

30

Magnetické pole elektrického proudu

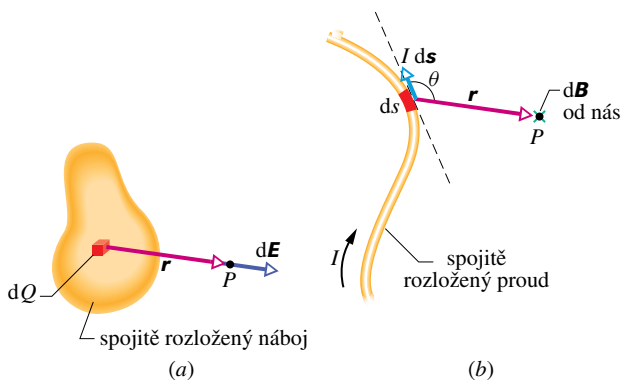


*Takto, pomocí raket a raketoplánů, vysíláme v současné době kosmonauty a dopravujeme materiál do kosmického prostoru. Je to cesta velmi náročná na kvalitu konstrukčních materiálů a paliva. Až však budeme doložit suroviny například na Měsíci nebo asteroidech, budeme potřebovat méně náročný způsob dopravy. Jedním z takových řešení mohou být **elektromagnetické katapulty**. Elektromagnetické dělo je v současné době schopné urychlit střelu z klidu na rychlost 10 km/s během jedné milisekundy. Jak lze dosáhnout tak obrovského zrychlení?*

30.1 MAGNETICKÉ POLE ELEKTRICKÉHO PROUDU

V čl. 29.1 jsme si vysvětlili, že magnetické pole můžeme vytvořit elektrickým proudem, tedy pohybujícím se nábojem. Po pečlivém prostudování celé následující kapitoly bychom měli umět vypočítat magnetické pole vytvořené danou konfigurací elektrických proudů. Budeme postupovat stejně jako v kap. 23, kde jsme určovali elektrické pole vytvořené daným rozložením nábojů.

Zopakujme si stručně základní postup. Nejprve jsme myšleně rozdělili celý náboj (spojitě rozložený) na infinitezimální elementy náboje dQ (obr. 30.1a). Potom jsme vypočítali infinitezimální intenzitu $d\mathbf{E}$ elektrického pole, kterou vytvoří v daném bodě P náboj dQ . Protože pro elektrické pole platí princip superpozice, určili jsme intenzitu v bodě P integrací příspěvků $d\mathbf{E}$ od všech elementů.



Obr. 30.1 (a) Element náboje dQ vytváří elektrické pole o intenzitě $d\mathbf{E}$ v bodě P . (b) Proudový element $I ds$ vytváří magnetické pole o indukci $d\mathbf{B}$ v bodě P . Zelený křížek vyjadřuje směr $d\mathbf{B}$ (kolmo k rovině obrázku, směrem od nás).

Připomeňme, že velikost vektoru $d\mathbf{E}$ vyjádříme vztahem

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r^2}, \quad (30.1)$$

kde r je vzdálenost bodu P od elementu náboje dQ . Pro kladný element náboje dQ je směr vektoru $d\mathbf{E}$ stejný jako směr vektoru \mathbf{r} , což je vektor, který má počátek v elementu náboje dQ a konec v bodě P (je to tedy průvodič bodu P vůči dQ). Rov. (30.1) pak můžeme přepsat do vektorového tvaru:

$$d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r^3} \mathbf{r}. \quad (30.2)$$

Všimněte si, že rov. (30.2) je zákon „převráceného čtverce“ (výraz $d\mathbf{E}$ závisí na převrácené hodnotě r^2 navzdory exponentu 3 ve jmenovateli; ten je tam jenom proto, že jsme jednotkový vektor \mathbf{r}^0 zapsali výrazem \mathbf{r}/r).

Analogicky budeme postupovat při výpočtu *magnetického pole* elektrického proudu. Na obr. 30.1b je tenký vodič obecného tvaru, kterým protéká elektrický proud I . Naším úkolem je vypočítat magnetickou indukci \mathbf{B} v libovolně zvoleném bodě P . Nejdříve myšleně rozdělíme vodič na infinitezimální délkové elementy ds , jejichž délka je ds a které mají směr tečny k vodiči a jsou orientovány ve směru proudu. Je vhodné zavést pojem infinitezimálního *proudového délkového elementu*, daného výrazem $I ds$ (dále pro stručnost pouze **proudový element**), určit indukci magnetického pole $d\mathbf{B}$ vytvořenou v bodě P takovým elementem. Pro magnetickou indukci platí princip superpozice stejně jako pro elektrickou intenzitu, tj. výsledné pole je rovno součtu polí dílčích. Výsledné pole o indukci \mathbf{B} v bodě P vypočteme tedy integrací příspěvků $d\mathbf{B}$ od všech proudových elementů. Rozdíl oproti elektrickému poli je v tom, že zatímco element elektrického náboje dQ , vytvářející elektrické pole, je skalární povahy, má proudový element $I ds$, vytvářející magnetické pole, povahu vektorovou.

Výchozíkem dalšího výkladu bude vzorec pro velikost magnetické indukce $d\mathbf{B}$, vytvořené v libovolně vybraném bodě P proudovým elementem $I ds$:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds \sin \theta}{r^2}. \quad (30.3)$$

Zde μ_0 je konstanta* nazývaná *permeabilita vakua* neboli *magnetická konstanta*, jejíž hodnotu definujeme přesně:

$$\begin{aligned} \mu_0 &= 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1} \doteq \\ &\doteq 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}. \end{aligned} \quad (30.4)$$

Vektor $d\mathbf{B}$ má směr daný vektorovým součinem $ds \times \mathbf{r}$ (obr. 30.1b), kde \mathbf{r} je polohový vektor směřující od proudového elementu k bodu P . Rov. (30.3) tedy můžeme zapsat ve vektorovém tvaru:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds \times \mathbf{r}}{r^3} \quad (\text{Biotův-Savartův zákon}). \quad (30.5)$$

Tato vektorová rovnice, stejně jako její skalární tvar rov. (30.3), se nazývá **Biotův-Savartův zákon** (někdy též **Biotův-Savartův-Laplaceův**). Je to zákon, který také patří mezi zákony „převráceného čtverce“, v nichž veličina popisující pole klesá se čtvercem vzdálenosti od svého zdroje (v tomto případě proudového elementu $I ds$).

V našem výkladu bude Biotův-Savartův zákon výchozím zákonem při studiu magnetického pole, obdobně jako byl Coulombův zákon výchozím zákonem pro elektrostatické pole.

* Souvislost μ_0 s ϵ_0 a rychlostí světla c je uvedena v čl. 34.2.

(Magnetické pole je vytvářeno elektrickým proudem; vodič pouze vymezuje, kudy má proud téci. Často však píšeme jen „pole přímého vodiče“, resp. „pole kruhového oblouku“ a neprodujeme zbytečně text zdůrazňováním samozřejmosti, že jde o vodič daného tvaru, kterým protéká proud, tj. že je to „pole elektrického proudu, protékajícího vodičem majícím tvar přímky, resp. kruhového oblouku“.)

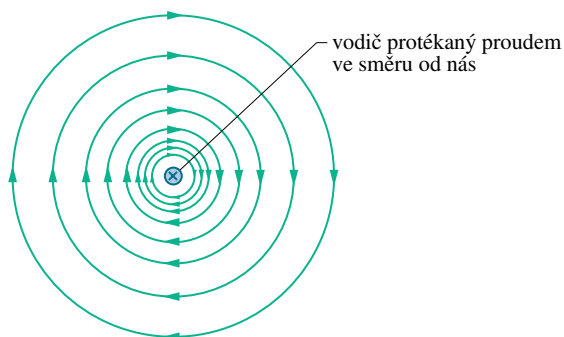
Magnetické pole dlouhého přímého vodiče

Vyjdeme z Biotova-Savartova zákona a dokážeme, že velikost magnetické indukce ve vzdálenosti R od nekonečně dlouhého přímého tenkého vodiče, kterým protéká elektrický proud I , je vyjádřena vztahem

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad (\text{dlouhý přímý vodič}). \quad (30.6)$$

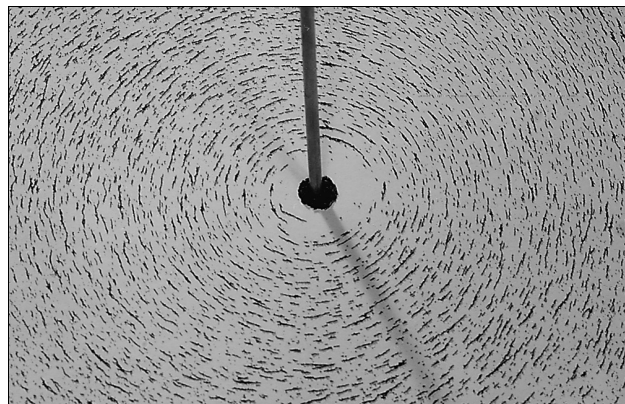
(Zdůrazněme, že v tomto vztahu je R (kolmá) vzdálenost bodu, ve kterém má být určeno B , od vodiče. Naproti tomu v rov. (30.3) a (30.5) — které jsou základní — je r vzdálenost tohoto bodu od proudového elementu.)

Velikost magnetické indukce B v rov. (30.6) závisí pouze na velikosti proudu a vzdálenosti uvažovaného bodu od vodiče. V našem odvození ukážeme, že indukční čáry vektoru magnetické indukce \mathbf{B} mají tvar soustředných kružnic kolem vodiče, jak je ukázáno na obr. 30.2 a jak lze demonstrovat pomocí železných pilin (obr. 30.3). Vzdálenost mezi magnetickými indukčními čarami na obr. 30.2 s rostoucí vzdáleností od vodiče roste tak, jak klesá velikost B v závislosti na R , tj. jako $1/R$.



Obr. 30.2 Magnetické indukční čáry pole vytvořeného proudem, protékajícím dlouhým přímým vodičem, jsou soustředné kružnice se středy ve vodiči (na obrázku jsou tyto čáry zobrazeny v rovinném řezu, kolmém k vodiči). Proud ve vodiči je kolmý na rovinu obrázku a má směr od nás, jak ukazuje křížek.

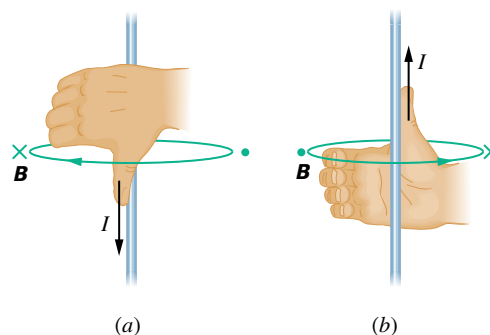
Pro určení směru magnetického pole délkového elementu dlouhého přímého vodiče používáme **pravidlo pravé ruky**:



Obr. 30.3 Železné piliny, kterými byl posypán tuhý papír kolmý na přímý dlouhý vodič protékáný proudem. Piliny se uspořádaly do tvaru soustředných kružnic kolem vodiče. Uspořádání je v souladu se směrem magnetické indukce pole vytvořeného elektrickým proudem ve vodiči.

Položte palec pravé ruky ve směru proudového elementu; zahnuté prsty ukazují směr magnetických indukčních čar.

Použití tohoto pravidla pro dlouhý přímý vodič protékáný proudem (obr. 30.2) vidíme na obr. 30.4a v bočním pohledu. Chceme-li určit směr indukce \mathbf{B} v určitém bodě, obejmeme pravou rukou vodič tak, aby palec byl ve směru proudu. Směr ohnutých prstů potom udává směr magnetické indukce \mathbf{B} v tomto bodě.



Obr. 30.4 Pravidlo pravé ruky určuje směr pole buzeného vodičem. (a) Situace z obr. 30.2 v bočním pohledu. Magnetická indukce \mathbf{B} v každém bodě vlevo od vodiče je kolmá k rovině papíru a má směr prstů pravé ruky. Směřuje tedy od nás, jak je znázorněno křížkem. (b) Jestliže je směr elektrického proudu opačný, potom indukce \mathbf{B} je v každém bodě vlevo od vodiče kolmá k obrázku a směruje k nám, jak je znázorněno tečkou.

Odvození vztahu (30.6)

Obr. 30.5 je obdobou obr. 30.1b s tím rozdílem, že se nyní jedná o přímý dlouhý vodič. Ilustruje to, co chceme vyřešit: hledáme magnetickou indukci \mathbf{B} v bodě P ležícím

ve vzdálenosti R od vodiče. Velikost magnetické indukce, kterou vytvoří v bodě P proudový element $I ds$, je dána rov. (30.3):

$$dB = \frac{\mu_0 I ds \sin \theta}{4\pi r^2}.$$

Směr magnetické indukce $d\mathbf{B}$ na obr. 30.5 je určen vektorovým součinem $d\mathbf{s} \times \mathbf{r}$, tj. $d\mathbf{B}$ je kolmé na rovinu obrázku a má směr od nás.

Všimněte si, že všechny proudové elementy, na které vodič rozdělujeme, vytvářejí v bodě P příspěvky $d\mathbf{B}$ ve stejném směru.

Velikost magnetické indukce vytvořené v bodě P proudovými elementy z horní poloviny vodiče získáme integrací příspěvků dB (rov. (30.3)) v mezích od nuly do nekonečna. Podle rov. (30.5) má magnetická indukce, kterou v bodě P vytváří symetricky umístěný proudový element z dolní poloviny, tutéž velikost a směr. Magnetická indukce, vytvořená v tomtéž bodě každou z polovin vodiče protékaného proudem, je tedy stejná. Velikost indukce B magnetického pole nekonečně dlouhého přímého tenkého vodiče je tedy

$$B = 2 \int_0^\infty dB = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \theta ds}{r^2}. \quad (30.7)$$

(B lze samozřejmě vyjádřit také integrálem $B = \int_{-\infty}^\infty dB$.) Proměnné θ , s a r v této rovnici jsou mezi sebou vázány vztahy, které jsou zřejmé z obr. 30.5:

$$r = \sqrt{s^2 + R^2},$$

$$\sin \theta = \sin(\pi - \theta) = \frac{R}{\sqrt{s^2 + R^2}}.$$

Tyto vztahy dosadíme do rov. (30.7) a integrací (dodatek E) dostaneme

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^\infty \frac{R ds}{(s^2 + R^2)^{3/2}} =$$

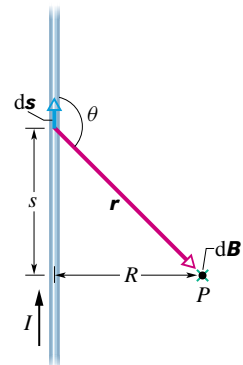
$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \left[\frac{s}{(s^2 + R^2)^{1/2}} \right]_0^\infty = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}, \quad (30.8)$$

což jsme chtěli odvodit. Dodejme, že magnetická indukce v bodě P , vytvořená buď horní, nebo dolní polovinou nekonečně dlouhého přímého vodiče protékaného proudem (obr. 30.5), je rovna polovině této hodnoty, tj.

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \quad (\text{polopřímkový vodič s proudem}). \quad (30.9)$$

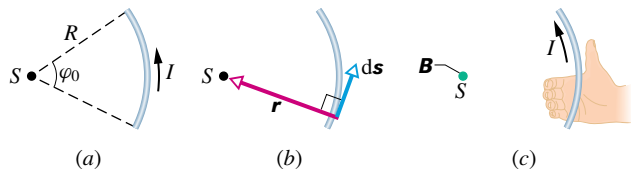
Magnetické pole kruhového oblouku

Chceme-li určit magnetické pole vytvořené proudem protékajícím zakřiveným vodičem, vyjdeme opět z rov. (30.3).



Obr. 30.5 Výpočet magnetického pole proudu I , který protéká dlouhým přímým vodičem o zanedbatelném průřezu. Magnetická indukce $d\mathbf{B}$ v libovolném bodě P je funkcí proudového elementu $I ds$, je kolmá k obrázku a má směr od nás.

Vyjádríme nejprve příspěvek magnetické indukce vytvořený proudovým elementem a integrací získáme výslednou magnetickou indukci vytvořenou všemi elementy celého vodiče. V závislosti na tvaru vodiče může být tato integrace značně obtížná; je však snadná, má-li vodič například tvar části kruhového oblouku a zajímá-li nás magnetická indukce pole v jeho středu S .



Obr. 30.6 (a) Vodičem ve tvaru kruhového oblouku se středem S protéká proud I . (b) Pro každý délkový element vodiče je úhel mezi směrem elementu ds a vektorem \mathbf{r} roven 90° . (c) Určení směru magnetické indukce ve středu S . Pole směřuje kolmo k rovině obrázku ve směru ohnutých prstů pravé ruky, jak je znázorněno barevnou tečkou v bodě S .

Na obr. 30.6a je znázorněn vodič, kterým protéká elektrický proud I a který má tvar části kruhového oblouku se středovým úhlem φ_0 , poloměrem R a středem S . V bodě S vytváří každý proudový element $I ds$ magnetickou indukci o velikosti dB danou rov. (30.3). Úlohu usnadňuje i skutečnost, že nezáleží na tom, ve kterém místě vodiče se takový element nachází (obr. 30.6b). Úhel θ , který svírají vektory $d\mathbf{s}$ a \mathbf{r} , je 90° a $r = R$. Proto z rov. (30.3) dostaneme

$$dB = \frac{\mu_0 I ds \sin 90^\circ}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 I ds}{4\pi R^2}. \quad (30.10)$$

Příspěvek k magnetické indukci v bodě S , vytvořený každým proudovým elementem ve tvaru oblouku, má stejnou velikost.

Pomocí pravidla pravé ruky (obr. 30.6c) zjistíme, že všechny příspěvky magnetické indukce $d\mathbf{B}$ od kteréhokoliv místa vodiče mají v bodě S tentýž směr, jsou kolmé k rovině obrázku a směřují k nám. Velikost výsledné magnetické

indukce v bodě S je tedy rovna součtu (integrálu) všech příspěvků dB , daných rov. (30.10). Využijeme-li vztahu $ds = R d\varphi$ (čímž změňme integrační proměnnou s na φ), dostaneme z rov. (30.10)

$$B = \int dB = \int_0^{\varphi_0} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR d\varphi}{R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_0^{\varphi_0} d\varphi.$$

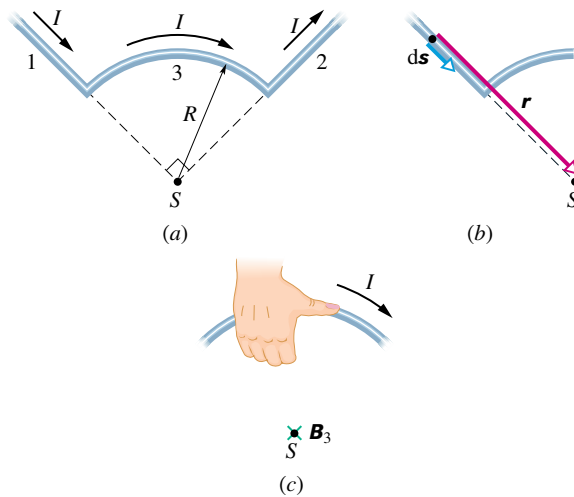
Po jednoduché integraci dostaneme

$$B = \frac{\mu_0 I \varphi_0}{4\pi R} \quad (\text{ve středu kruhového oblouku}). \quad (30.11)$$

Při výpočtech je třeba dosazovat úhel φ_0 v míře obloukové, nikoliv ve stupních. Tato rovnice udává magnetickou indukci pouze ve středu vodiče ve tvaru kruhového oblouku, kterým protéká proud.

PŘÍKLAD 30.1

Vodičem na obr. 30.7a protéká proud I . Vodič je tvořen kruhovým obloukem o poloměru R se středovým úhlem $(\pi/2)$ rad a dvěma přímkovými částmi, jejichž prodloužení se protínají ve středu S oblouku. Určete magnetickou indukci \mathbf{B} v bodě S .



Obr. 30.7 Příklad 30.1. (a) Vodičem složeným ze dvou přímkových částí 1 a 2 a kruhového oblouku 3 protéká proud I . (b) Pro proudový element v příímém úseku 1 je úhel mezi vektory ds a r roven nule. (c) Určení směru magnetické indukce \mathbf{B}_3 v bodě S (proud I protéká vodičem v naznačeném směru, magnetické pole je kolmé k rovině obrázku a směřuje od nás).

ŘEŠENÍ: Abychom úlohu vyřešili co nejjednodušším způsobem, rozdělíme vodič myšleně na tři části: (1) polopřímku vlevo, (2) polopřímku vpravo a (3) kruhový oblouk. Poté použijeme rov. (30.3) pro každou z těchto tří částí.

Pro každý proudový element úseku 1 je úhel θ mezi ds a r roven nule (obr. 30.7b). Z rov. (30.3) tedy dostáváme

$$dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds \sin \theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds \sin 0}{r^2} = 0.$$

Elektrický proud, protékající příímým úsekem 1 (levá část vodiče), nevytváří tedy žádné magnetické pole v bodě S :

$$B_1 = 0.$$

Stejně je tomu i v případě příímého úseku 2, kdy je úhel θ mezi ds a r roven 180° pro každý proudový element. Tedy

$$B_2 = 0.$$

Poněvadž zakřivená část 3 představuje kruhový oblouk, můžeme využít rov. (30.11) pro výpočet magnetické indukce ve středu kruhu. Dosazením $\varphi = (\pi/2)$ rad dostaneme

$$B_3 = \frac{\mu_0 I (\pi/2)}{4\pi R} = \frac{\mu_0 I}{8R}.$$

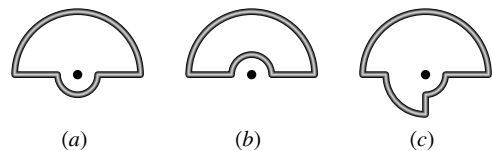
K určení směru magnetické indukce \mathbf{B}_3 použijeme pravidla pravé ruky. Vidíme, že je kolmá k rovině obrázku a směřuje od nás.

Výsledná magnetická indukce \mathbf{B} vytvořená v bodě S proudem protékajícím vodičem má tedy velikost

$$B = B_1 + B_2 + B_3 = 0 + 0 + \frac{\mu_0 I}{8R} = \frac{\mu_0 I}{8R}, \quad (\text{Odpověď})$$

je kolmá k rovině obrázku a míří od nás.

KONTROLA 1: Na obrázku jsou zakresleny tři obvody, obsahující soustředné kruhové oblouky (půlkružnice nebo čtvrtkružnice s poloměry r , $2r$ a $3r$) a radiální příímé úseky. Obvody protéká tentýž proud. Seřaďte je sestupně podle velikosti magnetické indukce ve středu oblouků (označeném tečkou).



RADY A NÁMĚTY

Bod 30.1: Pravidlo pravé ruky

Uvádíme přehled různých variant pravidla pravé ruky:

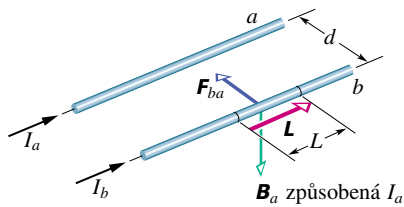
(a) V čl. 3.7 byl uveden postup, jak určit směr vektorového součinu dvou vektorů: orientujme prsty pravé ruky tak, že palec směřuje ve směru prvního vektoru a ukazováček ve směru vektoru druhého. Potom vztyčený prostředník ukáže směr vektorového součinu. V kap. 12 jsme použili tohoto pravidla k určení směru momentu (síly a hybnosti) a v kap. 29 k určení směru síly působící na vodič protákaný proudem v magnetickém poli.

(b) V některých případech (zejména v magnetismu) potřebujeme dát do vzájemného vztahu „zakřivené“ prvky a prvky „rovnné“. K tomu nám nejlépe poslouží ohnuté prsty a vztyčený palec pravé ruky. V čl. 29.8 jsme řešili příklad, kde se vyskytoval proud protékající smyčkou (zakřivený prvek) a normálový vektor \mathbf{n} (přímý prvek) smyčky. Ohneme-li prsty pravé ruky ve směru proudu tekoucího smyčkou, pak vztyčený palec ukazuje směr vektoru \mathbf{n} . To je také směr magnetického dipólového momentu $\boldsymbol{\mu}$ smyčky.

V tomto odstavci jsme použili variantu (b): abychom určili směr indukčních čar magnetického pole v okolí proudového elementu, položíme vztyčený palec pravé ruky do směru elektrického proudu, tekoucího vodičem. Ohnuté prsty pravé ruky potom ukazují směr indukčních čar magnetického pole.

30.2 DVA ROVNOBĚŽNÉ VODIČE

Dva rovnoběžné vodiče, jimiž protéká elektrický proud, na sebe navzájem silově působí. Určíme tyto síly pro dlouhé tenké vodiče z obr. 30.8; jejich vzdálenost je d a protékají jimi proudy I_a a I_b .



Obr. 30.8 Dva vodiče se souhlasně rovnoběžnými proudy se navzájem přitahují. Indukce \mathbf{B}_a v místě vodiče b je vytvořena proudem tekoucím vodičem a . Výsledná síla \mathbf{F}_{ba} působící na vodič b je způsobena tím, že vodičem protéká elektrický proud v magnetickém poli o indukci \mathbf{B}_a .

Nejprve vyjádříme sílu, kterou působí vodič a na vodič b (obr. 30.8). Elektrický proud, který protéká vodičem a , vytváří kolem něj magnetické pole o indukci \mathbf{B}_a . Právě toto magnetické pole silově působí na vodič b . Abychom tuto sílu mohli vyjádřit, potřebujeme znát velikost a směr magnetické indukce \mathbf{B}_a v místě, kde leží vodič b . Velikost indukce \mathbf{B}_a v každém bodě vodiče b je podle rov. (30.6) rovna

$$B_a = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi d}. \quad (30.12)$$

Pravidlo pravé ruky nám ukazuje, že vektor \mathbf{B}_a v místě vodiče b směřuje dolů (obr. 30.8).

Nyní, když známe velikost magnetické indukce pole, můžeme nalézt sílu, kterou působí toto pole na vodič b .

Rov. (29.27) určuje sílu \mathbf{F}_{ba} , kterou působí magnetické pole \mathbf{B}_a na úsek vodiče b délky L :

$$\mathbf{F}_{ba} = I_b \mathbf{L} \times \mathbf{B}_a. \quad (30.13)$$

Na obr. 30.8 jsou vektory \mathbf{L} a \mathbf{B}_a na sebe kolmé. Použitím rov. (30.12) dostaneme

$$F_{ba} = I_b L B_a \sin 90^\circ = \frac{\mu_0 L I_a I_b}{2\pi d}. \quad (30.14)$$

Směr vektoru \mathbf{F}_{ba} je dán vektorovým součinem $\mathbf{L} \times \mathbf{B}_a$. Použijeme-li pravidlo pravé ruky v obr. 30.8, zjistíme, že síla \mathbf{F}_{ba} míří k vodiči a . Obecný postup určení síly působící na vodič s proudem je tedy následující:

Sílu, kterou na sebe působí dva vodiče protékající proudem, zjistíme ve dvou krocích: (1) určíme magnetickou indukci \mathbf{B}_2 , kterou vytváří druhý vodič v místě prvního vodiče; (2) určíme sílu, kterou působí pole o indukci \mathbf{B}_2 na první vodič.

Nyní použijeme vyložený postup k výpočtu síly, kterou působí vodič b na vodič a . Zjistíme, že tato síla míří směrem k vodiči b ; odtud plyne, že dva rovnoběžné vodiče, jimiž protékají souhlasně orientované proudy, se navzájem přitahují. Naopak v případě, že proudy ve vodičích jsou orientovány nesouhlasně, se vodiče odpuzují. Tedy:

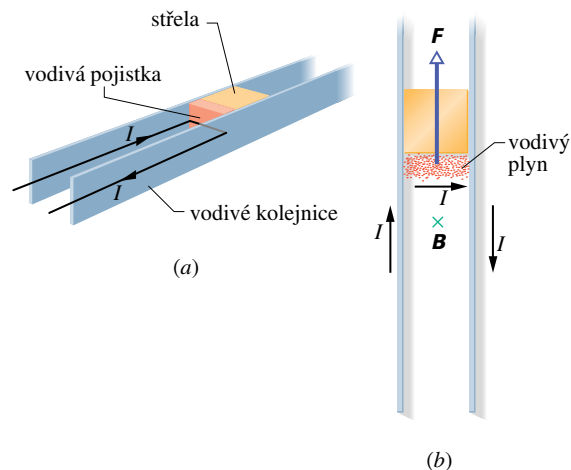
Dva rovnoběžné vodiče protékající souhlasně orientovanými proudy se přitahují, vodiče protékající opačně orientovanými proudy se odpuzují.

Síla působící mezi proudy tekoucími v rovnoběžných vodičích je základem pro definici ampéru, který je jednou ze sedmi základních jednotek soustavy SI. Podle definice přijaté v roce 1946 je ampér definován jako velikost stálého elektrického proudu, který při průtoku dvěma přímými rovnoběžnými a velmi dlouhými vodiči zanedbatelného kruhového průřezu vzdálenými od sebe 1 m ve vakuu vyvolá mezi těmito vodiči sílu $2 \cdot 10^{-7}$ N na jeden metr jejich délky. Tato definice vychází z rov. (30.14) s $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$ (přesně).

Elektromagnetické dělo

Princip elektromagnetického děla je znázorněn na obrázku 30.9a. Elektrický proud prochází první kolejnicí, poté napříč vodivou „pojistkou“ (úzký pásek mědi), která se nachází mezi oběma kolejnicemi, a vrací se druhou kolejnicí zpět do zdroje proudu. Střela, která má být vystřelena, leží na čelní straně pojistky a je uložena volně mezi oběma kolejnicemi. Po zapnutí proudu se pojistka okamžitě roztaví

a vypaří, takže v místě, kde se nacházela, vznikne elektricky vodivý plyn — plazma.



Obr. 30.9 (a) Elektromagnetické dělo v okamžiku, kdy je zapojen proud I . Ten nejprve roztaví a vzápětí vypaří vodivou pojistku. (b) Elektrický proud vytváří mezi kolejnicemi magnetické pole \mathbf{B} . To působí na vodivý plyn (vzniklý vypařením pojistky), který je částí vodivé dráhy, silou \mathbf{F} ; plyn urychlí střelu ve směru podél kolejnic a vystřelí ji.

Pravidlo pravé ruky (obr. 30.4) ukazuje, že elektrický proud v kolejnicích na obr. 30.9a vytvoří mezi nimi magnetické pole, které působí směrem dolů. Toto magnetické pole působí silou \mathbf{F} na vodivý plyn, jímž teče proud I (obr. 30.9b). Z rov. (30.13) a pravidla pravé ruky pro vektorový součin vidíme, že síla \mathbf{F} působí vyznačeným směrem ven podél kolejnic. Plyn vypuzený podél kolejnic tlačí střelu, přičemž jí udělí zrychlení větší než $5 \cdot 10^6 g$. Její rychlost může dosáhnout velikosti až $10 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ (to vše proběhne během 1 ms).

PŘÍKLAD 30.2

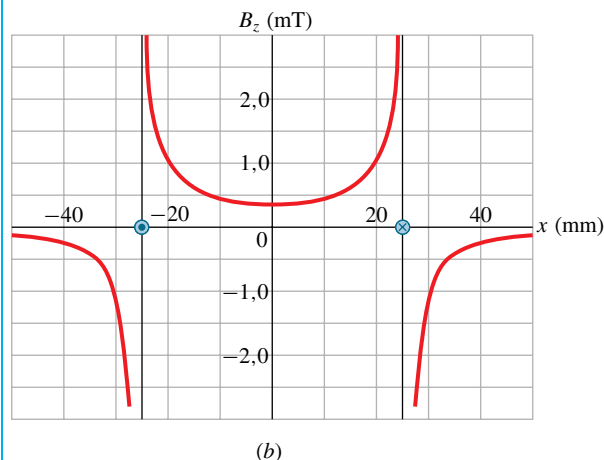
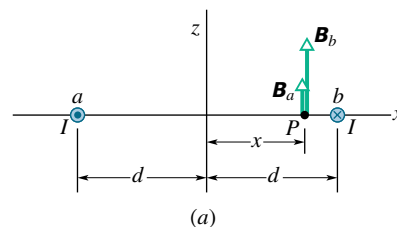
Dvěma dlouhými rovnoběžnými vodiči, vzdálenými od sebe $2d$, protéká stejný proud I v opačných směrech (obr. 30.10a). Odvoďte výraz pro $B_z(x)$, tj. výslednou magnetickou indukci v bodech ve vzdálenosti x od středu spojnice obou vodičů.

ŘEŠENÍ: Použitím pravidla pravé ruky lze z obr. 30.10a ukázat, že magnetická pole vytvořená proudy tekoucími v jednotlivých vodičích mají stejný směr ve všech bodech mezi vodiči. Z principu superpozice a z rov. (30.6) dostaneme pro libovolný bod mezi vodiči:

$$\begin{aligned} B_z(x) &= B_{a,z}(x) + B_{b,z}(x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi(d+x)} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-x)} = \\ &= \frac{\mu_0 I d}{\pi(d^2 - x^2)}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď}) \quad (30.15)$$

Rozbor tohoto vztahu ukazuje, že (1) závislost $B_z(x)$ je

symetrická vůči záměně $x \leftrightarrow -x$, (2) $B_z(x)$ má mezi vodiči svou minimální hodnotu $\mu_0 I / \pi d$ v bodě $x = 0$ a (3) $B_z(x) \rightarrow \infty$, když $x \rightarrow \pm d$. Pro $x = \pm d$ by bod P ležel na ose jednoho z vodičů. Naše odvození rov. (30.6) však platí pouze pro body vně vodiče, takže rov. (30.15) platí jenom k povrchu vodičů. (Polem uvnitř vodiče se zabýváme v následujícím článku.)



Obr. 30.10 Příklad 30.2. (a) Dva rovnoběžné vodiče, jimiž protékají elektrické proudy téže velikosti v opačných směrech (tj. kolmo k rovině obrázku, směrem k nám a od nás). V bodech mezi vodiči, např. v bodě P , směřují magnetická pole, vytvořená jednotlivými proudy, týmž směrem. (b) Závislost $B_z(x)$ pro $I = 25 \text{ A}$ a vzdálenost obou vodičů 50 mm.

Na obr. 30.10b je vynesena závislost daná rov. (30.15) pro číselné hodnoty $I = 25 \text{ A}$ a $2d = 50 \text{ mm}$. Ponecháváme jako cvičení 31 dokázat, že rov. (30.15) platí i pro všechny body „za vodiči“, tedy pro body, pro které platí $|x| > d$.

PŘÍKLAD 30.3

Na obr. 30.11a jsou dva dlouhé rovnoběžné vodiče, jimiž protékají elektrické proudy I_1 a I_2 v opačných směrech. Určete velikost a směr výsledné magnetické indukce v bodě P . Dosaďte číselné hodnoty $I_1 = 15 \text{ A}$, $I_2 = 32 \text{ A}$ a $d = 5,3 \text{ cm}$.

ŘEŠENÍ: Na obr. 30.11b jsou magnetické indukce \mathbf{B}_1 , resp. \mathbf{B}_2 , polí vytvořených proudy I_1 , resp. I_2 , v bodě P (pomocí pravidla pravé ruky si ověřte, že jejich směry

jsou správné). Velikosti magnetických indukcí těchto polí v bodě P jsou dány rov. (30.6), tedy

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d/\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}\mu_0}{2\pi d} I_1$$

a

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(d/\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}\mu_0}{2\pi d} I_2,$$

kde jsme R nahradili veličinou $d/\sqrt{2}$, neboť $R/d = \sin 45^\circ = \sqrt{2}/2$.

Velikost výsledné magnetické indukce \mathbf{B} je

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \frac{\sqrt{2}\mu_0}{2\pi d} \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \\ &= \frac{\sqrt{2}(4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}) \sqrt{(15 \text{ A})^2 + (32 \text{ A})^2}}{2\pi(5,3 \cdot 10^{-2} \text{ m})} = \\ &= 1,89 \cdot 10^{-4} \text{ T} \doteq 190 \mu\text{T}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$

Pro úhel φ mezi vektory \mathbf{B} a \mathbf{B}_2 podle obr. 30.11b platí

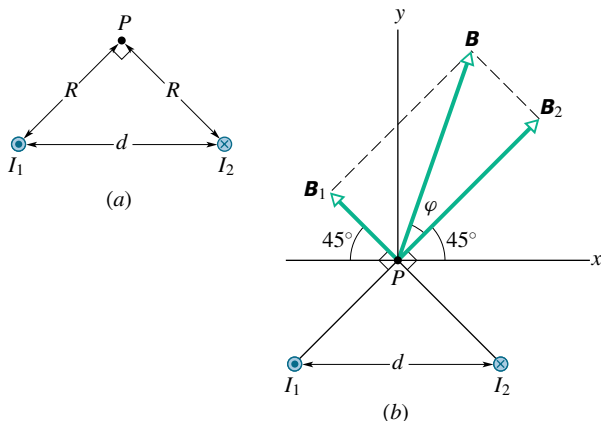
$$\text{tg } \varphi = \frac{B_1}{B_2}.$$

Dosadíme-li za B_1 a B_2 , dostaneme

$$\text{tg } \varphi = \frac{I_1}{I_2} = \frac{(15 \text{ A})}{(32 \text{ A})} = 0,469, \quad \text{odkud } \varphi = 25^\circ.$$

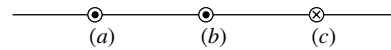
Úhel mezi vektorem \mathbf{B} a osou x je potom

$$\varphi + 45^\circ = 25^\circ + 45^\circ = 70^\circ. \quad (\text{Odpověď})$$



Obr. 30.11 Příklad 30.3. (a) Dvěma vodiči na obrázku protékají proudy I_1 a I_2 v opačných směrech (kolmo k rovině obrázku, směrem k pozorovateli a od něho). Všimněte si pravých úhlů v bodě P . (b) Dílčí pole s magnetickými indukcemi \mathbf{B}_1 a \mathbf{B}_2 se sčítají vektorově.

KONTROLA 2: Na obrázku jsou tři dlouhé, přímé, navzájem rovnoběžné vodiče, kterými protéká stejný proud. Vodič b leží uprostřed mezi vodiči a a c (obrázek). Směr elektrického proudu je vyznačen křížkem a tečkami. Seřaďte vodiče sestupně podle velikosti síly, kterou na každý z nich působí ostatní dva vodiče.



30.3 AMPÉRŮV ZÁKON

Elektrické pole \mathbf{E} libovolně rozložených nábojů lze vypočítat z rov. (30.2). Ta plyne z Coulombova zákona, vyjadřujícího síly působící mezi bodovými náboji. Coulombův zákon však má i svou polní paralelu: je to Gaussův zákon elektrostatiky (24.7), spojující tok intenzity \mathbf{E} elektrického pole s náboji, které pole vytvářejí.

Podobně můžeme vypočítat užitím Biotova-Savartova zákona (30.5) magnetickou indukci \mathbf{B} libovolně rozložených proudů. I tento zákon má však svou polní paralelu: je to Ampérův zákon, spojující cirkulaci vektoru \mathbf{B} s proudy, které pole vytvářejí. A podobně jako Gaussův zákon elektrostatiky nám i Ampérův zákon pomůže také zcela prakticky při řešení úloh s jistou symetrií (rovinnou, válcovou nebo kulovou) v rozložení proudů.

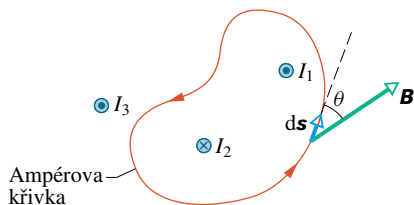
Ampérův zákon (nebo též zákon celkového proudu) má tvar

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_c \quad (\text{Ampérův zákon}). \quad (30.16)$$

Kroužek na znaménku integrálu značí, že integrujeme po uzavřené orientované křivce (libovolného tvaru); ve vztahu k Ampérovu zákonu ji nazýváme *Ampérova křivka*. Její infinitezimální element značíme $d\mathbf{s}$; leží v tečce ke křivce a je orientován souhlasně s ní. Integrál na levé straně nazýváme *cirkulací* vektoru \mathbf{B} . Proud I_c na pravé straně rovnice je součtem všech proudů obepnutých křivkou. (Uvažujeme všechny proudy, tedy *celkový* proud protékající plochou *libovolného* tvaru, která je ohraničená Ampérovou křivkou.)

Pro ilustraci použijeme nejprve Ampérův zákon v situaci na obr. 30.12. Jsou na něm znázorněny průřezy tří dlouhých přímých vodičů, jimiž protékají proudy I_1 , I_2 , a I_3 kolmo k rovině obrázku buď směrem k nám, nebo od nás. Zakreslená Ampérova křivka, ležící v rovině obrázku, obepíná dva z proudů, ale nikoliv třetí. Orientaci křivky pro integraci v rov. (30.16) zvolíme proti směru otáčení hodinových ručiček.

Abychom mohli použít Ampérova zákona, rozdělíme myšleně křivku (obr. 30.12) na infinitezimální elementy ds . V místě elementu ds je indukce výsledného magnetického pole, které je vytvořené třemi proudy, rovna \mathbf{B} . Protože vodiče jsou kolmé k rovině obrázku, budou jejich magnetická pole v místě elementu ds ležet v rovině obrázku. Proto také výsledná magnetická indukce \mathbf{B} v místě elementu ds musí ležet v této rovině. Na obr. 30.12 je vektor \mathbf{B} zakreslen v obecném směru svírajícím úhel θ se směrem ds .



Obr. 30.12 Ampérův zákon aplikovaný na (libovolně zvolenou) Ampérovu křivku, která obepíná dva dlouhé přímé vodiče, nikoli však vodič třetí. Všimněte si různých směrů proudů.

Skalární součin $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ na levé straně rov. (30.16) je roven $B \cos \theta ds$. Platí tedy

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \oint B \cos \theta ds.$$

Integrovaný výraz můžeme také chápat jako součin infinitezimální délky ds Ampérovu křivky se složkou $B \cos \theta$ magnetické indukce \mathbf{B} ve směru tečny k Ampérově křivce. Integrace potom vyjadřuje součet všech takových součinů podél celé křivky. Rov. (30.16) má pak tvar

$$\oint B \cos \theta ds = \mu_0 I_c. \quad (30.17)$$

Znaménko každého z proudů, které vytvářejí proud I_c obepnutý křivkou, určuje pravidlo pravé ruky:

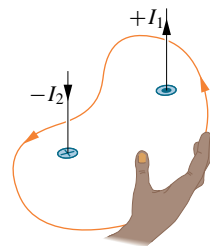
Ohněte prsty pravé ruky kolem Ampérovu křivky tak, aby ukazovaly ve směru její orientace. Potom proudu, který teče ve směru vztyčeného palce, přiřadíme kladné znaménko a proudu tekoucímu opačně znaménko záporné.

Pravidlo pravé ruky použijeme k určení celkového proudu I_c v situaci na obr. 30.13. Při zvolené orientaci na křivce (proti směru otáčení hodinových ručiček) je celkový proud obepnutý smyčkou

$$I_c = I_1 - I_2.$$

(Proud I_3 není obepnut křivkou). Rov. (30.17) můžeme proto přepsat do tvaru

$$\oint B \cos \theta ds = \mu_0 (I_1 - I_2). \quad (30.18)$$



Obr. 30.13 Ampérův zákon a pravidlo pravé ruky pro určení znaménka proudů obepnutých Ampérovou křivkou. Situace odpovídá obr. 30.12.

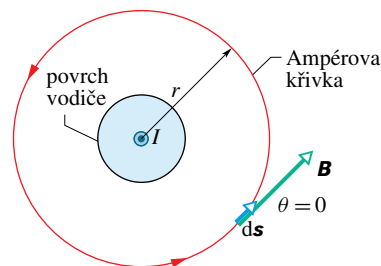
Proud I_3 sice také přispívá k magnetické indukci \mathbf{B} , ale nevystupuje na pravé straně rov. (30.18). Lze totiž dokázat, že příspěvek takového proudu, který není obepnut Ampérovou křivkou, k cirkulaci \mathbf{B} (tj. ke křivkovému integrálu na pravé straně rov. (30.16)), je vždy nulový. (Je to situace příbuzná situaci z Gaussova zákona, když náboj ležel vně Gaussovy plochy.) K cirkulaci \mathbf{B} přispívají tedy pouze proudy obepnuté Ampérovou křivkou.

Integrál v rov. (30.18) by byl v situaci znázorněné na obr. 30.12 dosti složitý, výsledek integrace však známe: integrál musí být roven hodnotě $\mu_0(I_1 - I_2)$, která je dána součtem všech proudů obepnutých křivkou.

Nyní použijeme Ampérova zákona pro dvě situace, ve kterých nám symetrie úlohy umožňuje jednoduše vypočítat integrál v rov. (30.16), resp. (30.17) a z něj určit indukci magnetického pole.

Magnetické pole vně dlouhého přímého vodiče

Na obr. 30.14 je znázorněn dlouhý přímý vodič kolmý k rovině obrázku protékáný proudem I směrem k nám. Podle rov. (30.6) má magnetická indukce \mathbf{B} pole vytvořené proudem stejnou velikost ve všech bodech, které jsou ve stejné vzdálenosti od vodiče a indukční čáry mají tvar soustředných kružnic se středem ve vodiči. Jinými slovy,



Obr. 30.14 Použití Ampérova zákona k určení magnetického pole kolem dlouhého přímého vodiče, kterým teče proud I . Ampérovu křivku má tvar kružnice se středem uprostřed vodiče (a s poloměrem větším, než je poloměr vodiče).

magnetické pole \mathbf{B} má válcovou symetrii kolem vodiče. Této symetrie můžeme využít ke zjednodušení integrálu v Ampérově zákoně (rov. (30.16)) tak, že obklopíme vodič soustřednou kruhovou Ampérovou křivkou o poloměru r . Magnetická indukce \mathbf{B} má potom stejnou velikost B v každém bodě křivky. Chceme-li provést integraci v rov. (30.16), nemusíme předem znát směr vektoru \mathbf{B} . Můžeme například předpokládat, že \mathbf{B} má směr souhlasný se zvolenou orientací uzavřené křivky. Tato orientace určuje znaménka proudů na pravé straně rov. (30.16) v souladu s pravidlem pravé ruky. Jestliže při výpočtu \mathbf{B} vyjde kladná hodnota, zvolili jsme směr vektoru \mathbf{B} správně. Vyjde-li záporná, má \mathbf{B} směr opačný, než jsme zvolili.

Poněvadž \mathbf{B} a $d\mathbf{s}$ mají stejný směr, je integrál v rovnici (30.17) roven

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \oint B \cos 0 ds = B \oint ds = B(2\pi r).$$

Připomeňme, že $\oint ds$ v tomto vztahu znamená součet všech infinitezimálních délkových elementů ds podél kružnice. To dává obvod $2\pi r$ kružnice.

Pravidlo pravé ruky přiřazuje kladné znaménko proudu na obr. 30.14, takže pravá strana Ampérova zákona bude rovna $+\mu_0 I$. Proto dostaneme

$$B(2\pi r) = \mu_0 I$$

a odtud

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \quad (30.19)$$

To je stejný výraz jako rov. (30.6), kterou jsme odvodili již dříve (se značně větší námahou) s použitím Bio-tova-Savartova zákona. Jelikož rov. (30.19) dává kladnou hodnotu B , je směr vektoru indukce \mathbf{B} orientován tak, jak ukazuje obr. 30.14.

Magnetické pole uvnitř dlouhého přímého vodiče

Na obr. 30.15 je průřez dlouhým přímým vodičem o poloměru R , kterým protéká v průřezu homogenně rozložený elektrický proud I směrem k nám. Protože se jedná o homogenní rozložení proudu, bude také jím vytvořené magnetické pole válcově symetrické. Chceme-li tedy určit magnetické pole v bodech uvnitř vodiče, můžeme znovu s výhodou využít jako Ampérovy křivky kružnici o poloměru $r < R$, jak je ukázáno na obr. 30.15. Ze symetrie úlohy dále plyne, že směr vektoru indukce \mathbf{B} je tečný ke křivce. Levou stranu Ampérova zákona můžeme proto psát ve tvaru

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \oint ds = B(2\pi r). \quad (30.20)$$

Abychom určili pravou stranu Ampérova zákona, musíme uvážit, že v důsledku homogenního rozložení elektrického proudu (hustota proudu \mathbf{J} je konstantní) bude proud I_c úměrný ploše ohraničené Ampérovou křivkou, tedy

$$I_c = I \frac{\pi r^2}{\pi R^2}. \quad (30.21)$$

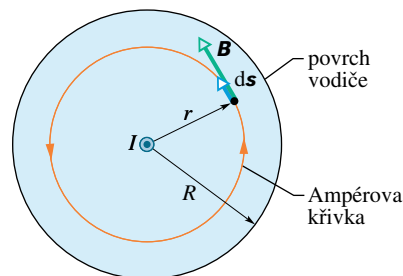
Podle pravidla pravé ruky má I_c kladné znaménko. Z Ampérova zákona tedy plyne

$$B(2\pi r) = \mu_0 I \frac{\pi r^2}{\pi R^2},$$

a odtud

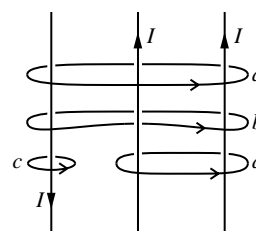
$$B = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} \right) r. \quad (30.22)$$

Velikost magnetické indukce B uvnitř vodiče protékaného proudem rozloženým homogenně v jeho průřezu je tedy přímo úměrná vzdálenosti r od jeho osy. Je nulová v jeho středu a maximální na povrchu, kde $r = R$. Všimněte si, že rov. (30.19) pro magnetickou indukci vně vodiče a rov. (30.22) pro magnetickou indukci uvnitř vodiče dávají tutéž hodnotu pro $r = R$, tj. pro povrch vodiče.



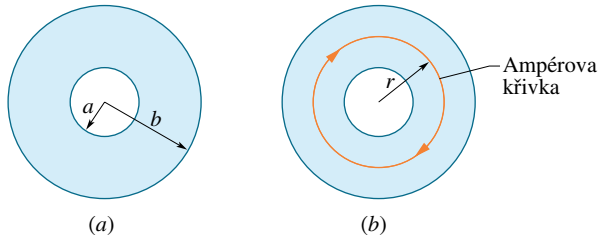
Obr. 30.15 Použití Ampérova zákona k určení magnetické indukce, kterou budí elektrický proud I uvnitř dlouhého přímého vodiče kruhového průřezu. Proud je homogenně rozložen v průřezu a směřuje k nám. Ampérová křivka se nachází uvnitř vodiče.

KONTROLA 3: Na obrázku jsou tři rovnoběžné vodiče se stejně velkými proudy I a čtyři Ampérovy křivky. Seřadte křivky sestupně podle velikosti $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ podél každé z nich.



PŘÍKLAD 30.4

Na obr. 30.16a je nakreslen příčný průřez dlouhého dutého vodivého válce s vnitřním, resp. vnějším poloměrem $a = 2,0$ cm, resp. $b = 4,0$ cm. Válcem protéká proud kolmo k obrázku, směrem k nám, s proudovou hustotou danou vztahem $J = cr^2$, kde $c = 3,0 \cdot 10^6$ A·m⁻⁴ a r je vyjádřeno v metrech. Určete magnetickou indukci \mathbf{B} v bodě, který se nachází ve vzdálenosti 3,0 cm od podélné osy válce.



Obr. 30.16 Příklad 30.4. (a) Průřez vodivým válcem s vnitřním poloměrem a a vnějším poloměrem b . (b) Ampérova křivka o poloměru r pro výpočet magnetického pole ve vzdálenosti r od osy válce.

ŘEŠENÍ: Protože rozložení proudu (a proto i magnetické pole) má válcovou symetrii vzhledem k podélné ose válce, můžeme použít Ampérova zákona k určení magnetické indukce \mathbf{B} . Protože chceme určit indukci ve vzdálenosti 3,0 cm od osy, zvolíme za Ampérovu křivku kružnici o tomto poloměru, se středem v ose válce (obr. 30.16b).

Do Ampérova zákona je třeba dále dosadit pravou stranu, tj. I_c , což je elektrický proud obepnutý Ampérovou křivkou. Nemůžeme předpokládat přímou úměrnost mezi velikostí proudu a obsahem plochy, kterou proud protéká, jak tomu bylo v případě rov. (30.21), neboť proud není v průřezu vodiče rozložen homogenně. Místo toho budeme postupovat jako v př. 27.2b a budeme integrovat proudovou hustotu od vnitřního poloměru válce a až po poloměr křivky r :

$$\begin{aligned} I_c &= \int J \, dS = \int_a^r cr^2 (2\pi r \, dr) = \\ &= 2\pi c \int_a^r r^3 \, dr = 2\pi c \left[\frac{r^4}{4} \right]_a^r = \\ &= \frac{\pi c (r^4 - a^4)}{2}. \end{aligned}$$

Protože Ampérova křivka je na obr. 30.16b orientována ve směru otáčení hodinových ručiček, přiřadíme proudu, který teče k nám, záporné znaménko.

Výpočet levé strany Ampérova zákona (30.16) s přihlédnutím k obr. 30.15 vede opět k hodnotě $B(2\pi r)$. Tím dostáváme

$$B(2\pi r) = -\frac{\mu_0 \pi c}{2} (r^4 - a^4).$$

Po dosazení číselných hodnot dostaneme

$$\begin{aligned} B &= -\frac{\mu_0 c}{4r} (r^4 - a^4) = \\ &= -\frac{(4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1})(3,0 \cdot 10^6 \text{ A} \cdot \text{m}^{-4})}{4(0,030 \text{ m})} \cdot \\ &\quad \cdot ((0,030 \text{ m})^4 - (0,020 \text{ m})^4) = \\ &= -2,0 \cdot 10^{-5} \text{ T}. \end{aligned}$$

Magnetická indukce \mathbf{B} má tedy velikost

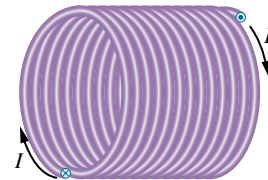
$$B = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ T} \quad (\text{Odpověď})$$

a má směr proti nám zvolené orientaci křivky (obr. 30.16b).

30.4 SOLENOID A TOROID

Magnetické pole solenoidu

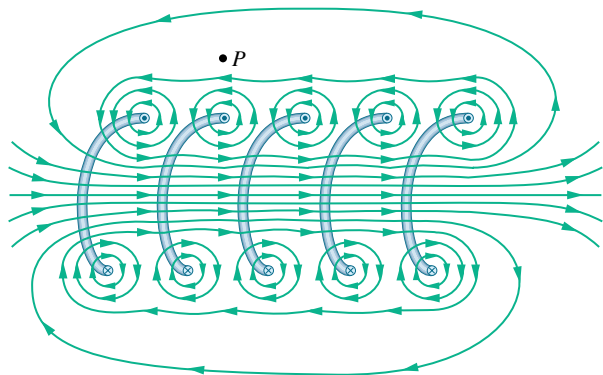
Nyní prostudujeme jinou situaci, ve které lze s výhodou použít Ampérův zákon. Jde o magnetické pole vytvořené proudem v dlouhé, hustě vinuté cívce. Takovou cívku nazýváme **solenoid** (obr. 30.17). Budeme vždy předpokládat, že délka solenoidu je mnohem větší než jeho průměr, takže můžeme zanedbat rušivý vliv začátku či konce vinutí.



Obr. 30.17 Solenoid, kterým protéká proud I .

Na obr. 30.18 je znázorněna část takového solenoidu. Magnetické pole solenoidu je rovno superpozici polí vytvořených jednotlivými závitů. V bodech velmi blízkých k povrchu závitu má magnetické pole podobný průběh jako pole dlouhého přímého vodiče: indukční čáry kolem něho jsou tvarem velmi blízké soustředným kružnicím. Na obr. 30.18 vidíme, že v prostoru mezi sousedními závitů se magnetická indukce značně zeslabí (v ideálním případě až do vymizení). Také je vidět, že v bodech uvnitř solenoidu dostatečně vzdálených od vinutí (vůči vzdálenosti jednotlivých závitů od sebe) je magnetické pole homogenní a jeho magnetická indukce \mathbf{B} je prakticky rovnoběžná s osou solenoidu; u *ideálního* solenoidu by toto platilo přesně.

V bodech mimo solenoid, např. v bodě P na obr. 30.18, je výsledné magnetické pole tvořeno jednak blízkými částmi závitů solenoidu (\mathbf{B} míří doleva, jak je ukázáno v těsné



Obr. 30.18 Indukční čáry magnetického pole znázorněné v řezu podél osy řídce vinutého solenoidu. Vidíme zde poloviny pěti závitů a magnetické indukční čáry kolem každého z nich. Poblíž osy solenoidu se pole jednotlivých závitů skládají ve výsledné magnetické pole, které má směr této osy. Husté rovnoběžné indukční čáry značí, že toto pole je silné a homogenní. Vně solenoidu jsou indukční čáry od sebe navzájem hodně vzdálené, což ukazuje, že magnetické pole je zde velmi slabé.

blízkosti bodu P , neboť proud v závitěch teče směrem k nám — je značen tečkou), jednak vzdálenějšími částmi závitů (\mathbf{B} míří doprava, neboť proud v závitěch teče směrem od nás — je značen křížkem). Oba příspěvky jsou orientovány proti sobě a v případě ideálního solenoidu se vyruší; magnetické pole v prostoru mimo solenoid je pak nulové. Tyto závěry platí pro reálný solenoid tím lépe, čím je délka solenoidu vůči jeho průměru větší a čím dále je zkoumaný bod P od okrajů solenoidu.

Orientace pole uvnitř solenoidu je určena pravidlem pravé ruky: uchopíme-li solenoid do pravé ruky tak, že prsty směřují ve směr proudu v závitěch, potom vztyčený palec ukazuje směr magnetického pole.

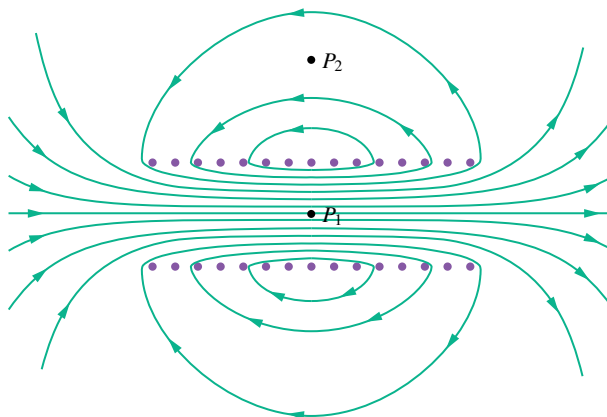
Na obr. 30.19 jsou indukční čáry reálného solenoidu. Jejich vzdálenost v centrální oblasti ukazuje na to, že pole uvnitř solenoidu je poměrně silné a homogenní v celém jeho průřezu. Pole vně solenoidu je však velmi slabé.

Pro výpočet velikosti B magnetické indukce použijme Ampérův zákon

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_c \quad (30.23)$$

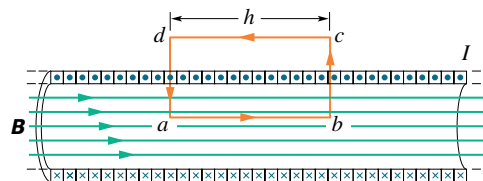
na pravoúhloú křivku $abcd$ nacházející se v ideálním solenoidu (obr. 30.20). Při odvozování předpokládáme, že pole \mathbf{B} uvnitř solenoidu je homogenní a vně solenoidu nulové. Integrál $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ lze rozdělit na součet čtyř integrálů, každý pro jeden ze čtyř úseků pravoúhloú křivky:

$$\begin{aligned} \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} &= \int_a^b \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} + \int_b^c \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} + \\ &+ \int_c^d \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} + \int_d^a \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}. \end{aligned} \quad (30.24)$$



Obr. 30.19 Indukční čáry znázorňující magnetické pole reálného solenoidu konečné délky. Pole je silné a homogenní uvnitř solenoidu (např. v bodě P_1), ale poměrně slabé vně solenoidu (např. bod P_2).

První integrál na pravé straně rov. (30.24) je roven Bh , kde B je velikost magnetické indukce \mathbf{B} uvnitř solenoidu a h je délka křivky od a do b . Druhý a čtvrtý integrál jsou rovny nule, protože pro každý délkový element těchto úseků je indukce \mathbf{B} buď kolmá k úseku, nebo nulová, takže skalární součin $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ je roven nule. Třetí integrál podél úsečky, která leží mimo solenoid, je nulový, neboť zde je $B = 0$ ve všech bodech mimo solenoid. Integrál $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ je tedy pro celou pravoúhloú křivku roven Bh .



Obr. 30.20 Ampérův zákon pro případ dlouhého ideálního solenoidu, kterým protéká elektrický proud I . Ampérova křivka má tvar obdélníka $abcd$.

Výsledný proud I_c uzavřený v pravoúhloú Ampérově křivce na obr. 30.20 není pouze I , neboť uvnitř cívky se nachází více než jeden závit. Označíme-li počet závitů na jednotku délky n , je

$$I_c = I(nh)$$

a z Ampérova zákona plyne

$$Bh = \mu_0 I_n h,$$

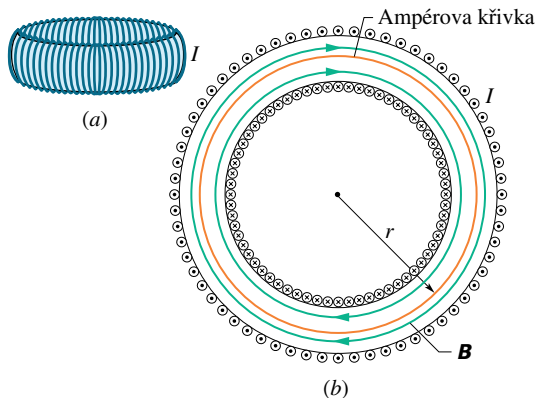
a tedy

$$B = \mu_0 I n \quad (\text{ideální solenoid}). \quad (30.25)$$

Dodejme, že v solenoidu konečné délky je pole poblíž konců slabší a rozbíhá se. I když jsme rov. (30.25) odvodili pro nekonečně dlouhý ideální solenoid, platí dosti dobře i pro reálný solenoid, zajímá-li nás magnetická indukce v bodech uvnitř solenoidu dostatečně daleko od jeho konců. Rov. (30.25) je v dobrém souladu s experimentálním faktem, že B nezávisí na průměru nebo délce solenoidu a že je konstantní v celém jeho průřezu. Solenoidem můžeme vytvořit homogenní magnetické pole podobně jako dvěma rovnoběžnými deskami kondenzátoru vytvoříme dostatečně homogenní pole elektrické.

Magnetické pole toroidu

Na obr. 30.21a je znázorněn **toroid**, který lze jednoduše charakterizovat jako solenoid stočený do tvaru prstence. Magnetickou indukci \mathbf{B} uvnitř toroidu můžeme opět určit pomocí Ampérova zákona a využitím symetrie úlohy.



Obr. 30.21 (a) Toroid, kterým protéká elektrický proud I . (b) Průřez toroidem. Magnetické pole uvnitř toroidu můžeme vypočítat pomocí Ampérova zákona.

Z tvaru toroidu můžeme právem usuzovat na to, že indukční čáry vektoru \mathbf{B} jsou soustředné kružnice uvnitř toroidu a mají směr zakreslený na obr. 30.21b. Vybereme si jednu takovou kruhovou indukční čáru o poloměru r jako Ampérovu křivku a projdeme ji ve směru otáčení hodinových ručiček. Ampérovův zákon (rov. (30.16)) nám potom dává

$$B(2\pi r) = \mu_0 I N,$$

kde I je proud tekoucí toroidem (má zde kladné znaménko) a N je celkový počet závitů. Odtud obdržíme

$$B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r} \quad (\text{uvnitř toroidu}). \quad (30.26)$$

Z tohoto vztahu vidíme, že na rozdíl od solenoidu není velikost magnetické indukce B konstantní v celém průřezu

toroidu. Pomocí Ampérova zákona lze snadno dokázat, že $B = 0$ pro všechny body ležící mimo *ideální* toroid.

Směr magnetické indukce uvnitř toroidu lze určit pomocí pravidla pravé ruky: uchopíme-li toroid tak, aby prsty pravé ruky směřovaly ve směru proudu v závitěch, pak vztyčený palec určuje směr magnetické indukce pole.

PŘÍKLAD 30.5

Solenoid má délku $L = 1,23$ m, vnitřní průměr $d = 3,55$ cm a protéká jím proud $I = 5,57$ A. Je těsně navinut v pěti vrstvách, z nichž každá má 850 závitů na délce L . Určete velikost magnetické indukce B v jeho středu.

ŘEŠENÍ: Z rov. (30.25) dostaneme

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 I n = (4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1})(5,57 \text{ A}) \frac{(5 \cdot 850)}{(1,23 \text{ m})} = \\ &= 2,42 \cdot 10^{-2} \text{ T} = 24,2 \text{ mT}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

Všimněte si, že rov. (30.25) platí i v případě, když má solenoid více než jednu vrstvu závitů, neboť B nezávisí na průměru závitů.

30.5 CÍVKA JAKO MAGNETICKÝ DIPÓL

Dosud jsme se zabývali magnetickým polem dlouhého přímého vodiče, solenoidu a toroidu. Nyní si všimneme podrobněji pole krátké cívky, kterou protéká elektrický proud. V čl. 29.9 jsme dospěli k závěru, že taková cívka se chová ve vnějším magnetickém poli \mathbf{B} jako magnetický dipól. Bude tedy na ni působit silový moment \mathbf{M} vyjádřený vztahem (29.35), tj.

$$\mathbf{M} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}, \quad (30.27)$$

kde $\boldsymbol{\mu}$ je magnetický dipólový moment cívky, jehož velikost je NIS (N je počet závitů, I je proud tekoucí každým závitem a S je plošný obsah každého závitů).

Připomeňme (čl. 29.9), že směr vektoru $\boldsymbol{\mu}$ je dán pravidlem pravé ruky: uchopíme-li cívku tak, že ohnuté prsty pravé ruky mají směr proudu v závitěch, pak vztyčený palec ukazuje směr dipólového momentu $\boldsymbol{\mu}$.

Magnetické pole cívky

Jaké magnetické pole vlastně vytváří cívka v bodech okolního prostoru? Taková úloha nemá dostatek symetrie, aby ji bylo možné vyřešit jen pomocí Ampérova zákona. Proto musíme vyjít ze zákona Biotova-Savartova, přičemž si úlohu co nejvíce zjednodušíme. Cívku nahradíme pouze jediným kruhovým závitem se středem v počátku souřadnic

a s osou splývající s osou z . Magnetickou indukci budeme počítat jen na ose závitů, tj. na ose z . Ukážeme, že velikost magnetické indukce je

$$B(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}, \quad (30.28)$$

kde R je poloměr závitů a z je souřadnice bodu, v němž počítáme indukci. Směr indukce \mathbf{B} je stejný jako směr momentu $\boldsymbol{\mu}$. Pro body značně vzdálené od cívky platí $z \gg R$ a předcházející rovnice získá tvar

$$B(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2z^3}.$$

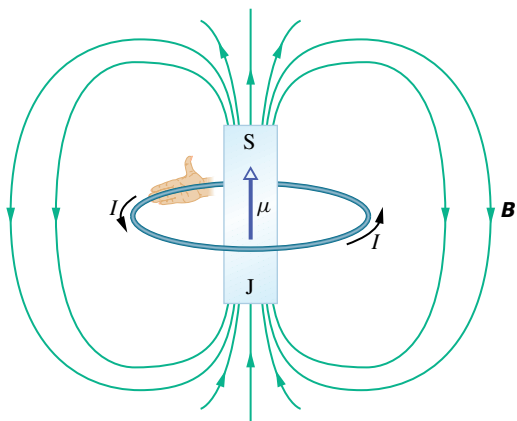
Po dosazení obsahu plochy závitů $S = \pi R^2$ a rozšíření výsledku pro cívku s N závitů můžeme tuto rovnici přepsat do tvaru

$$B(z) = \frac{\mu_0 N I S}{2\pi z^3}.$$

Protože \mathbf{B} a $\boldsymbol{\mu}$ mají stejný směr a $\boldsymbol{\mu} = N I S$, platí

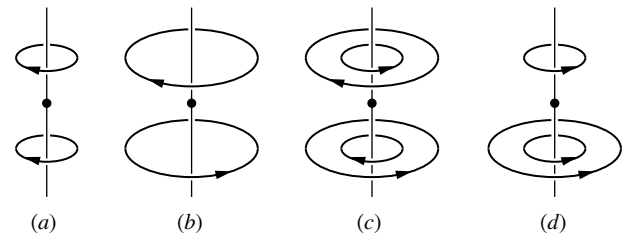
$$\mathbf{B}(z) = \frac{\mu_0 \boldsymbol{\mu}}{2\pi z^3} \quad (\text{pole na ose cívky}). \quad (30.29)$$

Máme tedy dva důvody, proč chápat cívku, kterou protéká elektrický proud, jako magnetický dipól: (1) vložíme-li ji do vnějšího magnetického pole, působí na ni moment sil; (2) cívka s proudem vytváří své vlastní magnetické pole, které je ve vzdálených bodech na ose cívky dáno rov. (30.29). Na obr. 30.22 je magnetické pole cívky protékané proudem; je podobné poli tyčového magnetu, kde jedno čelo cívky představuje severní pól (ve směru $\boldsymbol{\mu}$) a druhé pól jižní, jak je znázorněno zakreslením stínovačného tyčového magnetu na obrázku.



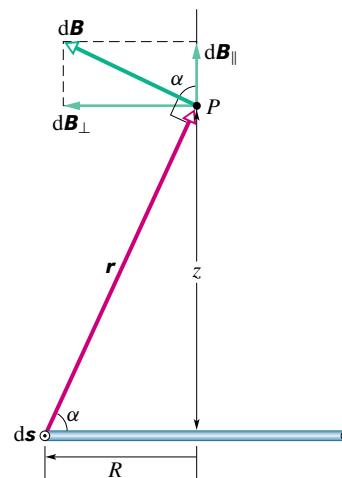
Obr. 30.22 Smyčka protékaná proudem vytváří magnetické pole velmi podobné poli (krátkého) tyčového magnetu. Magnetický dipólový moment $\boldsymbol{\mu}$ smyčky, daný pravidlem pravé ruky, míří od jižního pólu k pólu severnímu, ve směru vektoru magnetické indukce \mathbf{B} uvnitř smyčky.

KONTROLA 4: Na obrázku jsou čtyři skupiny kruhových smyček o poloměrech r a $2r$. Jejich středy leží na společných osách a protékají jimi stejné proudy v označených směrech. Seřadte sestupně tyto skupiny smyček podle velikosti výsledného magnetického pole v bodě označeném tečkou.



Odvození rov. (30.28)

Obr. 30.23 představuje boční pohled na kruhovou smyčku o poloměru R , kterou protéká elektrický proud I . Magnetickou indukci budeme počítat v bodě P na její ose ve vzdálenosti z od roviny smyčky. Vyjdeme z Biotova-Savartova zákona a vypočítáme magnetickou indukci $d\mathbf{B}$ vytvořenou v bodě P proudovým elementem na levé straně smyčky. Vektor $d\mathbf{s}$ tohoto elementu je kolmý k rovině obrázku a směřuje k nám. Vektory $d\mathbf{s}$ a \mathbf{r} jsou navzájem kolmé, rovina jimi tvořená je kolmá k rovině obrázku. Z Biotova-Savartova zákona (a pravidla pravé ruky) plyne, že magnetická indukce $d\mathbf{B}$ vytvořená v bodě P proudovým elementem $I d\mathbf{s}$ je kolmá k rovině tvořené vektory \mathbf{r} a $d\mathbf{s}$, a leží proto v rovině obrázku a je kolmá k vektoru \mathbf{r} .



Obr. 30.23 Smyčka protékaná proudem má poloměr R . Rovina smyčky je kolmá k rovině obrázku. K výpočtu magnetické indukce pole v bodě P na ose smyčky použijeme Biotova-Savartova zákona.

Rozložme nyní magnetickou indukci $d\mathbf{B}$ do průmětu $d\mathbf{B}_{\parallel}$ rovnoběžného s osou z a $d\mathbf{B}_{\perp}$ kolmého k ose z . Ze symetrie úlohy plyne, že vektorový součet všech průmětů $d\mathbf{B}_{\perp}$ je nulový. Zůstávají tedy pouze průměty $d\mathbf{B}_{\parallel}$ rovnoběžné s osou z , a proto můžeme psát

$$B = \int dB_{\parallel}.$$

Pro velikost magnetické indukce dB vzbuzené elementem vodiče $d\mathbf{s}$ protékaného proudem na obr. 30.23 dostáváme z Biotova-Savartova zákona (rov. (30.3)):

$$dB = \frac{\mu_0 I ds \sin 90^\circ}{4\pi r^2}.$$

Současně platí $dB_{\parallel} = dB \cos \alpha$. Z těchto dvou vztahů dostáváme

$$dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 I \cos \alpha ds}{4\pi r^2}. \quad (30.30)$$

Z obr. 30.23 plyne, že veličiny r a α nejsou navzájem nezávislé. Obě vyjádříme pomocí proměnné z , tj. pomocí vzdálenosti bodu P od středu smyčky:

$$r = \sqrt{R^2 + z^2} \quad (30.31)$$

a

$$\cos \alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + z^2}}. \quad (30.32)$$

Dosažením rov. (30.31) a (30.32) do rov. (30.30) dostaneme

$$dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 I R}{4\pi(R^2 + z^2)^{3/2}} ds.$$

Všimněte si, že veličiny I , R a z mají tytéž hodnoty pro všechny elementy ds po celém obvodu smyčky. Integroujeme-li tedy tuto rovnici, lze je vytknout před integrál a stačí vypočítat pouze velmi jednoduchý integrál $\int ds$, který je roven obvodu kruhové smyčky $2\pi R$. Tedy

$$B = \int dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 I R}{4\pi(R^2 + z^2)^{3/2}} \int ds$$

a odtud

$$B(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}},$$

což je rov. (30.28), kterou jsme chtěli odvodit.

PŘEHLED & SHRNU TÍ

Biotův-Savartův zákon

Magnetické pole vodiče, kterým protéká elektrický proud, můžeme určit pomocí Biotova-Savartova zákona. Podle tohoto zákona je magnetická indukce $d\mathbf{B}$ vytvořená proudovým elementem $I d\mathbf{s}$ ve vzdálenosti r od tohoto elementu dána vztahem

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{4\pi r^3} \quad (\text{Biotův-Savartův zákon}). \quad (30.5)$$

Zde \mathbf{r} je vektor, který směřuje od elementu $I d\mathbf{s}$ do bodu, v němž určujeme magnetickou indukci. Veličina μ_0 je permeabilita vakua: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1} \doteq 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$.

Magnetické pole dlouhého přímého vodiče

Velikost magnetické indukce pole přímého dlouhého vodiče ve vzdálenosti R od něj je

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad (\text{dlouhý přímý vodič}). \quad (30.6)$$

Magnetické pole vodiče ve tvaru kruhového oblouku

Velikost magnetické indukce ve středu kruhového oblouku vodiče se středovým úhlem φ_0 a poloměrem R , kterým protéká elektrický proud I , je

$$B = \frac{\mu_0 I \varphi_0}{4\pi R} \quad (\text{ve středu kruhového oblouku}). \quad (30.11)$$

Síla mezi dvěma rovnoběžnými vodiči protékanými proudem

Ravnoběžné vodiče protékané souhlasně orientovanými proudy se navzájem přitahují. Mají-li proudy opačnou orientaci, vodiče se odpuzují. Velikost síly, která působí na jednotku délky L každého z vodičů, je

$$F_{ab} = F_{ba} = I_b L B_a \sin 90^\circ = \frac{\mu_0 L I_a I_b}{2\pi d}, \quad (30.14)$$

kde d je vzdálenost obou vodičů, I_a a I_b jsou proudy tekoucí vodiči a a b .

Ampérův zákon

Vztah mezi elektrickým proudem a magnetickou indukcí vyjadřuje vedle Biotova-Savartova zákona také *Ampérův zákon*:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_c \quad (\text{Ampérův zákon}). \quad (30.16)$$

Křivkový integrál počítáme podél uzavřené orientované křivky, která se nazývá *Ampérova křivka*. Proud I_c je celkový elektrický proud, obepnutý křivkou (to znamená celkový proud, který prochází libovolnou plochou, mající za hranici tuto uzavřenou křivku).

Magnetické pole solenoidu a toroidu

Uvnitř *solenoidu* (dlouhé hustě vinuté cívký), kterým protéká elektrický proud I , je v bodech vzdálených od konců solenoidu velikost magnetické indukce rovna

$$B = \mu_0 I n \quad (\text{ideální solenoid}), \quad (30.25)$$

kde n je počet závitů připadající na jednotku délky solenoidu. Uvnitř *toroidu* s N závitů je velikost magnetické indukce B rovna

$$B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r} \quad (\text{toroid}), \quad (30.26)$$

kde r je vzdálenost mezi středem toroidu a bodem, v němž indukci určujeme. Vně toroidu je $B = 0$.

Pole magnetického dipólu

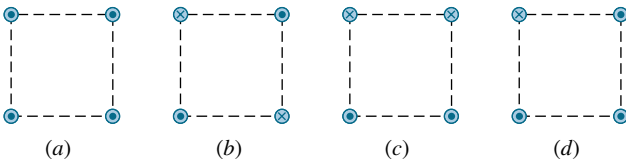
Cívka, kterou protéká elektrický proud, tvoří *magnetický dipól*. V bodě P ležícím na ose cívky je magnetická indukce

$$\mathbf{B}(z) = \frac{\mu_0 \boldsymbol{\mu}}{2\pi z^3}, \quad (30.29)$$

kde $\boldsymbol{\mu}$ je dipólový moment cívky a z je souřadnice bodu P na ose cívky (závitu).

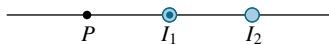
OTÁZKY

1. Na obr. 30.24 jsou 4 různá uspořádání dlouhých přímých vodičů kolmých k rovině obrázku, jimiž protékají stejně velké, ale různě orientované elektrické proudy. Vodiče procházejí vrcholy stejně velkých čtverců. Seřadte tato uspořádání sestupně podle velikosti výsledné magnetické indukce ve středu každého ze čtverců.



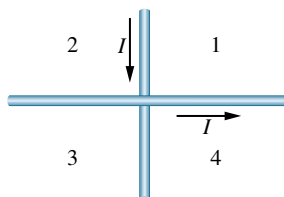
Obr. 30.24 Otázka 1

2. Na obr. 30.25 je průřez dvěma dlouhými přímými vodiči; vodičem na levé straně obrázku protéká proud I_1 kolmo k obrázku směrem k nám. Jestliže víte, že výsledná magnetická indukce vytvořená oběma proudy je v bodě P rovna nule, odpovězte na otázky: (a) Teče proud I_2 v pravém vodiči směrem k nám, nebo od nás? (b) Je proud I_2 větší než I_1 , nebo je mu roven?



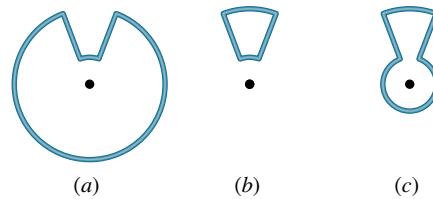
Obr. 30.25 Otázka 2

3. Na obr. 30.26 jsou dva dlouhé přímé vodiče, které se těsně kolmo mýjejí, aniž se dotýkají. Ve kterém kvadrantu existují body, v nichž je výsledná magnetická indukce rovna nule?

Obr. 30.26
Otázka 3

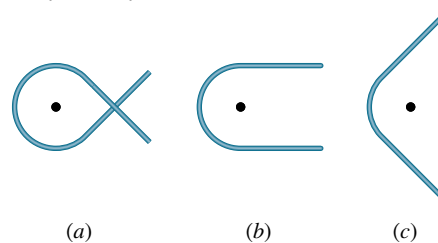
4. Na obr. 30.27 jsou tři smyčky, z nichž každá se skládá ze dvou soustředných kruhových oblouků o poloměrech r a R (kde $R > r$) a dvou radiálních úsečků. Každou ze smyček protéká stejný

elektrický proud a středový úhel vymezený přímými radiálními částmi vodiče je stejný. Seřadte obvody sestupně podle velikosti výsledné magnetické indukce ve středech oblouků vyznačených na obrázku.



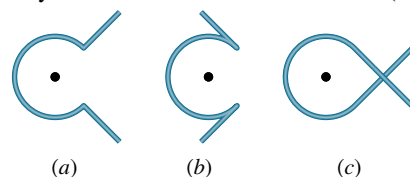
Obr. 30.27 Otázka 4

5. Na obr. 30.28 jsou tři části různých elektrických obvodů, z nichž každá se skládá z vodiče zakřiveného do tvaru kruhového oblouku (všechny mají stejný poloměr) a dvou dlouhých přímých úseků, které mají směr tečny k oblouku. Vodiče se kříží bez dotyku. Každou z těchto částí protéká stejný elektrický proud. Seřadte úseky sestupně podle velikosti magnetické indukce ve vyznačených bodech (středech oblouků).



Obr. 30.28 Otázka 5

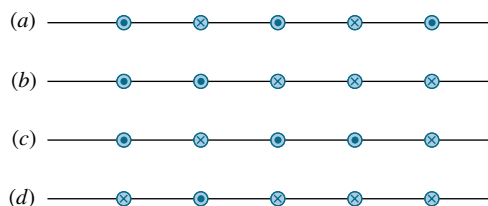
6. Na obr. 30.29 jsou tři úseky různých elektrických obvodů, z nichž každý se skládá z kruhového oblouku (všechny mají



Obr. 30.29 Otázka 6

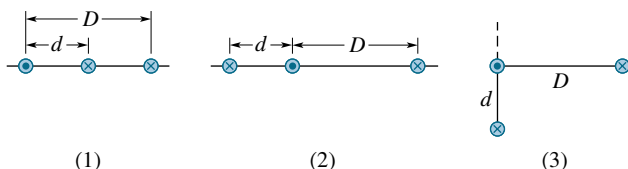
stejný poloměr a středový úhel) a ze dvou dlouhých přímých částí. Přímé části mají v případě úseku a radiální směr a v případě úseků b a c tečný směr; vodiče se kříží bez dotyku. Ve všech třech případech protéká vodiči stejný proud. Seřadte úseky sestupně podle velikosti výsledné magnetické indukce ve středu každého oblouku.

7. Na obr. 30.30 jsou čtyři konfigurace dlouhých přímých vodičů kolmých k rovině obrázku a umístěných stejně daleko od sebe. Vodiči protéká stejný elektrický proud buď směrem k nám, nebo od nás. Seřadte sestupně tyto konfigurace podle velikosti výsledné síly, kterou působí na prostřední vodič ostatní vodiče.



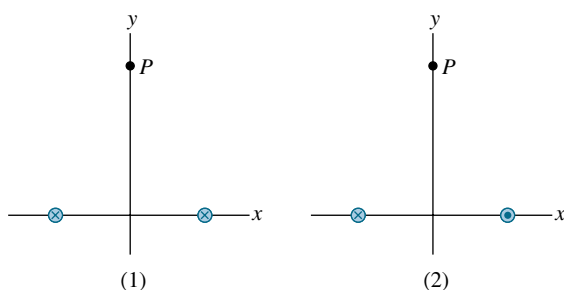
Obr. 30.30 Otázka 7

8. Na obr. 30.31 jsou tři konfigurace dlouhých přímých vodičů kolmých k rovině obrázku, kterými protéká stejný elektrický proud buď směrem k nám, nebo od nás. (a) Seřadte sestupně jednotlivé konfigurace podle velikosti celkové síly, kterou působí ostatní vodiče na ten vodič, jímž teče proud směrem k nám. (b) Jaký je v případě (3) úhel mezi čárkovanou polopřímku a celkovou silou, kterou působí ostatní vodiče na vodič s proudem, tekoucím směrem k nám — je větší, roven, nebo menší než 45° ?



Obr. 30.31 Otázka 8

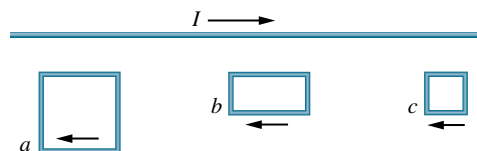
9. Na obr. 30.32 jsou dvě konfigurace dlouhých přímých vodičů kolmých k rovině obrázku, kterými protéká stejný elektrický proud buď směrem od nás, nebo k nám. Oba vodiče jsou stejně vzdáleny od osy y . (a) Pro každou z konfigurací určete směr výsledné magnetické indukce v bodě P . (b) Pro každou konfiguraci dále určete směr síly, kterou by působily oba vodiče na



Obr. 30.32 Otázka 9

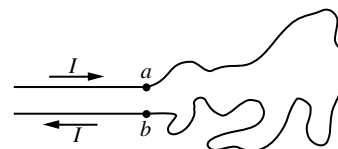
rovnoběžný vodič procházející bodem P a protékáný stejným proudem směrem od nás.

10. Na obr. 30.33 je dlouhý přímý vodič, kterým protéká elektrický proud I směrem doprava. Vedle něho se nacházejí tři vodivé pravouhlé smyčky, kterými protéká stejně velký elektrický proud v naznačeném směru. Délky stran smyček jsou buď L , nebo $2L$ a všechny strany smyček přilehlé k vodiči mají od něho stejnou vzdálenost. Seřadte sestupně smyčky podle velikosti celkové síly, kterou na ně působí magnetické pole přímého vodiče.



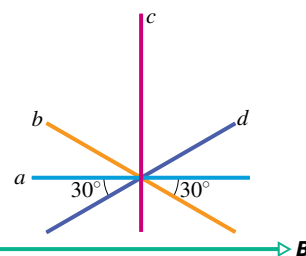
Obr. 30.33 Otázka 10

11. Na obr. 30.34 je vodivá smyčka nepravidelného tvaru položená na hladkém stole tak, že její body a a b jsou ke stolu připevněny. Začne-li smyčkou protékat elektrický proud, změní se její tvar. Bude se smyčka vypínat do tvaru oblouku, nebo se bude stahovat dovnitř?



Obr. 30.34 Otázka 11

12. Na obr. 30.35 je znázorněno homogenní magnetické pole o indukci \mathbf{B} a čtyři přímé úseky stejné délky. Seřadte je sestupně podle velikosti integrálu $\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ podél úseků.

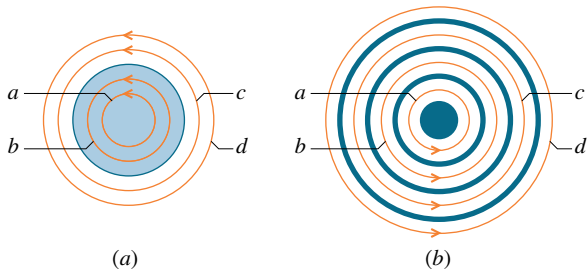


Obr. 30.35 Otázka 12

13. Na obr. 30.36a jsou čtyři Ampérové křivky a , b , c a d . Válcovým vodičem protéká elektrický proud kolmo k obrázku směrem k nám. Proudová hustota má stejnou velikost i směr v celém kruhovém průřezu vodiče. Seřadte tyto křivky sestupně podle velikosti integrálu $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ podél každé z nich.

14. Na obr. 30.36b jsou čtyři Ampérové křivky — kružnice a , b , c , d a čtyři dlouhé válcové vodiče. Vodič s nejmenším poloměrem má kruhový průřez a zbývající vodiče jsou duté válce (křivky i vodiče jsou soustředné). Elektrické proudy tekoucí vodiči kolmo k rovině obrázku mají (od nejmenšího poloměru

po největší hodnoty: 4 A (k nám), 9 A (od nás), 5 A (k nám) a 3 A (od nás). Seřadte křivky sestupně podle velikosti integrálu $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ podél každé z nich.



Obr. 30.36 Otázky 13 a 14

15. Na obr. 30.37 jsou čtyři přímé rovnoběžné vodiče protékány stejnými elektrickými proudy I a pět orientovaných Ampérových křivek obepínajících vodiče. Seřadte tyto křivky sestupně podle velikosti integrálu $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$.

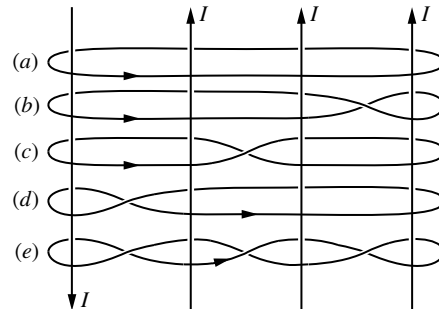
16. Následující tabulka uvádí pro šest ideálních solenoidů o různých poloměrech počet závitů na jednotku délky n a proud I jimi tekoucí. Chceme několik z nich soustředně zasunout do sebe tak, aby výsledná magnetická indukce na společné podélné ose byla nulová. Je to možné udělat pomocí (a) dvou, (b) tří, (c) čtyř

a (d) pěti z nich? Které solenoidy byste použili? Určete směry příslušných proudů.

Solenoid	1	2	3	4	5	6
n	5	4	3	2	10	8
I	5	3	7	6	2	3

17. Polohový vektor částice pohybující se po kružnici o poloměru r je \mathbf{r} . Určete hodnotu integrálu $\oint \mathbf{r} \cdot d\mathbf{s}$ podél této kružnice.

18. Vypočítejte hodnotu integrálu $\oint \mathbf{ds}$ podél obvodu (a) čtverce s délkou strany a a (b) rovnostranného trojúhelníka s délkou strany d .



Obr. 30.37 Otázka 15

CVIČENÍ & ÚLOHY

ODST. 30.1 Magnetické pole elektrického proudu

1C. Velikost magnetické indukce v bodě, který je vzdálen 88,0 cm od osy dlouhého přímého vodiče, je 7,30 μT . Jak velký elektrický proud protéká vodičem?

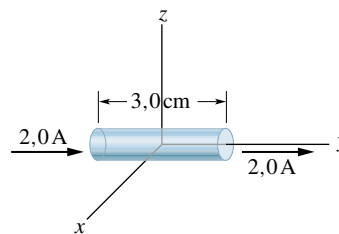
2C. Neizolovaný měděným vodičem (průměr 2,6 mm) může bez přehřátí procházet proud 50 A. Jaká je přitom magnetická indukce na povrchu vodiče?

3C. Zeměměřič určuje zeměpisnou polohu pomocí magnetické buzoly 6,0 m pod elektrickým vedením, kterým protéká stejnosměrný elektrický proud 100 A. (a) Jaká je magnetická indukce vytvořená tímto proudem v místě, kde se nachází buzola? (b) Bude toto vedení nějak ovlivňovat její údaje? Vodorovná složka indukce magnetického pole Země v místě, kde se nachází zeměměřič s buzolou, je 20 μT .

4C. Elektronové dělo v televizní obrazovce vystřeluje elektrony s kinetickou energií 25 keV v paprsku o průměru 0,22 mm. Za každou sekundu dopadne na obrazovku 5,6 $\cdot 10^{14}$ elektronů. Vypočítejte magnetickou indukci, kterou budí paprsek v místě vzdáleném 1,5 mm od své osy.

5C. Na obr. 30.38 je 3,0 cm dlouhý úsek vodiče, kterým protéká elektrický proud 2,0 A ve směru osy y . Úsek vodiče je umístěn tak, že se jeho střed nachází v počátku soustavy souřadnic. Určete magnetickou indukci \mathbf{B} v bodech (a) (0; 0; 5,0 m), (b) (0; 6,0 m; 0), (c) (7,0 m; 7,0 m; 0) a (d) (-3,0 m; -4,0 m; 0). Můžete k tomu použít Biotova-Savartova zákona ve tvaru $B = (\mu_0/4\pi)I\Delta s \sin \theta/r^2$, kam

dosadíte $\Delta s = 3,0$ cm (veličiny r a θ jsou v našem zadání prakticky konstantní pro celý úsek vodiče).



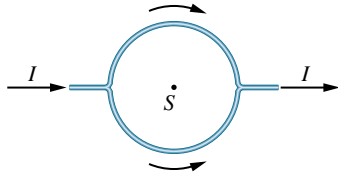
Obr. 30.38 Cvičení 5

6C. Dlouhý vodič, kterým protéká elektrický proud 100 A, se nachází ve vnějším homogenním magnetickém poli o indukci 5,0 mT a je k ní kolmý. Určete body, ve kterých je výsledná magnetická pole rovno nule.

7C. V laboratoři na Filipínách má indukce magnetického pole Země velikost 39 μT a směr vodorovně k severu. Ve vzdálenosti 8,0 cm nad dlouhým přímým vodorovným vodičem, kterým protéká elektrický proud I , je výsledná magnetická indukce nulová. Určete (a) velikost a (b) směr elektrického proudu I .

8C. Kladně nabitá částice s nábojem Q se nachází ve vzdálenosti d od dlouhého přímého vodiče, kterým protéká proud I . Částice se pohybuje rychlostí \mathbf{v} kolmo k vodiči. Určete směr a velikost magnetické síly působící na částici, pohybuje-li se (a) směrem k vodiči, (b) směrem od vodiče.

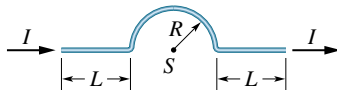
9C. Přímý vodič, kterým protéká proud I , se rozděluje na dva půlkruhové oblouky, jak je ukázáno na obr. 30.39. Určete magnetickou indukci ve středu S kruhové části vodiče.



Obr. 30.39 Cvičení 9

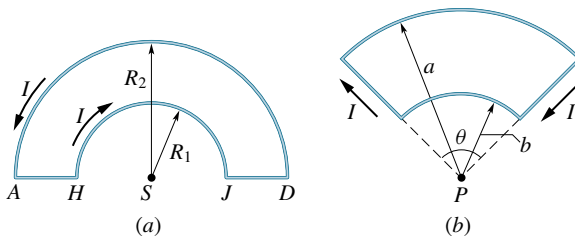
10C. Dlouhým přímým vodičem protéká proud 50 A. Elektron letí rychlostí $1,0 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ve vzdálenosti 5,0 cm od vodiče. Jaká síla na něj působí, letí-li (a) kolmo k vodiči, (b) rovnoběžně s vodičem a (c) kolmo k oběma předcházejícím směrům?

11Ú. Vodičem na obr. 30.40 protéká proud I . Určete v bodě S (středu půlkružnice) magnetickou indukci \mathbf{B} vyvolanou proudem protékajícím (a) v každém z přímých úseků vodiče délky L , (b) v půlkruhovém úseku vodiče o poloměru R , (c) v celém vodiči.



Obr. 30.40 Úloha 11

12Ú. Použijte Biotův-Savartův zákon k výpočtu magnetické indukce \mathbf{B} v bodě S , který je společným středem půlkruhových oblouků AD a HJ (obr. 30.41a). Oba oblouky jsou spojeny tak, že vytvářejí obvod $AHJDA$, kterým protéká proud I .

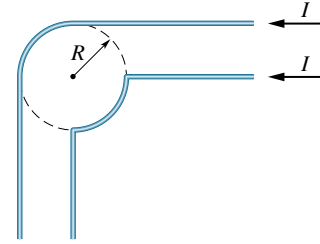


Obr. 30.41 Úlohy 12 a 13

13Ú. Na obr. 30.41b je elektrický obvod skládající se ze dvou kruhových oblouků o poloměrech a a b . Oba jsou propojeny radiálními přímými úseky. Určete magnetickou indukci \mathbf{B} v bodě P (středu oblouků), víte-li, že obvodem protéká proud I .

14Ú. Každým ze dvou nekonečně dlouhých vodičů protéká proud I . Geometrické uspořádání obou vodičů je znázorněno na obr. 30.42. Ukažte, že magnetická indukce ve středu kružnice o poloměru R je stejná jako magnetická indukce ve vzdálenosti R pod jediným nekonečně dlouhým přímým vodičem, jímž protéká proud I směrem doleva.

15Ú. Vlásačka protékající proudem I má tvar podle obr. 30.43. Určete směr a velikost magnetické indukce \mathbf{B} (a) v bodě A , (b) v bodě B . Úlohu řešte numericky pro $R = 5,0 \text{ mm}$ a pro



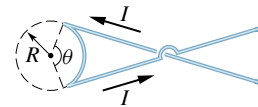
Obr. 30.42 Úloha 14

vzdálenosti AB mnohem větší než R (každý z obou přímkových úseků pokračuje do nekonečna).



Obr. 30.43 Úloha 15

16Ú. Vodič, kterým protéká proud I , má tvar podle obr. 30.44. Jaký musí být úhel θ , aby magnetická indukce B byla ve středu kružnice nulová?

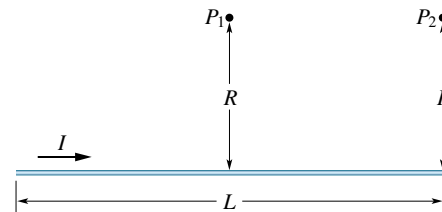


Obr. 30.44 Úloha 16

17Ú. Na obr. 30.45 je přímý vodič, kterým protéká proud I . Dokažte, že velikost magnetické indukce \mathbf{B} , kterou vytváří proud tekoucí úsekem vodiče o délce L v bodě P_1 ve vzdálenosti R od středu úseku, je

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4R^2}}.$$

Dokažte, že tento výraz přechází pro $L \rightarrow \infty$ v rov. (30.6).



Obr. 30.45 Úloha 17 a 18

18Ú. Na obr. 30.45 je úsek přímého vodiče délky L , kterým protéká proud I . Dokažte, že velikost magnetické indukce \mathbf{B} buzené úsekem v bodě P_2 ve vzdálenosti R od konce vodiče je

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \frac{L}{\sqrt{L^2 + R^2}}.$$

19Ú. Čtvercovou smyčkou s délkou strany a protéká proud I . S využitím výsledku úlohy 17 dokažte, že ve středu této smyčky

má magnetická indukce velikost

$$B = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi a}.$$

Určete její směr.

20Ú. S využitím výsledku úlohy 17 dokažte, že magnetická indukce ve středu obdélníkové smyčky o délce L a šířce d , kterou protéká proud I , je

$$B = \frac{2\mu_0 I}{\pi} \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{Ld}.$$

Ukažte, že pro $L \gg d$ přejde tento výraz do tvaru totožného s výsledkem př. 30.2.

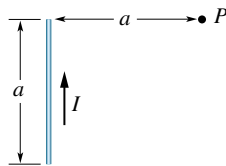
21Ú. Čtvercovou vodivou smyčkou o délce strany a protéká proud I . S využitím výsledku úlohy 17 dokažte, že velikost magnetické indukce v bodě ležícím na ose kolmé k rovině smyčky ve vzdálenosti x od jejího středu je

$$B(x) = \frac{4\mu_0 I a^2}{\pi(4x^2 + a^2)\sqrt{4x^2 + 2a^2}}.$$

Dokažte, že tento výsledek souhlasí s výsledkem úlohy 19.

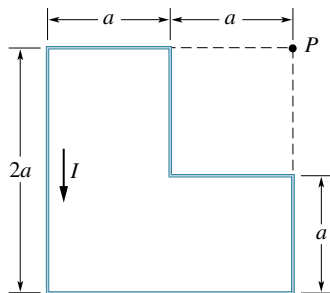
22Ú. Dva vodiče mají stejnou délku L . Jeden má tvar čtverce, druhý tvar kružnice a každým protéká stejný proud I . Dokažte, že magnetická indukce ve středu čtvercové smyčky je větší než ve středu smyčky kruhové (viz úloha 19).

23Ú. Na obr. 30.46 je úsek přímého vodiče délky a , kterým protéká proud I . Dokažte, že velikost magnetické indukce buzené úsekem v bodě P je $B = \sqrt{2}\mu_0 I / (8\pi a)$.



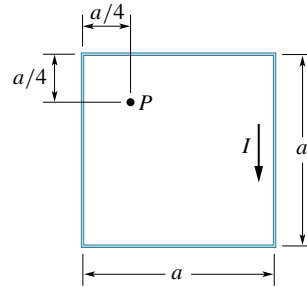
Obr. 30.46 Úloha 23

24Ú. Vypočtete magnetickou indukci B v bodě P na obr. 30.47 (viz úloha 23).



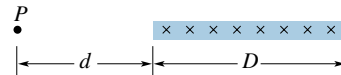
Obr. 30.47 Úloha 24

25Ú. Určete magnetickou indukci B v bodě P na obr. 30.48 pro $I = 10$ A a $a = 8,0$ cm (viz úlohy 18 a 23).



Obr. 30.48 Úloha 25

26Ú. Na obr. 30.49 je průřez dlouhého vodiče ve tvaru proužku o šířce D , kterým protéká stejnoměrně rozložený elektrický proud I kolmo k obrázku, směrem od nás. Určete velikost a směr magnetické indukce B v bodě P ležícím v rovině proužku ve vzdálenosti d od jeho hrany. (Tip: Představte si, že proužek je složený z mnoha dlouhých, infinitezimálně tenkých rovnoběžných vodičů.)



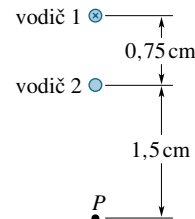
Obr. 30.49 Úloha 26

ODST. 30.2 Dva rovnoběžné vodiče

27C. Dva dlouhé rovnoběžné vodiče leží ve vzdálenosti 8,0 cm od sebe. Teče jimi stejný proud I . Jak velký musí být, aby magnetická indukce uprostřed mezi vodiči měla velikost $300 \mu\text{T}$? Směr proudů nechť je (a) souhlasný, (b) nesouhlasný.

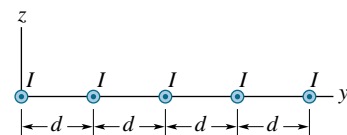
28C. Dvěma dlouhými rovnoběžnými vodiči ve vzdálenosti d protékají proudy I a $3I$ stejným směrem. Určete bod (nebo body), ve kterém se jejich magnetická pole navzájem vruší.

29C. Dva dlouhé přímé rovnoběžné vodiče vzdálené od sebe 0,75 cm leží kolmo k rovině obr. 30.50. Vodičem 1 protéká proud o velikosti 6,5 A směrem od nás. Jaký musí být proud (velikost a směr) ve vodiči 2, aby výsledné magnetické pole v bodě P bylo nulové?



Obr. 30.50 Cvičení 29

30C. Na obr. 30.51 leží pět dlouhých rovnoběžných vodičů v rovině xy . Každým z nich protéká proud $I = 3,00$ A

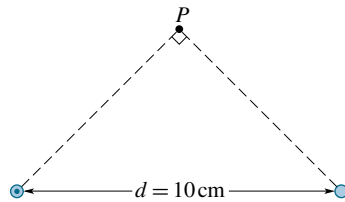


Obr. 30.51 Cvičení 30

v kladném směru osy x . Vzdálenost mezi sousedními vodiči je $d = 8,00$ cm. Určete magnetickou sílu, kterou působí ostatní vodiče na jeden metr délky každého z vodičů. Sílu vyjádřete ve vektorovém tvaru pomocí jednotkových vektorů $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$.

31C. Pro rovnoběžné vodiče z př. 30.2 dokažte, že rov. (30.15) platí i pro body vně celé konfigurace, tj. pro body se souřadnicí $x > d$ nebo $x < -d$.

32C. Každým ze dvou dlouhých rovnoběžných vodičů, vzdálených od sebe 10 cm, protéká proud 100 A. Oba vodiče leží kolmo k rovině obrázku a bod P je od obou stejně vzdálen (obr. 30.52). Určete směr a velikost magnetické indukce v bodě P , jestliže proud levým vodičem teče směrem k nám a proud pravým vodičem teče (a) směrem k nám a (b) směrem od nás.



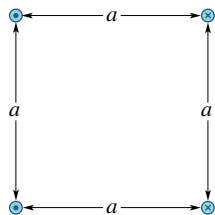
Obr. 30.52 Cvičení 32

33Ú. Předpokládejme, že oba proudy tekoucí vodiči na obrázku 30.10a mají stejný směr, k nám. Dokažte, že magnetická indukce v rovině určené oběma vodiči je

$$B_z(x) = \frac{\mu_0 I x}{\pi(x^2 - d^2)}.$$

Dosaďte hodnoty $I = 10$ A, $d = 2,0$ cm a vynesťe graficky závislost $B_z(x)$ v intervalu -2 cm $< x < 2$ cm. Průměr vodiče pokládejte za zanedbatelně malý.

34Ú. Čtyři dlouhé vodiče jsou navzájem rovnoběžné a procházejí vrcholy čtverce se stranami $a = 20$ cm kolmo k jeho rovině. Každým z vodičů protéká proud $I = 20$ A ve směru podle obr. 30.53. Určete velikost a směr magnetické indukce \mathbf{B} ve středu čtverce.



Obr. 30.53 Úlohy 34, 35 a 36

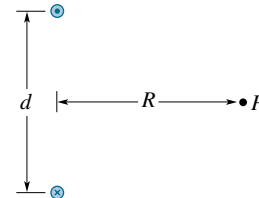
35Ú. Předpokládejme, že vodiči na obr. 30.53 nyní protékají proudy I o stejné velikosti a stejným směrem k nám. Určete směr a velikost magnetické síly působící na jednotku délky každého z vodičů.

36Ú. Určete velikost a směr magnetické síly působící na jednotku délky vodiče, který je umístěn na obr. 30.53 dole vlevo. Každým z vodičů protéká proud I v naznačeném směru.

37Ú. Každým ze dvou dlouhých přímých vodičů, umístěných ve vzdálenosti d od sebe, protéká proud I v opačném směru (obr. 30.54). (a) Dokažte, že velikost magnetické indukce v bodě P , který je stejně vzdálen od každého z vodičů, je dána vztahem

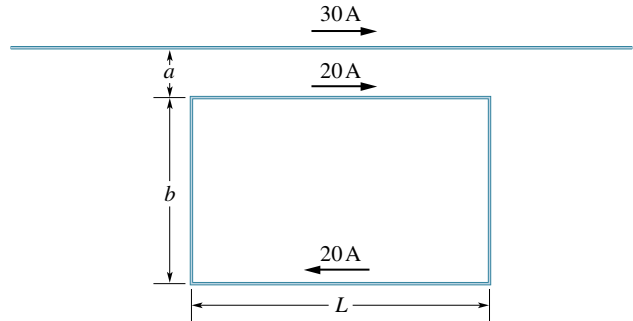
$$B = \frac{2\mu_0 I d}{\pi(4R^2 + d^2)}.$$

(b) Jaký směr má magnetická indukce \mathbf{B} v tomto bodě?



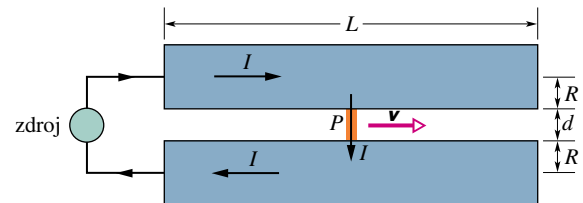
Obr. 30.54 Úloha 37

38Ú. Na obr. 30.55 protéká dlouhým přímým vodičem proud 30 A a obdélníkovou smyčkou proud 20 A. Vypočítejte výslednou sílu působící na smyčku. Dosaďte hodnoty $a = 1,0$ cm, $b = 8,0$ cm a $L = 30$ cm.



Obr. 30.55 Úloha 38

39Ú. Na obr. 30.56 je idealizované schéma principu elektromagnetického děla. Projektil je umístěn mezi dvěma širokými kolejnicemi s kruhovým průřezem. Elektrický proud protéká z jedné kolejnice přes vodivý projektil (pojistka není zakreslena)



Obr. 30.56 Úloha 39

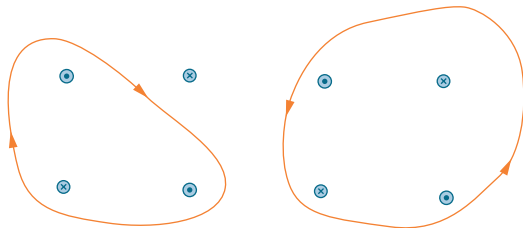
do druhé kolejnice a zpět do zdroje. (a) Nechť d je vzdálenost mezi kolejnicemi, R poloměr každé z nich a I proud, který jimi protéká. Dokažte, že síla působící na projektil má směr doprava podél kolejnic a její velikost je vyjádřena přibližným vztahem

$$F = \frac{I^2 \mu_0}{2\pi} \ln \frac{d + R}{R}.$$

(b) Projektil se začne pohybovat od levého konce děla až k jeho ústí. Určete velikost rychlosti v , kterou byl vystřelen. Dosaďte hodnoty $I = 450 \text{ kA}$, $d = 12 \text{ mm}$, $R = 6,7 \text{ cm}$, $L = 4,0 \text{ m}$ a hmotnost projektilu $m = 10 \text{ g}$.

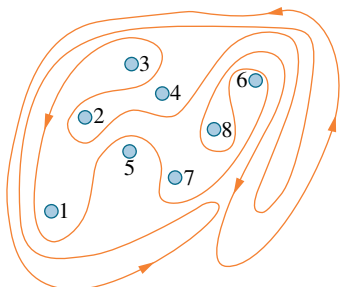
ODST. 30.3 Ampérův zákon

40C. Každým z osmi vodičů na obr. 30.57 protéká proud $2,0 \text{ A}$ kolmo k obrázku ve vyznačeném směru. Na obrázku jsou zakresleny dvě Ampérové křivky pro výpočet integrálu $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$. Jaká je jeho hodnota pro křivku (a) v levé, (b) v pravé části obrázku?



Obr. 30.57 Cvičení 40

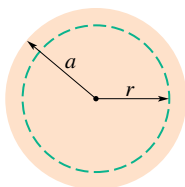
41C. Každý z osmi dlouhých přímých vodičů je kolmý k rovině obr. 30.58. Vodičem číslo k ($k = 1, 2, \dots, 8$) protéká proud kI . Lichými vodiči protéká proud směrem k nám, sudými naopak od nás. Určete integrál $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ po uzavřené křivce v naznačeném směru.



Obr. 30.58 Cvičení 41

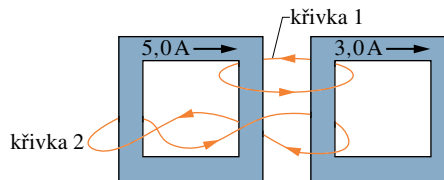
42C. Prostorem protéká elektrický proud v kladném směru osy z s konstantní proudovou hustotou $15 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$. Určete hodnotu integrálu $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ po lomené Ampérově křivce vedoucí po úsečkách od bodu $(4d, 0, 0)$ přes $(4d, 3d, 0)$ a $(0, 0, 0)$ zpět do $(4d, 0, 0)$, kde $d = 20 \text{ cm}$.

43C. Na obr. 30.59 je průřez dlouhým válcovým vodičem o poloměru a , kterým protéká homogenně rozložený proud I . Dosaďte hodnoty $a = 2,0 \text{ cm}$ a $I = 100 \text{ A}$ a nakreslete závislost $B(r)$ pro $0 < r < 6,0 \text{ cm}$.



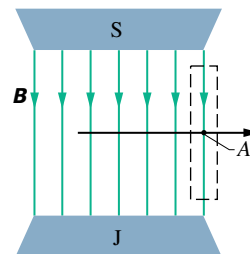
Obr. 30.59 Cvičení 43

44Ú. Dvěma vodivými smyčkami čtvercového tvaru protékají proudy $5,0 \text{ A}$ a $3,0 \text{ A}$, jak je ukázáno na obr. 30.60. Určete hodnotu integrálu $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ pro každou ze dvou uzavřených křivek, vyznačených na obrázku červenou barvou.



Obr. 30.60 Úloha 44

45Ú. Dokažte, že homogenní magnetické pole o indukci \mathbf{B} nemůže od bodu A klesnout ve směru šipky náhle k nule, jak by se zdálo z obr. 30.61. (Tip: Použijte Ampérův zákon pro případ pravouhlé křivky, naznačené na obrázku čárkovaně.) U reálných magnetů se vždy setkáme s rozptylem indukčních čar magnetického pole, což znamená, že magnetická indukce \mathbf{B} klesá k nule postupně. Opravte indukční čáry zakreslené na obrázku, aby byly reálnější.

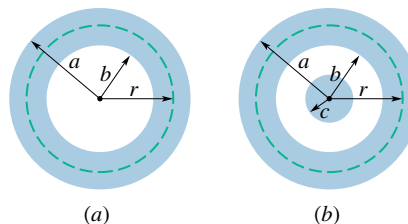


Obr. 30.61 Úloha 45

46Ú. Na obr. 30.62a je průřez dutého válcového vodiče, jehož vnější, resp. vnitřní poloměry jsou a , resp. b . Vodičem protéká proud I homogenně rozložený v celém průřezu. (a) Dokažte, že závislost $B(r)$ pro $b < r < a$ má tvar

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi(a^2 - b^2)} \frac{r^2 - b^2}{r}.$$

(b) Dokažte, že pro $r = a$ dává tato rovnice velikost magnetické indukce vně dlouhého přímého vodiče, pro $r = b$ bude výsledná magnetická indukce rovna nule a pro $b = 0$ dostaneme vztah pro magnetickou indukci uvnitř plného vodiče. (c) Dosaďte hodnoty $a = 2,0 \text{ cm}$, $b = 1,8 \text{ cm}$ a $I = 100 \text{ A}$ a vyneste závislost $B(r)$ pro r v intervalu $0 < r < 6 \text{ cm}$.

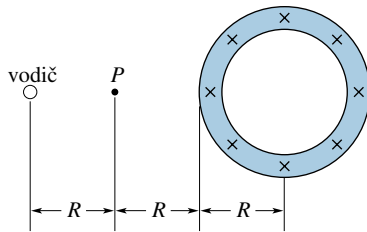


Obr. 30.62 Úlohy 46 a 47

47Ú. Na obr. 30.62b je řez dlouhým přímým koaxiálním kabelem. Každým z vodičů protéká co do velikosti stejný, ale co do směru opačný proud I homogenně rozložený v jejich průřezu. Odvoďte výraz pro závislost $B(r)$ v intervalech (a) $r < c$, (b) $c < r < b$, (c) $b < r < a$, (d) $r > a$. (e) Diskutujte výrazy s ohledem na všechny zvláštní případy, které mohou nastat. (f) Pro hodnoty $a = 2,0$ cm, $b = 1,8$ cm, $c = 0,40$ cm a $I = 120$ A vynesete závislost $B(r)$ pro r v intervalu $0 < r < 3$ cm.

48Ú. Hustota elektrického proudu uvnitř dlouhého válcového vodiče o poloměru a má směr jeho osy a její velikost klesá se vzdáleností r od osy podle vztahu $J = J_0 r/a$. Určete magnetickou indukci $B(r)$ uvnitř vodiče.

49Ú. Dlouhou přímou trubicí s kruhovým průřezem o vnějším poloměru R protéká homogenně rozložený proud I ve směru od nás (obr. 30.63). Dlouhý přímý vodič zanedbatelného průřezu je rovnoběžný s osou trubice; vzdálenost mezi vodičem a osou trubice je $3R$. Určete, jakou velikost a směr musí mít elektrický proud tekoucí vodičem, aby výsledná magnetická indukce v bodě P měla stejnou velikost, ale opačný směr, než má magnetická indukce ve středu trubice.



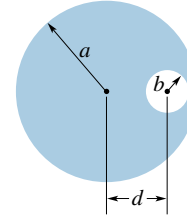
Obr. 30.63 Úloha 49

50Ú. Na obr. 30.64 je průřez dlouhým přímým vodičem válcového tvaru o poloměru a s válcovou dutinou o poloměru b . Osy válce a dutiny jsou rovnoběžné a jejich vzdálenost je d . Proud I je ve vodiči rozložen homogenně v celém barevně vyznačeném průřezu. (a) Na základě principu superpozice dokažte, že magnetická indukce ve středu dutiny má velikost

$$B = \frac{\mu_0 I d}{2\pi(a^2 - b^2)}.$$

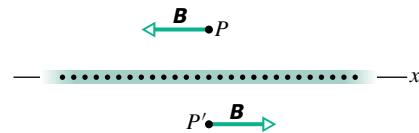
(b) Diskutujte dva zvláštní případy, kdy $b = 0$ nebo $d = 0$. (c) Pomocí Ampérova zákona dokažte, že magnetické pole v dutině je homogenní. (Tip: Představte si dutinu jako vodič, kterým proudí dva co do velikosti sobě rovné, ale co do směru opačné proudy, které se navzájem ruší. Předpokládejte, že každý z těchto proudů má stejnou hustotu, jako je hustota proudu ve vodiči mimo dutinu. Potom sečtěte magnetické indukce obou plných válců o poloměrech a a b ; proud v každém válci má stejnou proudovou hustotu.)

51Ú. Na obr. 30.65 je průřez nekonečné vodivé desky, kterou protéká proud kolmo k obrázku směrem k nám (proud připadající na jednotku délky ve směru osy x je λ). (a) Využijte symetrie úlohy a pomocí Biotova-Savartova zákona dokažte,



Obr. 30.64 Úloha 50

že pro všechny body P nad deskou a všechny body P' pod ní je magnetická indukce \mathbf{B} rovnoběžná s rovinou desky a má směr podle obrázku. (b) Využitím Ampérova zákona dokažte, že $B = \frac{1}{2}\mu_0\lambda$ pro všechny body P a P' .



Obr. 30.65 Úloha 51

52Ú*. Magnetická indukce v určité oblasti prostoru je dána vztahem $\mathbf{B} = (3,0\mathbf{i} + 8,0(x^2/d^2)\mathbf{j})$ mT, kde d je konstanta s rozměrem délky a x i d jsou vyjádřeny v metrech. Víme, že toto pole je způsobeno elektrickým proudem. (a) Vypočítejte integrál $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ po lomené Ampérově křivce vedoucí po úsečkách z bodu $(0, 0, 0)$ přes $(d, 0, 0)$, $(d, d, 0)$ a $(0, d, 0)$ zpět do $(0, 0, 0)$. (b) Dosadte hodnotu $d = 0,50$ m do výrazu pro indukci \mathbf{B} a pomocí Ampérova zákona vypočítejte velikost elektrického proudu tekoucího ve směru kolmém ke čtverci o délce strany 0,5 m. Čtverec leží v prvním kvadrantu roviny xy a má jeden z vrcholů v počátku soustavy souřadnic. (c) Teče tento proud ve směru jednotkového vektoru $+\mathbf{k}$, nebo $-\mathbf{k}$?

ODST. 30.4 Solenoid a toroid

53C. Solenoid s 200 závitů má délku 25 cm, průměr 1,0 cm a protéká jím proud 0,30 A. Vypočítejte velikost magnetické indukce \mathbf{B} v dutině solenoidu.

54C. Solenoid dlouhý 95,0 cm má poloměr 2,00 cm a jeho 1 200 závitů protéká proud 3,60 A. Určete velikost magnetické indukce \mathbf{B} v dutině solenoidu.

55C. Solenoidem o délce 1,30 m a průměru 2,60 cm protéká proud 18,0 A. Magnetická indukce uvnitř tohoto solenoidu je 23,0 mT. Vypočítejte délku vodiče, z něhož je solenoid navinut.

56C. Toroid byl vytvořen stočením solenoidu (s 500 čtvercovými závitů o délce strany 5 cm) do prstence s vnitřním průměrem 50 cm. Určete magnetickou indukci uvnitř toroidu v bodech (a) těsně nad vnitřním poloměrem, (b) těsně pod vnějším poloměrem (je větší o 5,00 cm), jestliže jím protéká proud 0,800 A.

57C. Dokažte, že v případě, kdy tloušťka toroidu je velmi malá ve srovnání s jeho poloměrem (velmi tenký toroid), přechází rov. (30.26) pro magnetickou indukci uvnitř toroidu na rov. (30.25) pro magnetickou indukci uvnitř solenoidu. Objasněte, proč se tento výsledek dá očekávat.

58Ú. Považujte ideální solenoid za tenký válec, po jehož plášti krouží kolem jeho osy proud o velikosti λ na jednotku délky osy. Dokažte, že velikost magnetické indukce uvnitř takového solenoidu je vyjádřena vztahem $B = \mu_0\lambda$. To je zároveň velikost změny indukce \mathbf{B} při přechodu z vnitřku solenoidu ven přes jeho stěnu (vně ideálního solenoidu je magnetická indukce nulová). Ukažte, že se stejnou změnou indukce se setkáte při průchodu skrz nekonečně velkou desku protékanou proudem podle obr. 30.65. Překvapila vás ta shoda?

59Ú. V čl. 30.4 jsme odvodili, že velikost magnetické indukce uvnitř toroidu závisí na vzdálenosti r od jeho osy (obr. 30.21) vztahem

$$B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r}.$$

Dokažte, že při přechodu přes vnější plášť toroidu bude velikost změny indukce \mathbf{B} rovna právě $\mu_0\lambda$, nezávisle na r . (Délková hustota λ elektrického proudu má též význam jako v úloze 58.) Srovnajte tento výsledek s tím, který jsme získali v úloze 58. Není ta shoda překvapující?

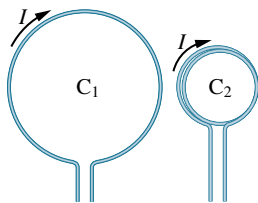
60Ú. Dlouhým solenoidem s hustotou 10,0 závitů na centimetr a poloměrem 7,00 cm protéká proud 20,0 mA. Přímým vodičem ležícím v ose solenoidu protéká proud 6,00 A. (a) V jaké vzdálenosti od osy bude svírat vektor výsledné magnetické indukce úhel 45° s osou vodiče? (b) Jaká je v tomto místě velikost magnetické indukce?

61Ú. Dlouhým solenoidem s hustotou 100 závitů na centimetr protéká proud I . Elektron se pohybuje uvnitř solenoidu po kružnici o poloměru 2,30 cm kolmo na osu solenoidu. Rychlost elektronu je $0,0460c$ (c je rychlost světla). Určete velikost elektrického proudu tekoucího solenoidem.

ODST. 30.5 Cívka jako magnetický dipól

62C. Jaký je magnetický dipólový moment μ solenoidu popsaného ve cvič. 53?

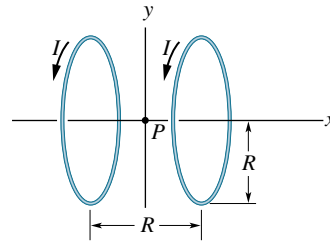
63C. Na obr. 30.66 je vodič, kterým protéká proud I . Vodič je jednou stočen do tvaru kruhové smyčky C_1 (cívka s jedním závitkem), podruhé tvoří cívku C_2 se dvěma závitky o polovičním poloměru, než má smyčka C_1 . (a) Vypočítejte poměr B_2/B_1 , jsou-li B_1 a B_2 velikosti magnetické indukce ve středech obou cívek. (b) Jaký je poměr dipólových momentů μ_2/μ_1 obou cívek?



Obr. 30.66 Cvičení 63

64C. Na obr. 30.67 jsou Helmholtzovy cívky. Skládají se ze dvou kruhových sousých cívek, z nichž každá má N závitů a poloměr R . Obě cívky jsou ve vzdálenosti R od sebe a každou z nich

protéká proud I v téže směru. Určete velikost celkové magnetické indukce v bodě P ležícím na ose cívek uprostřed mezi nimi.

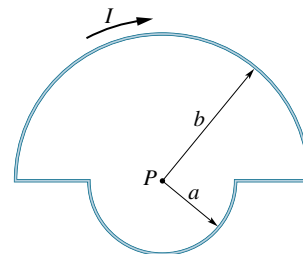


Obr. 30.67 Cvičení 64 a úlohy 68 a 72

65C. Student si vyrobil elektromagnet navinutím 300 závitů vodiče kolem dřevěného válce o průměru $d = 5,0$ cm. Cívka je připojena k baterii, která jí dodává elektrický proud 4,0 A. (a) Určete velikost magnetického momentu cívky. (b) V jaké vzdálenosti $z \gg d$ na ose cívky bude mít magnetická indukce tohoto dipólu velikost $5,0 \mu\text{T}$ (což je přibližně desetina velikosti magnetické indukce zemského pole)?

66C. Velikost $B(x)$ magnetické indukce v bodech na ose čtvercové proudové smyčky o straně a byla vypočtena v úloze 21. (a) Ukažte, že magnetické pole této smyčky je na její ose pro $x \gg a$ stejné jako pro magnetický dipól (rov. (30.29)). (b) Jaká je velikost magnetického dipólu této smyčky?

67Ú. Smyčka má tvar podle obr. 30.68 a protéká jí elektrický proud I . (a) Určete magnetickou indukci \mathbf{B} v bodě P . (b) Určete magnetický dipólový moment smyčky.

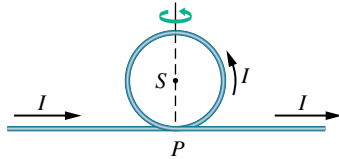


Obr. 30.68 Úloha 67

68Ú. Dvěma cívkami (obr. 30.67), z nichž každá má 300 závitů a poloměr R , protéká elektrický proud I . Cívky jsou ve vzdálenosti R . Vyneste závislost velikosti magnetické indukce $B(x)$ na vzdálenosti x od bodu P na společné ose pro $-R \leq x \leq R$. Zvolte $R = 5,0$ cm a $I = 50$ A. (Cívky takové konstrukce vytvářejí homogenní magnetické pole v okolí bodu P .) (Tip: Vyděte z rov. (30.28).)

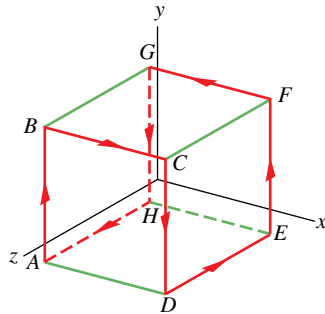
69Ú. Kruhovou smyčkou o poloměru 12 cm protéká proud 15 A. Cívkou s ní soustřednou o poloměru 0,82 cm s 50 závitky protéká proud 1,3 A. (a) Jakou magnetickou indukci \mathbf{B} vytváří samotná smyčka ve svém středu? (b) Jaký moment síly působí na cívku? Předpokládejte, že roviny smyčky i závitů cívky jsou rovnoběžné a že magnetické pole smyčky je přibližně homogenní v celém objemu cívky.

70Ú. (a) Dlouhý izolovaný vodič je stočen podle obr. 30.69. Poloměr kruhové části je R . Určete velikost a směr magnetické indukce \mathbf{B} ve středu S kruhové části, protéká-li vodičem elektrický proud I v naznačeném směru. (b) Předpokládejte, že kruhová část vodiče se otočí kolem čárkovaně vyznačeného průměru do polohy, ve které je rovina kruhu kolmá na přímkovou část vodiče. Magnetický dipólový moment příslušný kruhové části (smyčce) vodiče má nyní stejný směr jako proud, který teče v přímé části vodiče. Určete v tomto případě magnetickou indukci \mathbf{B} v bodě S .



Obr. 30.69
Úloha 70

71Ú. Obvod, kterým protéká elektrický proud 6,0 A, je tvořen uzavřenou smyčkou $ABCDEFGH$ zahrnující 8 z 12 hran krychle (délka jedné hrany je 10 cm, obr. 30.70). (a) Obvod můžeme nahradit třemi následujícími smyčkami ve tvaru čtverce: $BCFG$, $ABGH$ a $CDEF$. Proč? (Tip: Zakreslete proudy, které jimi tekou.) (b) Využijte toho k určení magnetického dipólového momentu $\boldsymbol{\mu}$ (velikost i směr) původní smyčky $ABCDEFGH$. (c) Vypočítejte magnetickou indukci \mathbf{B} v bodech $P(x, y, z) = (0, 0; 5, 0; 0, 0)$ a $(5, 0; 0, 0; 0, 0)$. (Souřadnice jsou v metrech.)



Obr. 30.70
Úloha 71

72Ú. Předpokládejte, že u Helmholtzových cívek na obr. 30.67 není vzdálenost mezi cívkami konstantní, ale proměnná (např. s). (a) Ukažte, že první derivace magnetické indukce (dB/dx) je v bodě P rovna nule bez ohledu na hodnotu s . Jak to plyne ze symetrie úlohy? (b) Ukažte, že druhá derivace (d^2B/dx^2) bude v bodě P též rovna nule pro $s = R$.

PRO POČÍTAČ

73Ú. Kruhovým závitem o poloměru R teče proud I . V bodech na ose závitu je magnetická indukce \mathbf{B} s touto osou rovnoběžná a má podle rov. (30.28) velikost

$$B(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}},$$

kde z je vzdálenost od středu závitu. Solenoid můžeme modelovat velkým počtem kruhových závitů, které mají stejný poloměr, společnou osu a protéká jimi stejný elektrický proud. Předpokládejte, že solenoid má délku 25,0 cm, poloměr 1,00 cm a skládá se z N stejně od sebe vzdálených závitů. Každým z nich protéká proud 1,00 A. Pro (a) $N = 11$, (b) $N = 21$ a (c) $N = 51$ vypočítejte velikost magnetické indukce ve středu solenoidu sečtením indukci polí, vytvořených jednotlivými závitů. Pro každou hodnotu N srovnajte výsledek s hodnotou nalezenou použitím rov. (30.25), která platí pro dlouhý solenoid s velkým počtem těsně u sebe navinutých závitů.

74Ú. Užitím počítače lze ověřit Ampérův zákon pro situaci, ve které Ampérova křivka nesplývá s indukčními čarami magnetického pole. Předpokládejte, že střed čtverce se stranou a je umístěn do počátku soustavy souřadnic tak, že jeho strany jsou rovnoběžné s osami x a y . Dlouhý přímý vodič, kterým protéká elektrický proud I , je kolmý k rovině čtverce a protíná osu x v bodě o souřadnici x' . Určete integrál $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ numericky. Rozdělte stranu čtverce na N úseků o stejné délce Δs a pro každý takový úsek určete hodnotu výrazu $\mathbf{B} \cdot \mathbf{u} \Delta s$, kde \mathbf{B} je magnetická indukce pole ve středu úseku a \mathbf{u} je jednotkový vektor rovnoběžný s úsekem a se směrem souhlasným s orientací smyčky. Pro různé úseky může \mathbf{u} nabývat hodnot $i, j, -i$, nebo $-j$. Magnetická indukce v bodě se souřadnicemi x a y je vyjádřena vztahem

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I [-y\mathbf{i} + (x - x')\mathbf{j}]}{2\pi[(x - x')^2 + y^2]}.$$

Pro strany čtverce, které jsou rovnoběžné s osou x , položte $y = a/2$ nebo $-a/2$; pro strany, které jsou rovnoběžné s osou y položte $x = a/2$ nebo $-a/2$. Dosaďte délku strany čtverce $a = 1,00$ m, elektrický proud $I = 1,00$ A a pro každý následující případ vypočítejte součet přes všechny úseky pro každou stranu čtverce zvlášť. Sečtením potom získáte výsledek pro celý čtverec. Výsledek porovnejte s hodnotou $\mu_0 I_c$, kde I_c je proud tekoucí plochou čtverce. Hodnota $N = 50$ by měla dát výsledek na tři platné číslice. Počítejte pro (a) $x' = 0$ (vodič je ve středu čtverce), (b) $x' = 0,200$ m (vodič prochází vnitřkem čtverce bodem mimo jeho střed), (c) $x' = 0,400$ m (vodič prochází čtvercem blízko středu jeho strany) a (d) $x' = 0,600$ m (vodič je mimo čtverec).

75Ú. Dva dlouhé vodiče jsou rovnoběžné s osou z soustavy souřadnic. Rovinu xy protínají ve dvou bodech ležících na ose x : první vodič v bodě $x = a$ (protéká jím proud I_1 v kladném směru osy z) a druhý vodič v bodě $x = 0$ (protéká jím proud I_2 , který může měnit jak svou velikost, tak i směr). Elektrický proud pokládáme za kladný, teče-li v kladném směru osy z , a za záporný, teče-li opačně. (a) Napište vztah, který určuje výslednou magnetickou indukci \mathbf{B} na ose x pro $x > a$. (b) Přepište tento vztah pro $x = 2a$ po substituci $I_2 = bI_1$, kde b je proměnná. (c) Na základě tohoto nového vztahu vyneste závislost složky B_y indukce na b v intervalu $-3 \leq b \leq 3$.