejím ohniskem.) Protože obraz I_1 je virtuální, nachází se na téže straně čočky a je stejně orientovaný jako předmět, jak je znázorněno v obr. 35.16b.

Ve druhém kroku našeho řešení pokládejme obraz I_1 za předmět O_2 pro druhou čočku; čočku 1 již nepotřebujeme. Protože tento předmět O_2 leží od čočky 2 dále než její ohnisko, můžeme předem odhadnout, že obraz vytvořený čočkou 2 je reálný, převrácený a na opačné straně čočky než předmět O_2. Přesvědčme se o tom.

Předmětová vzdálenost p_2 mezi předmětem O_2 a čočkou 2 je podle obr. 35.16c, b

$$p_2 = L + |i_1| = (10\,\mathrm{cm}) + (8{,}0\,\mathrm{cm}) = 18\,\mathrm{cm}.$$

Potom rov. (35.9), napsaná nyní pro čočku 2, je

$$\frac{1}{(+18\,\mathrm{cm})} + \frac{1}{i_2} = \frac{1}{(+9{,}0\,\mathrm{cm})},$$

tedy

$$i_2 = +18\,\mathrm{cm}. \qquad \text{(Odpověď)}$$

Kladné znaménko potvrzuje náš odhad: obraz I_2 vytvořený čočkou 2 je reálný, převrácený a na opačné straně čočky 2 než O_2, jak vidíme na obr. 35.16c.

KONTROLA 4: Tenká čočka zobrazí otisk prstu se zvětšením $+0{,}2$, je-li otisk o 1,0 cm dále od čočky než její ohnisko. Jaký je druh obrazu a jeho orientace a o jaký druh čočky se jedná?

35.7 OPTICKÉ PŘÍSTROJE

Lidské oko je pozoruhodně účinný orgán. Jeho možnosti můžeme navíc rozšířit ještě mnoha způsoby pomocí optických přístrojů, např. brýlemi, jednoduchou zvětšující čočkou (lupou), filmovými projektory, kamerami (včetně televizních), mikroskopy a dalekohledy. Mnohá z takových zařízení rozšiřují oblast našeho vidění i mimo viditelnou oblast; uveďme jako příklad infračervené kamery a rentgenové mikroskopy.

Vztahy pro zobrazení zrcadlem a tenkou čočkou můžeme použít pro důmyslné optické přístroje jen jako aproximace. Čočky v typickém laboratorním mikroskopu nejsou v žádném případě „tenké“. U většiny optických přístrojů jde o složené čočky (objektivy), které se skládají z několika prvků a jejichž rozhraní nemusí mít kulový tvar. Dále probereme tři optické přístroje a budeme pro jednoduchost předpokládat platnost rovnic pro tenkou čočku.

Lupa (jednoduchá zvětšující čočka)

Normální lidské oko může zaostřit obraz na sítnici (v zadní části oka), je-li předmět umístěn kdekoli od nekonečna až po určitý bod, který nazýváme *blízkým bodem* P_n. Posouvá-li se předmět blíže k oku, před blízký bod, vnímaný obraz na sítnici se rozostří. Poloha blízkého bodu se mění s věkem. Všichni známe lidi, kteří neužívají brýle, ale při čtení drží noviny v natažených rukou; jejich blízký bod se vzdálil. Chcete-li najít svůj blízký bod, odložte brýle nebo kontaktní čočky, zavřete jedno oko a přibližujte stránku k otevřenému oku, až se stane nezřetelnou. V následujícím textu klademe blízký bod do vzdálenosti 25 cm od oka, trochu dále, než je jeho typická vzdálenost ve dvaceti letech.

Na obr. 35.17a je předmět O umístěn do blízkého bodu P_n oka. Velikost obrazu vytvořeného na sítnici závisí na úhlu θ, který předmět zabírá v zorném poli oka (*zorném úhlu*). Posouváním předmětu blíže k oku (obr. 35.17b) se zvětší zorný úhel a tedy i možnost rozlišení detailů předmětu. Protože je však předmět blíže než blízký bod, není již zaostřený, tzn. je nezřetelný.

Ostrost obrazu můžeme obnovit tím, že jej prohlížíme přes spojnou čočku (obr. 35.17c); tu umístíme tak, že se předmět O nachází blízko ohniska F_1, mezi ohniskem a čočkou. Pak prohlížíme virtuální obraz I předmětu O vytvořený čočkou. Tento obraz je mnohem dále než blízký bod a oko jej vidí ostře.

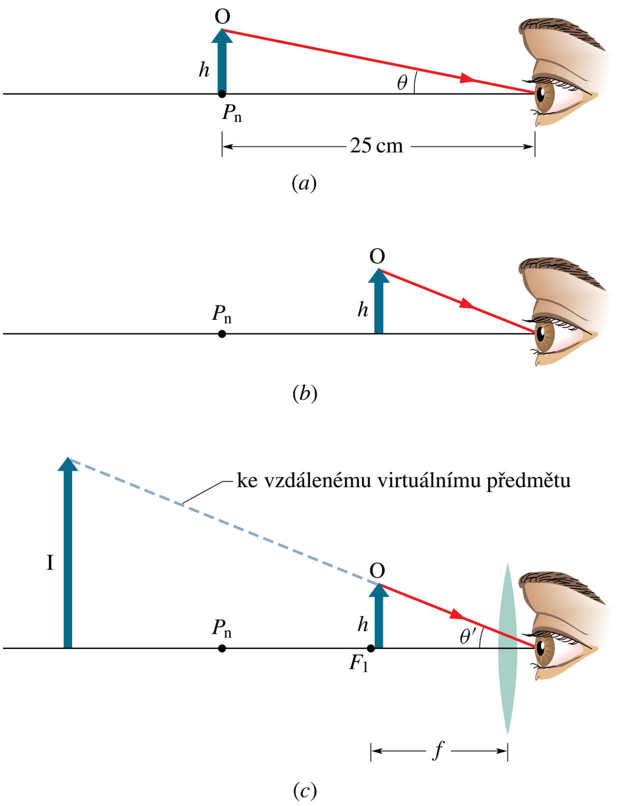
Zorný úhel θ', pod kterým vidíme virtuální obraz, je navíc větší než největší úhel θ, pod nímž vidíme ostře samotný předmět. *Úhlové zvětšení* m_θ (nezaměňovat s příčným zvětšením m) definujeme jako podíl

$$m_\theta = \theta'/\theta.$$

Slovy: úhlové zvětšení lupy dostaneme porovnáním zorného úhlu obrazu vytvořeného lupou a zorného úhlu předmětu umístěného do blízkého bodu pozorovatele.

Z obr. 35.17 plyne za předpokladu, že předmět O je umístěn v ohnisku čočky,

$$\theta \doteq \operatorname{tg}\theta = h/25\,\mathrm{cm} \qquad \text{a} \qquad \theta' \doteq \operatorname{tg}\theta' = h/f,$$



Obr. 35.17 (a) Předmět O výšky h v blízkém bodě P_n našeho oka zaujímá zorný úhel θ. (b) Aby se zorný úhel zvětšil, posuneme předmět blíže k sobě. Pak však nedokážeme předmět zaostřit. (c) Mezi předmět a oko umístíme spojnou čočku tak, že předmět leží blízko ohniska F_1 čočky (mezi nim a čočkou). Obraz vytvořený čočkou je pak dostatečně daleko, abychom na něj mohli oko zaostřit. Zorný úhel θ' obrazu I je nyní větší než zorný úhel předmětu O v případě (a).

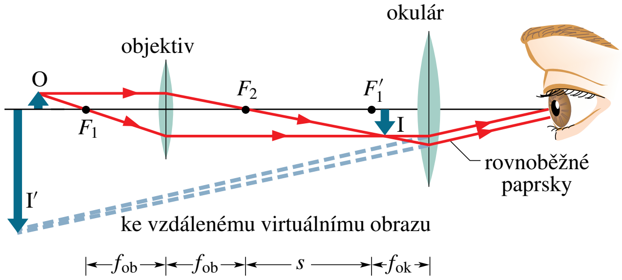
pokud úhly θ a θ' jsou malé. Potom platí

$$m_\theta \doteq \frac{25\,\text{cm}}{f} \qquad \text{(lupa)}. \tag{35.12}$$

Mikroskop

Na obr. 35.18 je nakreslen mikroskop složený z tenkých čoček. Přístroj sestává z *objektivu* (čočka bližší předmětu) s ohniskovou délkou f_{ob} a z *okuláru* (čočka bližší oku) s ohniskovou délkou f_{ok}. Užívá se k prohlížení malých předmětů, které se kladou blízko objektivu.

Pozorovaný předmět O se umísťuje nalevo od prvého ohniska F_1 natolik blízko k němu, že můžeme přibližně nahradit předmětovou vzdálenost p ohniskovou vzdáleností f_{ob}. Vzdálenost mezi čočkami nastavujeme tak, že zvětšený a převrácený reálný obraz I vytvořený objektivem se nachází blízko ohniska F_1' okuláru (mezi ohniskem a okulárem). Délka tubusu s (přesněji nazývaná *optickým intervalem*) vyznačená na obr. 35.18 je podstatně větší než f_{ob} a můžeme jí přibližně nahradit vzdálenost i mezi objektivem a obrazem I.



Obr. 35.18 Znázornění mikroskopu složeného z tenkých čoček (není v měřítku). Objektiv vytváří reálný obraz I předmětu O blízko ohniska F_1' okuláru. Obraz I se pak stane předmětem pro okulár, který vytváří konečný virtuální obraz I′; ten je prohlížen pozorovatelem. Ohnisková vzdálenost objektivu je f_{ob}, ohnisková vzdálenost okuláru je f_{ok}, délka optického intervalu (tubusu) je s.

Užijeme-li těchto aproximací pro p a i, můžeme podle rov. (35.6) zapsat příčné zvětšení objektivu takto:

$$m = -\frac{i}{p} = -\frac{s}{f_{ob}}. \tag{35.13}$$

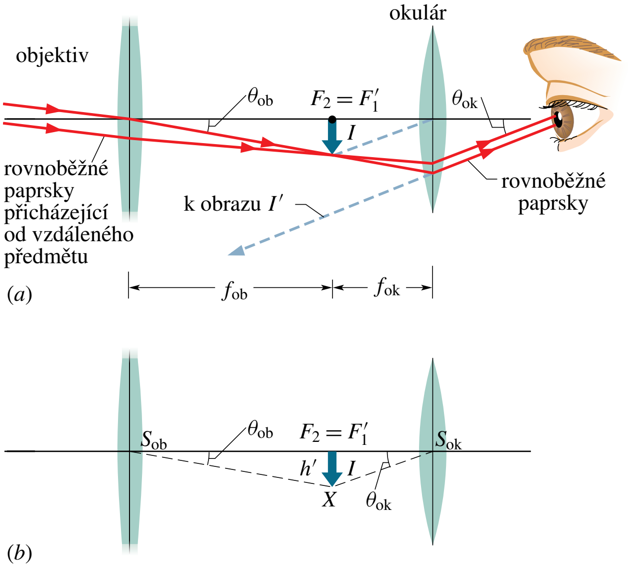
Protože obraz I je umístěn blízko ohniska okuláru F_1' (mezi F_1' a okulárem), slouží okulár jako lupa; pozorovatel vidí přes ni výsledný (virtuální, převrácený) obraz I′. Celkové zvětšení přístroje je součin příčného zvětšení m objektivu (rov. (35.13)) a úhlového zvětšení m_θ okuláru (rov. (35.12)), tj.

$$M = m m_\theta = -\frac{s}{f_{ob}} \frac{25\,\text{cm}}{f_{ok}} \qquad \text{(mikroskop)}. \tag{35.14}$$

Dalekohled

Jsou dalekohledy různých typů. Popíšeme jednoduchý refrakční dalekohled sestávající z objektivu a okuláru. Na obr. 35.19 jsou oba prvky reprezentovány jednoduchými čočkami, ačkoli v praxi u většiny dalekohledů jsou tvořeny složitými systémy čoček.

Uspořádání dalekohledů a mikroskopů jsou podobná, dalekohledy jsou však navrhovány k pozorování velkých předmětů ve velkých vzdálenostech, jako např. galaxií, hvězd a planet, zatímco mikroskopy jsou navrhovány k účelům právě opačným. Tento rozdíl vyžaduje, aby u dalekohledu na obr. 35.19 splývalo druhé ohnisko objektivu F_2 s prvním ohniskem okuláru F_1', zatímco u mikroskopu na obr. 35.18 jsou tato ohniska oddělena optickým intervalem (délkou tubusu) s.



Obr. 35.19 (a) Schéma refrakčního dalekohledu složeného z tenkých čoček. Objektiv vytváří reálný obraz I vzdáleného světelného zdroje (předmětu); paprsky vstupující do objektivu jsou přibližně rovnoběžné. (Předpokládáme, že jeden konec předmětu leží na centrální ose.) Ve společných ohniscích F_2 a F_1' vzniká obraz I, který je předmětem pro okulár; okulár vytváří ve velké vzdálenosti od pozorovatele konečný virtuální obraz I′. Objektiv má ohniskovou vzdálenost f_{ob}, okulár má ohniskovou vzdálenost f_{ok}. (b) Obraz I má výšku $h' = |F_2X|$; paprsek $S_{ob}X$ svírá s osou úhel θ_{ob}, paprsek XS_{ok} svírá s osou úhel θ_{ok}.

Na obr. 35.19a dopadají na objektiv rovnoběžné paprsky ze vzdáleného předmětu svírající s osou dalekohledu úhel θ_{ob} a po průchodu objektivem vytvoří reálný, převrácený obraz I ve společném ohnisku $F_2 = F_1'$. Tento obraz je předmětem pro okulár; pozorovatel vidí přes okulár vzdálený (stále převrácený) virtuální obraz I′. Paprsky určující tento obraz svírají s osou dalekohledu úhel θ_{ok}.

Úhlové zvětšení m_θ dalekohledu je podíl θ_{ok}/θ_{ob}. Podle obr. 35.19b za předpokladu, že paprsky svírají malé úhly s osou, můžeme psát $\theta_{ob} = h'/f_{ob}$ a $\theta_{ok} = h'/f_{ok}$; z toho dostaneme

$$m_\theta = -\frac{f_{ob}}{f_{ok}} \qquad \text{(dalekohled)}, \tag{35.15}$$

kde záporné znaménko značí, že obraz I′ je převrácený. Slovy: Úhlové zvětšení dalekohledu dostaneme jako podíl zorného úhlu obrazu vytvořeného dalekohledem a zorného úhlu vzdáleného předmětu, pod kterým pozorujeme předmět bez dalekohledu.

Při návrhu astronomického dalekohledu je požadované zvětšení pouze jedním, snadno dosažitelným faktorem. Dobrý teleskop by měl mít jasný obraz, což je určeno jeho *světelností*. To je důležité při pozorování slabých objektů, jakými jsou např. vzdálené galaxie. Dosahuje se toho volbou co možná největšího průměru objektivu. U dalekohledu je též důležitá jeho *rozlišovací schopnost*, což je schopnost rozlišit dva objekty (řekněme hvězdy), jejichž úhlová vzdálenost je malá. Dalším důležitým faktorem je zorné pole dalekohledu. Teleskop určený pro pozorování galaxií (které zaujímají malou část zorného pole) se v mnohém liší od teleskopu navrženého pro sledování meteorů (které se pohybují v širokém rozmezí zorného pole).

Konstruktér dalekohledu musí též přihlédnout k rozdílům mezi reálnými čočkami a ideálními tenkými čočkami, o nichž jsme diskutovali. Reálná čočka s kulovými povrchy nevytvoří ostré obrazy; tato vada se nazývá *sférická aberace* (*otvorová vada*). Protože dále úhel lomu na dvou površích skutečné čočky závisí na vlnové délce, reálná čočka nefokusuje světlo rozdílných vlnových délek do téhož bodu; tato vada se nazývá *chromatická aberace* (*barevná vada*).

Stručná diskuse v žádném případě nevyčerpala faktory pro návrh astronomických dalekohledů; je jich ještě mnohem více. Podobný výčet bychom ovšem mohli sestavit pro každý další optický přístroj s vysokým rozlišením.

35.8 TŘI ODVOZENÍ

Kulové zrcadlo — rov. (35.4)

Na obr. 35.20 je bodový předmět O na centrální ose vydutého kulového zrcadla dále od zrcadla než jeho střed křivosti C. Paprsek vycházející z O, který svírá s osou úhel α, se odrazí v bodě A od zrcadla a protne osu v I. Paprsek šířící se z O ve směru osy se odrazí ve vrcholu V zrcadla nazpět a také prochází bodem I. Je tedy I obrazem O; je to *reálný* obraz, protože jím paprsky skutečně procházejí. Hledejme obrazovou vzdálenost i.

K tomu užijeme věty, která říká, že vnější úhel v trojúhelníku se rovná součtu dvou protilehlých vnitřních úhlů. Aplikujme ji na trojúhelníky OAC a OAI v obr. 35.20; dostaneme

$$\beta = \alpha + \theta \qquad \text{a} \qquad \gamma = \alpha + 2\theta.$$

Vyloučíme-li z těchto dvou rovnic θ, dostaneme

$$\alpha + \gamma = 2\beta. \tag{35.16}$$

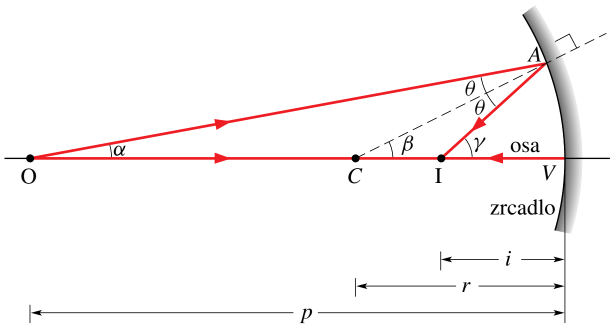
Úhly α, β a γ můžeme napsat v radiánech takto:

$$\alpha \doteq \frac{\widehat{AV}}{|VO|} = \frac{\widehat{AV}}{p}, \qquad \beta = \frac{\widehat{AV}}{|VC|} = \frac{\widehat{AV}}{r}$$

a

$$\gamma \doteq \frac{\widehat{AV}}{|VI|} = \frac{\widehat{AV}}{i}. \tag{35.17}$$

Pouze vztah pro β je přesný, protože oblouk $\widehat{AV}$ má střed v C. Vztahy pro α a γ platí jen přibližně, jsou-li tyto úhly dostatečně malé (tj. jsou-li paprsky blízké centrální ose). Dosazením rov. (35.17) do rov. (35.16), dosazením $2f$ za r podle rov. (35.3) a dělením délkou oblouku $\widehat{AV}$ dostaneme rov. (35.4), tedy vztah, který jsme měli dokázat.



Obr. 35.20 Vyduté kulové zrcadlo vytváří reálný bodový obraz I odrazem světelných paprsků z bodového předmětu O.

Lámavá plocha — rov. (35.8)

Paprsek vycházející z bodového předmětu O v obr. 35.21 a dopadající do bodu A se láme podle rov. (34.44),

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2.$$

Je-li úhel α malý, jsou také úhly θ_1 a θ_2 malé a siny těchto úhlů mohou být nahrazeny samotnými úhly. Předcházející rovnice bude mít tvar

$$n_1\theta_1 \doteq n_2\theta_2. \tag{35.18}$$

Opět užijeme faktu, že vnější úhel v trojúhelníku se rovná součtu dvou protilehlých vnitřních úhlů. Aplikujme jej na trojúhelníky COA a ICA a dostaneme

$$\theta_1 = \alpha + \beta \qquad \text{a} \qquad \beta = \theta_2 + \gamma. \tag{35.19}$$

Vyloučíme-li θ_1 a θ_2 z rov. (35.18) užitím rov. (35.19), dostaneme

$$n_1\alpha + n_2\gamma = (n_2 - n_1)\beta. \tag{35.20}$$

Úhly α, β a γ v radiánech jsou rovny

$$\alpha \doteq \frac{\widehat{AV}}{p}; \quad \beta = \frac{\widehat{AV}}{r}; \quad \gamma \doteq \frac{\widehat{AV}}{i}. \tag{35.21}$$

Pouze druhá z těchto rovnic platí přesně. Ostatní dvě platí pouze přibližně, protože I a O nejsou středy kruhového oblouku $\widehat{AV}$. Pro dostatečně malý úhel α (pro paprsky blízké ose) jsou však nepřesnosti zanedbatelné. Dosazení rov. (35.21) do rov. (35.20) vede přímo k rov. (35.8), tedy ke vztahu, který jsme měli dokázat.

Tenká čočka — rov. (35.9) a (35.10)

Budeme postupovat tak, že každý povrch čočky budeme pokládat za samostatnou lámavou plochu a obraz vytvořený prvním povrchem užijeme jako předmět pro druhý povrch.

Začneme s tlustou skleněnou „čočkou" tloušťky L zobrazenou na obr. 35.22a, jejíž levý a pravý povrch mají poloměry r' a r''. Bodový předmět O′ umístíme poblíž levého povrchu. Paprsek vycházející z O′ a postupující podél centrální osy se při vstupu do čočky nebo výstupu z ní nevychyluje.

Druhý paprsek, vycházející z O′ pod úhlem α (od centrální osy), protíná levý povrch v bodě A', láme se a protíná druhý (pravý) povrch v bodě A''. Paprsek se opět láme a kříží osu v bodě I″. Bod I″ je průsečíkem dvou paprsků vycházejících z O′ a tedy výsledným obrazem bodu O′ vytvořeným po lomu na obou plochách.

Obr. 35.22b ukazuje, že první (levý) povrch vytváří také obraz předmětu O′ — virtuální obraz I'. K nalezení jeho polohy užijeme rov. (35.8)

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r}.$$

Položíme-li $n_1 = 1$ a $n_2 = n$ a uvědomíme-li si, že obrazová vzdálenost je záporná (tj. $i = -i'$), dostaneme

$$\frac{1}{p'} - \frac{n}{i'} = \frac{n-1}{r'}. \tag{35.22}$$

V této rovnici je i' kladné číslo, protože záporné znaménko odpovídající virtuálnímu obrazu bylo již do ní zahrnuto.

Obr. 35.22c ukazuje druhý povrch. Pokud pozorovatel v bodě A'' neví o existenci prvního povrchu, myslí si, že světlo dopadající do tohoto bodu vychází z bodu I′ a že oblast nalevo od druhého povrchu je vyplněna sklem, jak je v obrázku vyznačeno. Virtuální obraz I′ vytvořený prvním povrchem slouží tedy jako reálný předmět O″ pro druhý povrch. Vzdálenost tohoto předmětu od druhého povrchu je

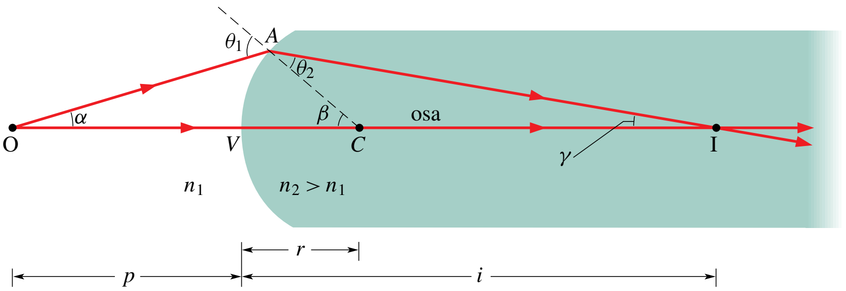
$$p'' = i' + L. \tag{35.23}$$

Než použijeme rov. (35.8) na druhý povrch, musíme položit $n_1 = n$ a $n_2 = 1$, protože předmět je jakoby vnořen do skla. Rov. (35.8) po dosazení z rov. (35.23) je

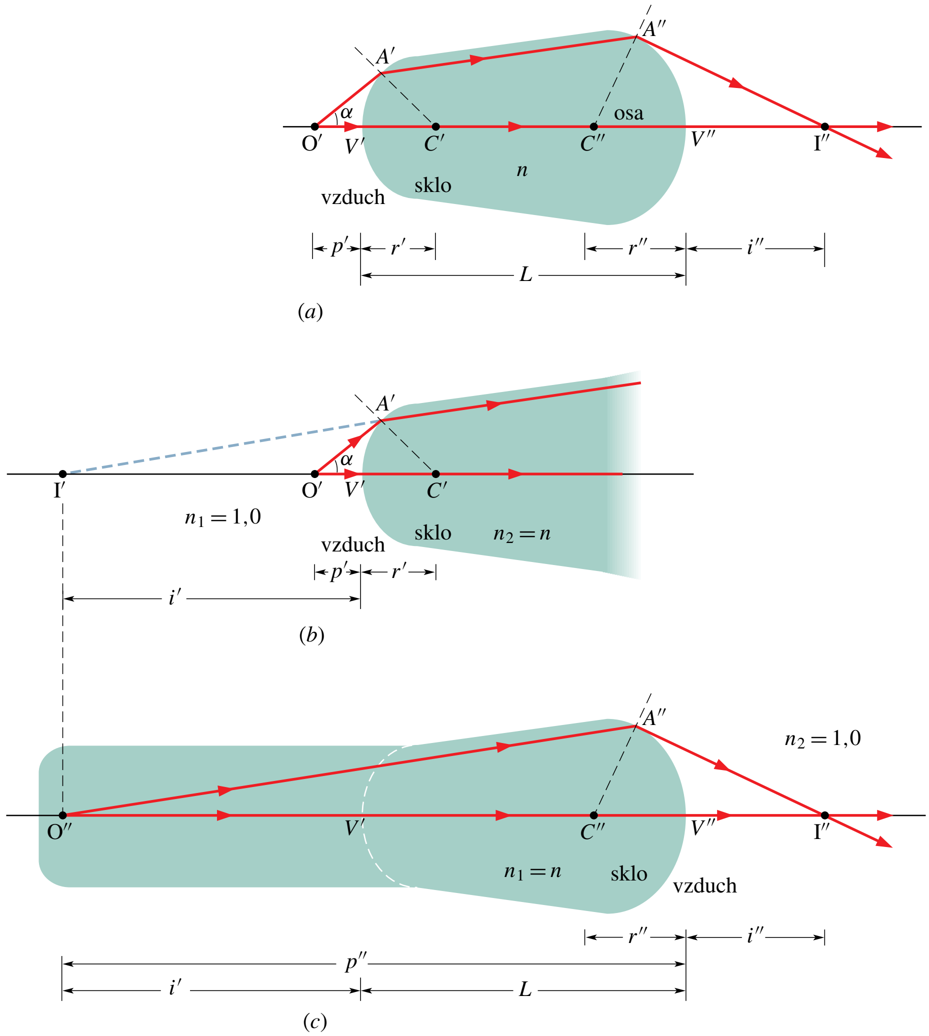
$$\frac{n}{i' + L} + \frac{1}{i''} = \frac{1-n}{r''}. \tag{35.24}$$

Předpokládejme nyní, že tloušťka L „čočky" z obr. 35.22a je tak malá, že ji můžeme zanedbat proti jiným délkám (např. p', i', p'', i'', r', r''). V následujícím textu zavedeme tuto *aproximaci pro tenkou čočku*. Položíme-li $L = 0$ a upravíme-li pravou stranu rov. (35.24), dostaneme z ní

$$\frac{n}{i'} + \frac{1}{i''} = -\frac{n-1}{r''}. \tag{35.25}$$



Obr. 35.21 Paprsky vycházející z bodového předmětu O se lámou na kulovém vypuklém rozhraní dvou prostředí a vytvářejí reálný bodový obraz I



Obr. 35.22 (a) Dva paprsky vycházející z bodového předmětu O′ se po lomu na dvou kulových površích „čočky“ protínají v bodě I″ — reálném bodovém obraze. Předmět leží před vypuklým povrchem na levé straně a vydutým povrchem na pravé straně čočky. Paprsek jdoucí body A' a A'' prochází ve skutečnosti čočkou po dráze blízké ose. Lomy (b) na levém povrchu a (c) na pravém povrchu jsou nakresleny odděleně.

Sečtení rov. (35.22) a (35.25) vede na vztah

$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{i''} = (n-1)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right).$$

Změníme-li označení vzdálenosti původního předmětu na p a vzdálenost konečného obrazu na i, dostaneme

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = (n-1)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right), \qquad (35.26)$$

což jsou až na malé změny v označení rov. (35.9) a (35.10), tedy vztahy, které jsme měli dokázat.

PŘEHLED & SHRNUTÍ

Reálné a virtuální obrazy

Obraz je reprodukce předmětu vytvořená světlem. Může-li se obraz vytvořit na nějakém povrchu (stínítku), jde o *reálný obraz*, který může existovat i tehdy, není-li přítomen pozorovatel. Jestliže vznik obrazu je podmíněn přítomností zrakové soustavy pozorovatele, jde o *virtuální obraz*.

Tvoření obrazu

Kulová zrcadla, kulové lámavé povrchy a *tenké čočky* mohou vytvářet obrazy světelného zdroje — předmětu změnou směru paprsků vycházejících ze zdroje. Obraz vzniká, jestliže se přesměrované paprsky protínají (při tvoření reálného obrazu), nebo když se protínají zpětně prodloužené paprsky (tvoření virtuálního obrazu). Jsou-li paprsky dostatečně blízké *centrální ose*, platí následující vztahy pro *předmětovou vzdálenost p* (která je kladná) a *obrazovou vzdálenost i* (která je kladná pro reálné obrazy a záporná pro virtuální obrazy):

1. Kulové zrcadlo:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r}, \tag{35.4, 35.3}$$

kde f je ohnisková vzdálenost zrcadla a r je jeho poloměr křivosti. *Rovinné zrcadlo* je zvláštní případ kulového zrcadla, pro něž $r \to \infty$, takže $p = -i$. Reálné obrazy se tvoří na téže straně zrcadla, kde je umístěn předmět, zatímco virtuální obrazy jsou na opačné straně.

2. Lámavý kulový povrch:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r} \quad \text{(jeden povrch)}, \tag{35.8}$$

kde n_1 je index lomu prostředí, v němž je umístěn předmět, n_2 je index lomu na druhé straně lámavého povrchu a r je poloměr křivosti povrchu. Je-li předmět před vypuklým lámavým povrchem, je poloměr r kladný, je-li předmět před vydutým povrchem, je r záporné. Reálný obraz se vytvoří na opačné straně lámavého povrchu, než je předmět, virtuální obraz na téže straně jako předmět.

3. Tenká čočka:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right), \tag{35.9, 35.10}$$

kde f je ohnisková vzdálenost čočky, n je index lomu materiálu čočky, r_1 a r_2 jsou poloměry křivosti obou stran čočky, což jsou kulové povrchy. Je-li předmět před vypuklým povrchem čočky, je poloměr křivosti kladný, je-li předmět před vydutým povrchem, je poloměr křivosti záporný. Reálné obrazy se vytvářejí na opačné straně čočky, než je předmět, virtuální obrazy na téže straně jako předmět.

Příčné zvětšení

Příčné zvětšení m při zobrazení kulovým zrcadlem nebo čočkou je

$$m = -\frac{i}{p}. \tag{35.6}$$

Velikost m je dána vztahem

$$|m| = \frac{h'}{h}, \tag{35.5}$$

kde h a h' jsou výšky (měřené kolmo k centrální ose) předmětu a obrazu.

Optické přístroje

Tři optické přístroje zvětšující rozsah lidského vidění jsou:

1. *Lupa (jednoduchá zvětšovací čočka)*, jejíž *úhlové zvětšení* m_θ je dáno vztahem

$$m_\theta \doteq \frac{25\,\text{cm}}{f}, \tag{35.12}$$

kde f je ohnisková vzdálenost čočky.

2. *Mikroskop*, jehož celkové zvětšení M je

$$M = m m_\theta = -\frac{s}{f_{\text{ob}}} \frac{25\,\text{cm}}{f_{\text{ok}}}, \tag{35.14}$$

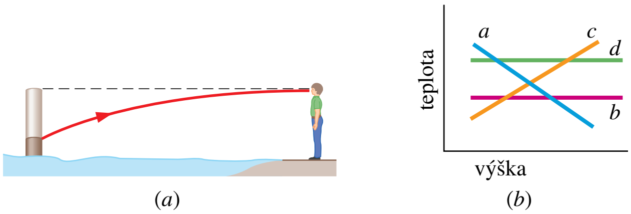
kde m je příčné zvětšení objektivu, m_θ je úhlové zvětšení okuláru, s je délka optického intervalu mikroskopu, f_{ob} je ohnisková vzdálenost objektivu a f_{ok} je ohnisková vzdálenost okuláru.

3. *Dalekohled*, jehož *úhlové zvětšení m_θ* je

$$m_\theta = -\frac{f_{\text{ob}}}{f_{\text{ok}}}. \tag{35.15}$$

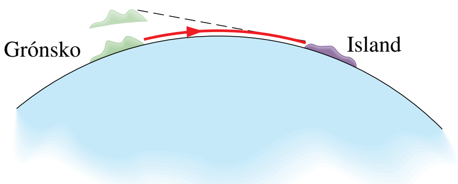
OTÁZKY

1. Jezerní příšery, mořští muži a mořské panny byly „bezpečně spatřeny" lidmi, kteří buď stáli na břehu, nebo na nízké palubě lodi. Při pozorování z takové polohy nízko nad hladinou může pozorovatel zachytit světelné paprsky, které vycházejí z nějakého plovoucího předmětu (řekněme klády nebo delfína) a slabě se ohýbají dolů k pozorovateli (jeden je zakreslen na obr. 35.23a). Pozorovatel potom vidí předmět jakoby prodloužený nahoru (a pravděpodobně oscilující následkem turbulence vzduchu), který se může podobat některé z proslulých nestvůr. Na obr. 35.23b je několik typů vztahů mezi teplotou vzduchu a výškou nad hladinou. Který z nich nejlépe ilustruje podmínky, za kterých vzniká tento jev?



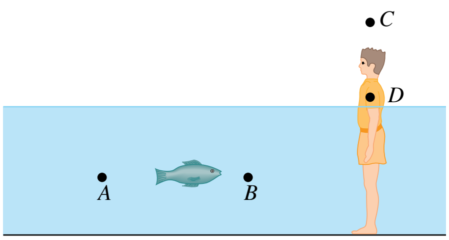
Obr. 35.23 Otázky 1 a 2

2. Když byl Erik Rudý vypovězen ostatními Vikingy z Islandu, zamířil přímo k nejbližší části Grónska. Z pozorování náhodné faty morgany, která přenesla virtuální obraz Grónska přes zakřivený povrch Země (obr. 35.24), pravděpodobně věděl, kde se tato dosud neobjevená země nachází. Na obr. 35.23b jsou závislosti teploty vzduchu na výšce nad Zemí. Která z nich nejlépe odpovídá podmínkám vzniku takové faty morgany?



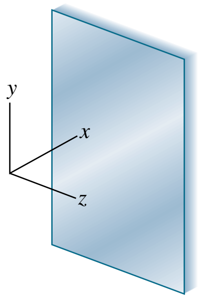
Obr. 35.24 Otázka 2

3. Na obr. 35.25 je nakreslena ryba a lovec ryb ve vodě. (a) Vidí lovec rybu v oblasti kolem bodu A, nebo B? (b) Vidí ryba lovcovy (chtivé) oči v oblasti kolem bodu C, nebo D?



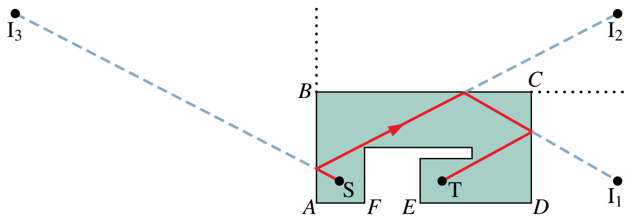
Obr. 35.25 Otázka 3

4. Na obr. 35.26 je souřadnicová soustava umístěná před rovinným zrcadlem s osou x kolmou na zrcadlo. Nakreslete obraz tohoto systému vytvořený zrcadlem. (a) Stojíte-li před zrcadlem, je váš obraz převrácený (vzhůru nohama)? (b) Jsou levá a pravá strana zaměněny (jak se obecně věří)? (c) Co je vlastně zaměněno?



Obr. 35.26 Otázka 4

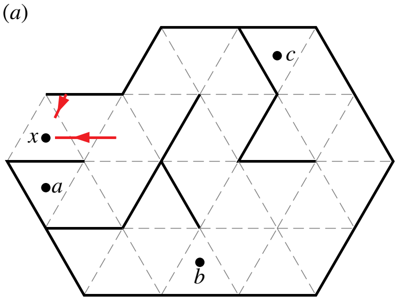
5. Na obr. 35.27 je půdorys místnosti se stěnami pokrytými rovinnými zrcadly. Je zde také nakreslena dráha světelného paprsku od zdroje S po stínítko T. Světlo se mezi S a T třikrát odráží. Paprsek, který „zasáhne" po třech odrazech terčík, se musí odrazit od zrcadel AB, BC a CD. Jeho dráhu určíme následujícím postupem. Nakreslíme virtuální obraz I_1 stínítka T v zrcadle CD. Ten znovu zobrazíme v zrcadle BC (jeho tečkovaném prodloužení) a jeho virtuální obraz označíme I_2. Ten znovu zobrazíme v zrcadle AB (jeho prodloužení) a jeho virtuální obraz označíme I_3. Zaměříme-li paprsek do bodu I_3, paprsek zasáhne po třech odrazech stínítko T. Existuje způsob, jak zasáhnout stínítko (a) po dvou odrazech, (b) po čtyřech odrazech?



Obr. 35.27 Otázka 5

6. Jste-li v zrcadlovém bludišti (obr. 35.28a), zdá se vám, že se od vás rozbíhá mnoho „virtuálních chodeb", protože vidíte vícenásobné odrazy od zrcadel tvořících stěny bludiště. Zrcadla jsou umístěna na některých stěnách pravidelných a opakujících se trojbokých hranolů. Půdorys odlišného bludiště je na obr. 35.28b; každou oddělující stěnu uvnitř bludiště pokrývá zrcadlo. Stojíte-li ve vchodu v místě x, (a) kterou z oblud a, b a c ukrytých v bludišti můžete vidět v některé z virtuálních chodeb rozbíhajících se od vchodu? (b) Kolikrát se každá z viditelných oblud objeví v chodbě? (c) Co je na vzdáleném konci chodby? (*Tip*:

(*a*)



(*b*)

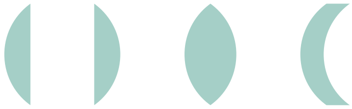
Obr. 35.28 Otázka 6

Dva zakreslené paprsky přicházejí z virtuálních chodeb; sledujte jejich chod zpětně v bludišti. Procházejí trojúhelníkem s obludou? Jestliže ano, kolikrát? Doplňující analýzu najdete v Jearl Walker, The Amateur Scientist, *Scientific American*, Vol. 254, pages 120–126, June 1986.)

7. Tučňák se odkolébá po centrální ose vydutého zrcadla z jeho ohniska do dáli. (a) Jak se pohybuje jeho obraz? (b) Jak se mění výška jeho obrazu: spojitě roste, spojitě se zmenšuje, nebo se mění nějakým složitějším způsobem?

8. Ve filmu *Jurský park* sleduje *Tyrannosaurus rex* džíp, v jehož zpětném zrcátku vidíme obraz tyranosaura. Na zrcátku je natištěno (výhrůžně humorné) varování: „Předměty v zrcátku jsou blíže, než se zdají“. Je zrcadlo rovinné, vypuklé, nebo vyduté?

9. Na obr. 35.29 jsou čtyři tenké čočky z téhož materiálu. Jejich povrchy jsou buď rovinné, nebo mají stejný poloměr křivosti $r = 10\,\mathrm{cm}$. Bez počítání na papíře seřaďte čočky sestupně podle velikosti jejich ohniskových vzdáleností.



(*a*) (*b*) (*c*) (*d*)

Obr. 35.29 Otázka 9

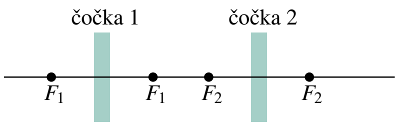
10. Předmět leží před tenkou symetrickou spojkou. Bude obrazová vzdálenost vzrůstat, klesat, nebo zůstane stejná, budeme-li zvětšovat (a) index lomu n čočky, (b) velikost poloměrů křivosti obou povrchů čočky, (c) index lomu n_0 okolního prostředí; přitom je stále $n_0 < n$.

11. Vyduté zrcadlo a spojná čočka (ze skla $n = 1{,}5$) mají ve vzduchu ohniskovou vzdálenost 3 cm. Budou-li ve vodě ($n = 1{,}33$), bude jejich ohnisková vzdálenost větší, menší, nebo rovna 3 cm?

12. Spojka s indexem lomu 1,5 je postupně ponořena do tří kapalin s indexy lomu 1,3, 1,5 a 1,7. (a) Seřaďte kapaliny (uveďte jejich indexy lomu) sestupně podle velikosti ohniskové vzdálenosti f, kterou v nich má čočka. (b) Určete znaménko f pro každou kapalinu.

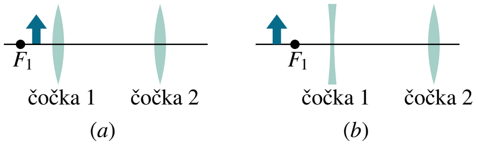
13. V tabulce je uvedeno šest variací základního uspořádání dvou tenkých čoček, které je znázorněno na obr. 35.30. (Body označené F_1 a F_2 jsou ohniska čoček 1 a 2.) Předmět se nachází nalevo ve vzdálenosti p_1 od čočky 1 (obr. 35.16). (a) Pro které variace jste schopni *bez počítání* říci, zda konečný obraz (obraz vytvořený čočkou 2) je nalevo, nebo napravo od čočky 2 a zda má stejnou orientaci jako předmět? (b) Pro tyto „snadné“ variace zapište polohu obrazu slovy „vpravo“, nebo „vlevo“ a orientaci obrazu „stejná“, nebo „opačná“.

Variace	Čočka 1	Čočka 2	
1	spojná	spojná	$p_1 < f_1$
2	spojná	spojná	$p_1 > f_1$
3	rozptylná	spojná	$p_1 < f_1$
4	rozptylná	spojná	$p_1 > f_1$
5	rozptylná	rozptylná	$p_1 < f_1$
6	rozptylná	rozptylná	$p_1 > f_1$



Obr. 35.30 Otázka 13

14. Na obr. 35.31 jsou znázorněny dvě situace, při nichž je předmět před dvěma tenkými čočkami, jejichž ohniskové vzdálenosti mají stejnou velikost (nakresleno je jen jedno ohnisko). Jestliže v obou případech posouváme čočku 2 blíže k čočce 1, bude se finální obraz (vytvořený čočkou 2) pohybovat nalevo, napravo, nebo bude zůstávat na místě?



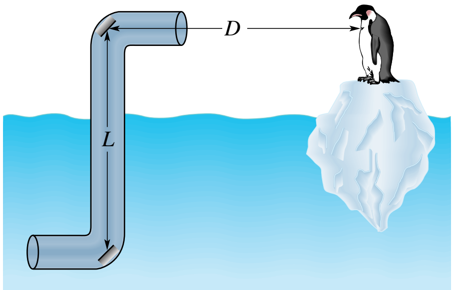
Obr. 35.31 Otázka 14

15. Světelné paprsky vyvolávající zrakový vjem nejvíce mění směr při lomu na rohovce (na rozhraní vzduch — oko). Rohovka má index lomu poněkud větší než voda. (a) Díváme-li se pod vodou, je změna směru při lomu na rohovce větší, menší, nebo stejná jako ve vzduchu? (b) Středoamerická ryba *Anableps anableps* může současně vidět nad hladinou vody i pod ní, protože plave s očima částečně vynořenýma nad hladinou. Aby vidění v obou prostředích bylo zřetelné, musí být poloměr křivosti ponořené části rohovky větší, menší, nebo stejný jako u vynořené části?

CVIČENÍ & ÚLOHY

ODST. 35.2 Rovinné zrcadlo

1C. Na obr. 35.32 je idealizovaný periskop z ponorky sestávající ze dvou rovnoběžných zrcadel skloněných pod úhlem 45° vzhledem k svislé ose periskopu; vzdálenost mezi zrcadly je L. Tučňák je ve vzdálenosti D od horního zrcadla. (a) Je obraz, který vidí důstojník hledící do periskopu, reálný, nebo virtuální? (b) Má stejnou orientaci jako tučňák, nebo opačnou? (c) Je velikost obrazu větší, nebo menší než výška tučňáka, nebo má stejnou velikost? (d) Jaká je vzdálenost obrazu od dolního zrcadla?



Obr. 35.32 Cvičení 1

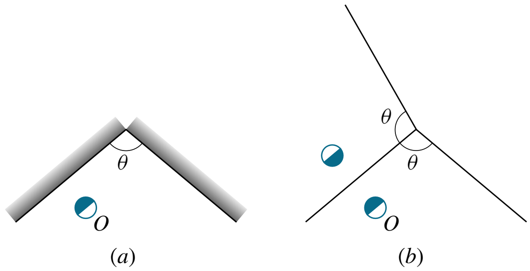
2C. Pohybujete-li se rychlostí v přímo k rovinnému zrcadlu, jakou rychlostí se pohybuje váš obraz směrem k vám v souřadnicové soustavě spojené (a) s vámi a (b) se zrcadlem?

3C. Mol je 10 cm před rovinným zrcadlem přibližně v úrovni vašich očí; vy jste za molem, 30 cm od zrcadla. Na jakou vzdálenost musíte zaostřit oči, abyste viděli obraz mola v zrcadle, tj. jaká je vzdálenost mezi vašima očima a zdánlivou polohou obrazu?

4C. Obraz kolibříka v rovinném zrcadle prohlížíte kamerou. Kamera je 4,30 m před zrcadlem. Ptáček je ve výšce kamery, 5,00 m napravo od vás a 3,30 m od zrcadla. Na jakou vzdálenost musíte zaostřit kameru, abyste dostali ostrou fotografii obrazu, tj. jaká je vzdálenost mezi objektivem a zdánlivou polohou obrazu?

5C. Světlo se šíří z bodu A do bodu B odrazem na zrcadle v bodě O. Ukažte bez výpočtu, že délka AOB je minimální, je-li úhel dopadu θ rovný úhlu odrazu φ. (*Tip*: Uvažte polohu zrcadlového virtuálního obrazu bodu A).

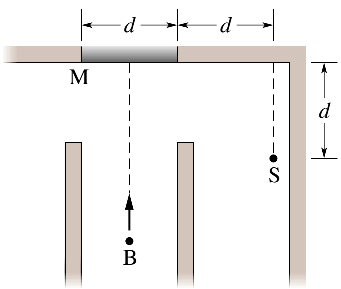
6C. Na obr. 35.33a je pohled shora na dvě svislá rovinná zrcadla a předmět O umístěný mezi nimi. Podíváte-li se do zrcadel, uvidíte mnoho obrazů předmětu O. Můžete je najít tak, že nakreslíte obraz předmětu mezi zrcadly vytvořený každým z obou zrcadel; na obr. 35.33b je obraz v levém zrcadle. Pak kreslíme obraz obrazu. Pokračujeme v tom doleva i doprava, dokud se obrazy za zrcadly nesetkají nebo nepřekrývají. Pak můžete obrazy spočítat. (a) Kolik obrazů uvidíte, je-li $\theta = 90°$? (b) Nakreslete jejich polohy a orientace (podobně jako na obr. 35.33b).



Obr. 35.33 Cvičení 6 a úloha 7

7Ú. Opakujte cvičení 6 pro úhel θ mezi zrcadly rovný (a) 45°, (b) 60°, (c) 120°. (d) Objasněte, proč existuje více možných odpovědí na otázku (c).

8Ú. Na obr. 35.34 je půdorys chodby, která je zakončena rovinným zrcadlem M. Chodbou se plíží lupič B přímo ke středu zrcadla. Je-li $d = 5{,}0$ m, jak daleko od zrcadla bude, když jej hlídač S poprvé spatří?

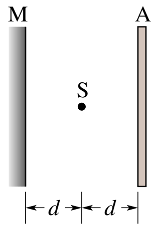


Obr. 35.34 Úloha 8

9Ú. Dokažte: Otočí-li se rovinné zrcadlo o úhel α, opíše odražený paprsek úhel 2α. Ukažte, že tento výsledek je pravdivý pro $\alpha = 45°$.

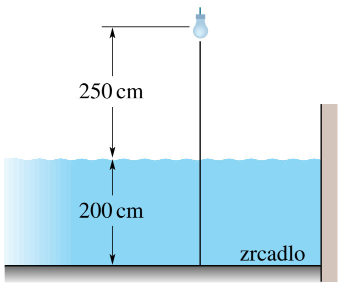
10Ú. Bodový zdroj je 10 cm od rovinného zrcadla, oko pozorovatele (s průměrem pupily 5,0 mm) je 20 cm od zrcadla. Uvažujme oko i zdroj ležící na téže přímce kolmé k povrchu zrcadla a nalezněme na zrcadle oblast, která je využita při pozorování obrazu bodového zdroje. (*Tip*: Upravte obr. 35.4.)

11Ú. Umístěme bodový zdroj světla S do vzdálenosti d před stínítko A. Jak se změní intenzita světla ve středu stínítka, umístíme-li dokonale odrazné zrcadlo M do vzdálenosti d za zdroj jako na obr. 35.35? (*Tip*: Užijte rov. (34.27).)



Obr. 35.35 Úloha 11

12Ú. Na obr. 35.36 je malá žárovka zavěšena 250 cm nad hladinou vody plaveckého bazénu. Hloubka vody je 200 cm; dno bazénu je pokryto velkým zrcadlem. Jak hluboko pod povrchem zrcadla je obraz žárovky? (*Tip*: Sestrojte diagram pro dva paprsky jako na obr. 35.3, ale přitom uvažte, že se směr paprsků při lomu mění. Předpokládejte, že paprsky běží blízko svislé osy procházející žárovkou a užijte aproximace $\sin\theta \doteq \mathrm{tg}\,\theta \doteq \theta$ platné pro malé úhly.)



Obr. 35.36 Úloha 12

13Ú. V optice, mikrovlnné technice a jiných aplikacích se hodně užívá *koutový odražeč*, sestávající ze tří rovinných zrcadel spojených dohromady tak, že tvoří roh krychle. Toto zařízení má následující vlastnost: paprsek dopadající na ně se po třech odrazech vrací nazpět přesně ve směru nesouhlasně rovnoběžném. Dokažte tuto vlastnost.

ODST. 35.4 Zobrazení kulovým zrcadlem

14C. Rov. (35.4) platí přesně pouze tehdy, omezíme-li se na paprsky šířící se téměř podél centrální osy zrcadla; paprsky nakreslené v obr. 35.7b, c toto nesplňují (pro větší názornost). Změřte pravítkem r a p v těchto dvou částech obr. 35.7 a vypočítejte podle rov. (35.4) hodnotu i. Pak změřte i a srovnejte naměřenou hodnotu s hodnotou vypočtenou.

15C. Vyduté zrcadlo užívané při holení má poloměr křivosti 35,0 cm. Je umístěno tak, že (nepřevrácený) obraz tváře je 2,50krát zvětšený. Jak daleko je tvář od zrcadla?

16Ú. Doplňte tab. 35.3, jejíž každý řádek se vztahuje k určité kombinaci předmětu a rovinného, nebo kulového zrcadla (vydutého, nebo vypuklého). Vzdálenosti jsou v centimetrech. Pokud chybí znaménko veličiny, najděte ho. Načrtněte každou kombinaci a zakreslete paprsky postačující k určení polohy předmětu a jeho obrazu.

Tabulka 35.3 Úloha 16: Zrcadla

Typ	f	r	i	p	m	Reálný obraz?	Převrácený obraz?
(a) Vyduté	20			+10			
(b)				+10	+1,0	ne	
(c)	+20			+30			
(d)				+60	−0,50		
(e)		−40	−10				
(f)	20				+0,10		
(g) Vypuklé		40	4,0				
(h)				+24	0,50		ano

17Ú. Krátký přímý předmět délky L leží na centrální ose kulového zrcadla ve vzdálenosti p od něj. (a) Ukažte, že jeho obraz v zrcadle má délku L' rovnou

$$L' = L\left(\frac{f}{p-f}\right)^2.$$

(*Tip*: Najděte polohu obou konců předmětu.) (b) Ukažte, že *podélné zvětšení* $m' = L'/L$ je rovno m^2, kde m je příčné zvětšení.

18Ú. (a) Světélkující bod se pohybuje po centrální ose rychlostí v_0 směrem ke kulovému zrcadlu. Ukažte, že obraz tohoto bodu se pohybuje rychlostí

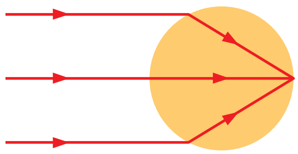
$$v_1 = -v_0\left(\frac{r}{2p-r}\right)^2,$$

kde p je vzdálenost světélkujícího bodu od zrcadla v libovolném okamžiku. (*Tip*: Vyjděte z rov. (35.4).) Dále předpokládejte, že zrcadlo je vyduté s $r = 15$ cm a že $v_0 = 5{,}0$ cm/s. Najděte rychlost obrazu, je-li (b) $p = 30$ cm (bod je daleko před ohniskem), (c) $p = 8{,}0$ cm (bod je blízko ohniska mezi ním a zrcadlem), (d) $p = 10$ mm (bod je velmi blízko zrcadla).

ODST. 35.5 Kulový lámavý povrch

19Ú. Svazek rovnoběžných paprsků z laseru dopadá na pevnou průhlednou kouli s indexem lomu n (obr. 35.37). (a) Vzniká-li bodový obraz na zadním povrchu koule, jaký je její index lomu? (b) Při jakém indexu lomu by vznikl bodový obraz ve středu koule? Je to možné?

20Ú. Vyplňte tab. 35.4, jejíž každý řádek se vztahuje k určité kombinaci bodového předmětu a kulového lámavého povrchu



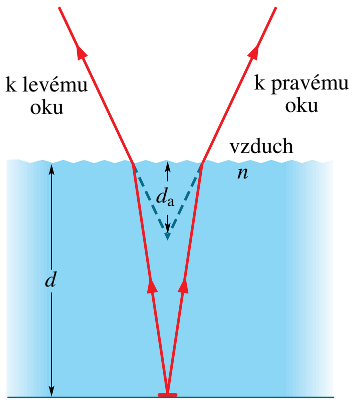
Obr. 35.37 Úloha 19

oddělujícího dvě látky s různým indexem lomu. Vzdálenosti jsou v centimetrech. Chybí-li u číselné hodnoty znaménko, určete je. Načrtněte každou kombinaci a vyznačte v ní paprsky postačující k určení polohy předmětu a obrazu.

Tabulka 35.4 **Úloha 20: Kulové lámavé plochy**

	n_1	n_2	p	i	r	PŘEVRÁCENÝ OBRAZ?
(a)	1,0	1,5	+10		+30	
(b)	1,0	1,5	+10	−13		
(c)	1,0	1,5		+600	+30	
(d)	1,0		+20	−20	−20	
(e)	1,5	1,0	+10	−6,0		
(f)	1,5	1,0		−7,5	−30	
(g)	1,5	1,0	+70		+30	
(h)	1,5		+100	+600	−30	

21Ú. Díváte se dolů na minci, která leží na dně nádrže s kapalinou v hloubce d a jejíž index lomu je n (obr. 35.38). Protože se díváte oběma očima a každé z nich zachytí jiné světelné paprsky od mince, zdá se vám, jako by se mince nacházela v průsečíku zpětně prodloužených paprsků přijímaných levým a pravým okem; tedy v hloubce d_a namísto d. Předpokládejte, že tyto paprsky jsou blízké svislici procházející mincí a ukažte, že $d_a = d/n$. (*Tip*: Užijte aproximace $\sin\theta \doteq \operatorname{tg}\theta \doteq \theta$ platné pro malé úhly.)



Obr. 35.38 Úloha 21

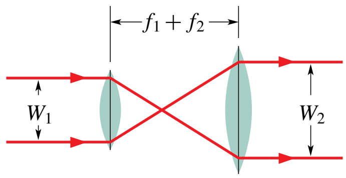
22Ú. V nádrži plave 20 mm tlustá vrstva vody ($n = 1{,}33$) na 40 mm tlusté vrstvě tetrachlormethanu CCl_4 ($n = 1{,}46$). Na dně nádrže leží mince. V jaké hloubce pod horní hladinou vody vidíte minci? (*Tip*: Užijte výsledku a předpokladů z úlohy 21 a pracujte s paprskovým obrazcem.)

23Ú★. Zlatá rybka plave v kulovém akváriu poloměru R ve vzdálenosti $R/2$ od jeho skleněné stěny. S jakým zvětšením vidíme rybku, když ji zvenčí pozorujeme z nejbližší možné vzdálenosti? Index lomu vody v akváriu je 1,33. Zanedbejte vliv skleněné stěny akvária. Předpokládejte, že pozorovatel se dívá jedním okem. (*Tip*: Rovnice (35.5) platí, rov. (35.6) neplatí. Pracujte s paprskovým obrazcem a předpokládejte, že paprsky jsou blízké přímce, podél které se pozorovatel dívá.)

ODST. 35.6 Tenká čočka

24C. Předmět je 20 cm nalevo od tenké rozptylné čočky, jejíž ohnisková vzdálenost je 30 cm. Jaká je obrazová vzdálenost i? Nalezněte polohu obrazu pomocí paprskového obrazce.

25C. Dvě souosé spojné čočky s ohniskovými vzdálenostmi f_1 a f_2 jsou umístěny ve vzdálenosti $f_1 + f_2$ od sebe (obr. 35.39). Takové zařízení se nazývá *rozšiřovač (expander) svazku* a užívá se často ke zvětšení průměru svazku paprsků vystupujícího z laseru. (a) Je-li W_1 šířka dopadajícího svazku, ukažte, že šířka vystupujícího svazku je $W_2 = (f_2/f_1)W_1$. (b) Ukažte, že soustavu jedné rozptylné a jedné spojné čočky je možno rovněž užít jako expanderu svazku. Dopadající paprsky rovnoběžné s osou soustavy by měly vystoupit rovněž rovnoběžně s osou.



Obr. 35.39 Cvičení 25

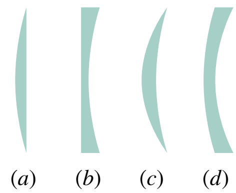
26C. Vypočítejte poměr intenzity svazku vystupujícího z expanderu ve cvič. 25 k intenzitě dopadajícího svazku.

27C. Čočka omezená dvěma vypuklými povrchy (bikonvexní) je vyrobena ze skla o indexu lomu 1,5. Jeden povrch má mít dvojnásobný poloměr křivosti než druhý a ohnisková vzdálenost by měla být 60 mm. Jaké jsou poloměry křivosti?

28C. Tenká čočka s ohniskovou vzdáleností 20,0 cm vytváří na stínítku obraz Slunce. Jaký je poloměr obrazu? (Potřebná data o Slunci najdete v dodatku C).

29C. Čočka je vyrobena ze skla o indexu lomu 1,5. Jedna její strana je plochá, druhá je vypuklá s poloměrem křivosti 20 cm. (a) Najděte její ohniskovou vzdálenost. (b) Je-li předmět umístěn 40 cm před čočkou, kde se nachází jeho obraz?

30C. Užitím rov. (35.10) rozhodněte, které z tenkých čoček na obr. 35.40 změní dopadající svazek paprsků rovnoběžných s centrální osou na svazek sbíhavý a které na svazek rozbíhavý.



Obr. 35.40 Cvičení 30

31C. Rovnice

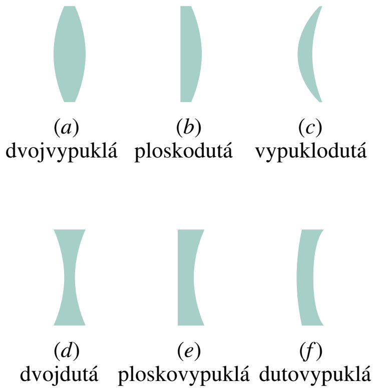
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}$$

se nazývá *Gaussův* tvar rovnice pro tenkou čočku. Jiný tvar (*Newtonův*) obsahuje vzdálenost x předmětu od prvního ohniska a vzdálenost x' druhého ohniska od obrazu. Dokažte, že platí

$$xx' = f^2.$$

32C. Filmová kamera, jejíž objektiv je jednoduchá čočka s ohniskovou vzdáleností 75 mm, snímá obraz osoby vysoké 180 cm stojící ve vzdálenosti 27 m. Jaká je výška obrazu osoby na filmu?

33Ú. Máte k dispozici sadu skleněných disků ($n = 1{,}5$) a stroj k broušení čoček, který je nastaven na broušení povrchů s poloměrem křivosti 40 cm nebo 60 cm. Máte zhotovit sadu šesti čoček znázorněných na obr. 35.41. Jaká bude ohnisková vzdálenost každé z těchto čoček? Které čočky mohou vytvořit reálný a které virtuální obraz Slunce? (*Tip*: Pokud můžete volit ze dvou poloměru křivostí, volte ten menší.)



Obr. 35.41 Úloha 33

34Ú. Doplňte co nejúplněji tab. 35.5. Každý řádek tabulky se vztahuje k určité kombinaci předmětu a tenké čočky. Vzdálenosti jsou v centimetrech. Ve sloupci TYP zapište S pro spojnou čočku a R pro rozptylnou. Chybí-li u hodnoty (s výjimkou hodnoty indexu lomu) znaménko, určete je. Načrtněte každou kombinaci a vyznačte v obrázku paprsky postačující k určení polohy předmětu a obrazu.

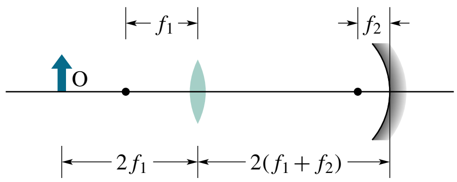
Tabulka 35.5 **Úloha 34: Tenké čočky**

	TYP	f	r_1	r_2	i	p	n	m	REÁLNÝ OBRAZ?	PŘEVRÁCENÝ OBRAZ?
(a)	S	10				+20				
(b)		+10				+5,0				
(c)		10				+5,0		> 1,0		
(d)		10				+5,0		< 1,0		
(e)			+30	−30		+10	1,5			
(f)			−30	+30		+10	1,5			
(g)			−30	−60		+10	1,5			
(h)						+10		0,50		ne
(i)						+10		−0,50		

35Ú. Spojka s ohniskovou vzdáleností +20 cm je umístěna 10 cm vlevo od rozptylky s ohniskovou vzdáleností −15 cm. Je-li předmět umístěn 40 cm nalevo od spojky, určete polohu a vlastnosti konečného obrazu vytvořeného rozptylkou.

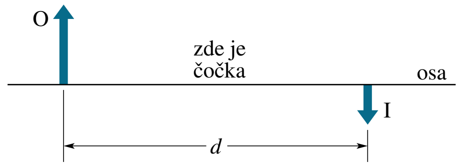
36Ú. Předmět je umístěn 1,0 m před spojkou s ohniskovou vzdáleností 0,50 m, která je 2,0 m před rovinným zrcadlem. (a) V jaké vzdálenosti od čočky bychom viděli výsledný obraz, kdybychom se dívali přes čočku směrem k zrcadlu (těsně kolem předmětu)? (b) Je výsledný obraz reálný, nebo virtuální? (c) Je výsledný obraz orientován stejně jako předmět, nebo je převrácený? (d) Jaké je příčné zvětšení?

37Ú. Na obr. 35.42 je předmět umístěn před spojnou čočkou ve vzdálenosti rovné dvojnásobku její ohniskové vzdálenosti f_1. Na druhé straně čočky je vyduté zrcadlo s ohniskovou vzdáleností f_2; vzdálenost zrcadla od čočky je $2(f_1 + f_2)$. (a) Určete polohu, typ, orientaci a příčné zvětšení výsledného obrazu, který pozorujeme okem, díváme-li se přes čočku směrem k zrcadlu těsně kolem předmětu. (b) Nakreslete paprskový obrazec k určení polohy obrazu.



Obr. 35.42 Úloha 37

38Ú. Na obr. 35.43 je předmět O a jeho reálný převrácený obraz I vytvořený určitou čočkou (která není zakreslena); vzdálenost obrazu od předmětu, měřená podél centrální osy je $d = 40{,}0$ cm. Obraz má právě poloviční výšku předmětu. (a) Jaký druh čočky je třeba použít k zobrazení předmětu? (b) Jak daleko od předmětu je třeba umístit čočku? (c) Jaká je ohnisková vzdálenost čočky?



Obr. 35.43 Úloha 38

39Ú. Předmět je 20 cm nalevo od čočky s ohniskovou vzdáleností +10 cm. Druhá čočka s ohniskovou vzdáleností +12,5 cm je 30 cm napravo od první čočky. (a) Najděte polohu a relativní velikost konečného obrazu. (b) Ověřte vaše výpočty tím, že narýsujete soustavu čoček ve vhodném měřítku a zkonstruujete paprskový obrazec. (c) Je konečný obraz reálný, nebo virtuální? (d) Je převrácený?

40Ú. Dvě tenké čočky s ohniskovými vzdálenostmi f_1 a f_2 se dotýkají. Dokažte, že jsou ekvivalentní jedné tenké čočce s ohniskovou vzdáleností

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}.$$

41Ú. Optická mohutnost čočky φ je definována vztahem $\varphi = 1/f$, kde f je její ohnisková vzdálenost. Jednotka optické mohutnosti je *dioptrie*; 1 dioptrie $= 1\,\mathrm{D} = 1\,\mathrm{m}^{-1}$. (a) Proč je takto definovaná veličina vhodná pro vyjádření vlastností čoček? (b) Ukažte, že výsledná optická mohutnost dvou čoček, které jsou těsně u sebe (v doteku), je $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$, kde φ_1 a φ_2 jsou optické mohutnosti těchto čoček. (*Tip*: Viz úlohu 40.)

42Ú. Osvětlený diapozitiv je ve vzdálenosti 44 cm od promítacího plátna. V jaké vzdálenosti od diapozitivu musíme umístit čočku o ohniskové vzdálenosti 11 cm, aby na plátně vznikl ostrý obraz diapozitivu?

43Ú. Ukažte, že vzdálenost předmětu od reálného obrazu vytvořeného tenkou spojnou čočkou je vždy větší nebo rovna čtyřnásobku ohniskové vzdálenosti čočky.

44Ú. Svítící předmět a stínítko jsou v konstantní vzdálenosti d_1 od sebe. (a) Ukažte, že spojná čočka s ohniskovou vzdáleností f umístěná mezi předmět a stínítko vytvoří reálný obraz na stínítku pro dvě polohy čočky; vzdálenost mezi těmito polohami je

$$d = \sqrt{d_1(d_1 - 4f)}.$$

(b) Ukažte, že podíl velikostí těchto dvou obrazů je

$$\left(\frac{d_1 - d}{d_1 + d}\right)^2.$$

45Ú. Úzký svazek rovnoběžných paprsků dopadá zleva na skleněnou kouli a směřuje do jejího středu. (Koule je vlastně čočkou, jistě však není *tenkou* čočkou.) Pokládejte úhel dopadu paprsků za přibližně rovný 0° a předpokládejte, že index lomu skla $n < 2{,}0$. Najděte obrazovou vzdálenost i (vzdálenost obrazu od pravé strany koule) a vyjádřete ji pomocí n a poloměru r koule. (*Tip*: K určení polohy obrazu vytvořeného lomem na levé straně koule použijte rov. (35.8); pak pokládejte tento obraz za předmět pro zobrazení lomem na pravé straně koule a určete polohu konečného obrazu. Je při druhém zobrazení předmětová vzdálenost p kladná, nebo záporná?)

ODST. 35.7 Optické přístroje

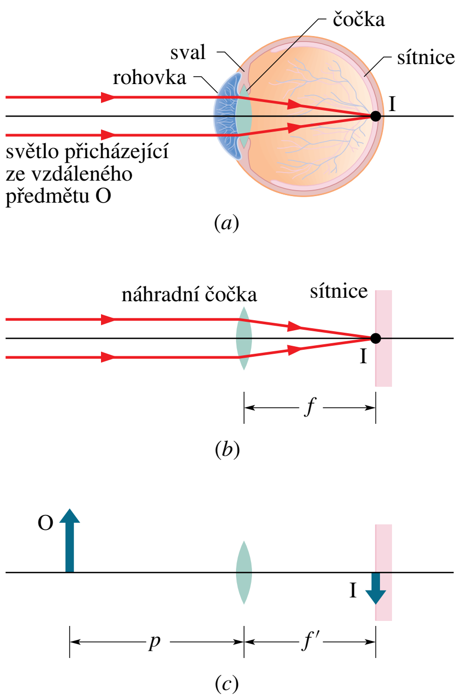
46C. Mikroskop znázorněný na obr. 35.18 má ohniskovou vzdálenost objektivu 4,00 cm a okuláru 8,00 cm. Vzdálenost mezi čočkami je 25,0 cm. (a) Jaká je délka optického intervalu s? (b) Jak daleko od objektivu musíme umístit předmět, aby obraz I vznikl blízko ohniska F_1' (mezi F_1' a okulárem), jak je zakresleno na obr. 35.18? (c) Jaké bude pak příčné zvětšení objektivu? (d) Jaké bude úhlové zvětšení m_θ okuláru? (e) Jaké bude celkové zvětšení M mikroskopu?

47C. Astronomický dalekohled má úhlové zvětšení 36 a průměr objektivu 75 mm. Jaký minimální průměr musí mít okulár, aby sebral všechno světlo, které vstoupilo do objektivu ze vzdáleného zdroje umístěného na ose dalekohledu?

48Ú. Lupa s ohniskovou vzdáleností f je umístěna blízko oka osoby, jejíž blízký bod P_n leží 25 cm od oka. Předmět je umístěn tak, že jeho obraz vytvořený čočkou se nachází v bodě P_n. (a) Jaké je úhlové zvětšení lupy? (b) Jaké bude úhlové zvětšení, přemístí-li se předmět tak, že jeho obraz se nachází v nekonečnu? (c) Najděte hodnoty úhlového zvětšení v případech (a) a (b) pro $f = 10\,\mathrm{cm}$. (Prohlížení obrazu v bodě P_n vyžaduje určitou námahu očních svalů, zatímco prohlížení obrazu v nekonečnu pro většinu lidí námahu nevyžaduje.)

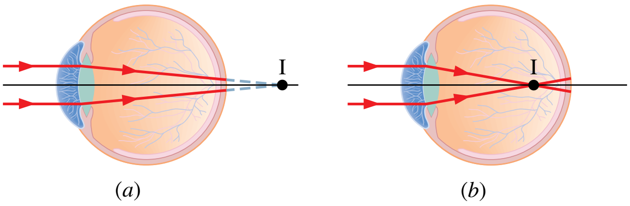
49Ú. (a) Ukažte, že pohybuje-li se předmět O na obr. 35.17c z ohniska F_1 směrem k oku, pohybuje se obraz z nekonečna a úhel θ' (a tedy i úhlové zvětšení m_θ) roste. (b) Pokračujete-li v tomto přibližování, v jaké poloze obrazu bude mít m_θ maximální užitečnou hodnotu? (Můžete dále zvětšovat m_θ, ale obraz už nebude ostrý.) (c) Ukažte, že maximální užitečná hodnota m_θ je $1 + (25\,\mathrm{cm})/f$. (d) Ukažte, že v této situaci jsou si úhlové a příčné zvětšení rovny.

50Ú. Na obr. 35.44a je schéma *lidského oka*. Světlo vstupuje do oka po lomu na rohovce, prochází otvorem (pupilou o proměnném průměru 1,5 mm až 5 mm) a je dále usměrněno čočkou, jejíž tvar (a tedy i schopnost fokusovat světlo) je ovládán svaly. Rohovku a oční čočku můžeme pokládat za jednoduchou tenkou čočku (obr. 35.44b). Jsou-li svaly uvolněny, fokusuje „normální" oko rovnoběžný svazek paprsků od vzdáleného předmětu do bodu na sítnici v pozadí oka, kde začíná zpracování vizuálních informací. Přeneseme-li předmět blíže k oku, svaly změní tvar čočky tak, že paprsky vytvoří na sítnici převrácený reálný obraz (obr. 35.44c). (a) Nechť ohnisková vzdálenost f náhradní tenké čočky při relaxaci (uvolnění svalu) je 2,50 cm. Jaká musí být ohnisková vzdálenost f' této čočky, abychom ostře viděli předmět ve vzdálenosti $p = 40{,}0\,\mathrm{cm}$? (b) Musí oční svaly zvětšit, nebo zmenšit poloměry křivosti oční čočky, aby se změnila ohnisková vzdálenost na f'?



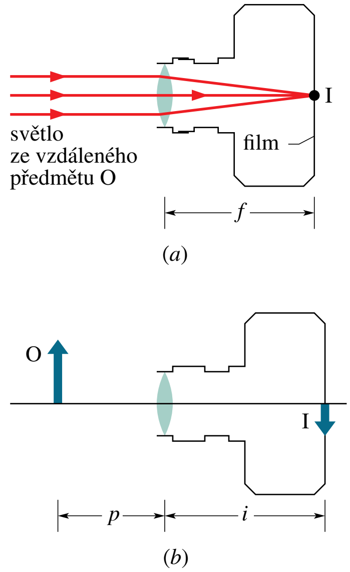
Obr. 35.44 Úloha 50

51Ú. *Dalekozraké* oko fokusuje rovnoběžné paprsky tak, že by obraz vznikl za sítnicí (obr. 35.45a). *Krátkozraké* oko vytvoří obraz před sítnicí (obr. 35.45b). (a) Jakou korekční čočku navrhnete pro každou z těchto vad? Nakreslete paprskový obrazec pro oba případy. (b) Potřebujete-li brýle jen ke čtení, jste krátkozraký, nebo dalekozraký? (c) K čemu slouží bifokální brýle, jejichž spodní a horní část mají rozdílné ohniskové vzdálenosti?



Obr. 35.45 Úloha 51

52Ú. Na obr. 35.46a je schéma *fotografického přístroje*. Abychom zaostřili obraz na film v zadní části kamery, posouváme čočku (objektiv) dopředu nebo dozadu. U určité kamery, u níž je vzdálenost mezi čočkou a filmem nastavena na $f = 5{,}0\,\mathrm{cm}$, se sbíhají rovnoběžné paprsky přicházející ze vzdáleného předmětu O do bodového obrazu na filmu. Předmět přemístíme blíže do vzdálenosti $p = 100\,\mathrm{cm}$ a vzdálenost mezi čočkou a filmem nastavíme tak, že na filmu vznikne reálný převrácený obraz (obr. 35.46b). (a) Jaká je pak vzdálenost mezi čočkou a filmem (obrazová vzdálenost i)? (b) Jak se změnila vzdálenost čočka–film?



Obr. 35.46 Úloha 52

53Ú. Při pozorování určitým mikroskopem je předmět 10,0 mm od objektivu, vzdálenost mezi objektivem a okulárem je 300 mm a obraz vytvořený mezi nimi je 50,0 mm od okuláru. Jaké je celkové zvětšení mikroskopu?

PRO POČÍTAČ

54Ú. Rovnice $1/p + 1/i = 2/r$ pro kulová zrcadla je pouze aproximací, která platí tehdy, je-li obraz tvořen pouze paprsky svírajícími malé úhly s centrální osou. Mnohé paprsky ve skutečnosti svírají velké úhly, což poněkud rozmazává obraz. Abyste zjistili, do jaké míry to nastává, můžete užít počítače. Podívejte se na obr. 35.20 a uvažujte paprsek vycházející z bodového zdroje (předmětu) na centrální ose, který s ní svírá úhel α.

Najděte napřed průsečík paprsku se zrcadlem. Jsou-li souřadnice tohoto bodu x a y a je-li počátek zvolen ve středu křivosti, potom $y = (x + p - r)\,\mathrm{tg}\,\alpha$ a $x^2 + y^2 = r^2$, kde p je předmětová vzdálenost a r je poloměr křivosti zrcadla. K určení úhlu β užijte vztahu $\mathrm{tg}\,\beta = y/x$ a k určení hodnoty γ pak užijte vztahu $\alpha + \gamma = 2\beta$. Nakonec užijte vztahu $\mathrm{tg}\,\gamma = y/(x + i - r)$, z něhož naleznete obrazovou vzdálenost i.

(a) Nechť $r = 12\,\mathrm{cm}$ a $p = 20\,\mathrm{cm}$. Pro každou z následujících hodnot $\alpha = 0{,}500$; $0{,}100$; $0{,}010\,0$ najděte polohu obrazu, tj. polohu průsečíku odraženého paprsku s centrální osou. Srovnejte tento výsledek s hodnotou zjištěnou z rovnice $1/p + 1/i = 2/r$. (b) Opakujte výpočty pro $p = 4{,}00\,\mathrm{cm}$.