

## Úvod do fyziky plazmatu

**Definice plazmatu** ([Ich1] S. Ichimaru, Statistical Plasma Physics, Vol I)

Plazma je jakýkoliv statistický systém, který obsahuje pohyblivé nabitě částice.

*Pozn. Statistický znamená makroskopický, tedy pro charakteristický rozměr  $L$  a hustotu volných nabitých částic  $n$  platí  $L \gg n^{-1/3}$ .*

*Pozn. Téměř každý makroskopický systém obsahuje nějaké množství pohyblivých nabitých částic, ale nemá smysl mluvit o plazmatu, pokud je jejich vliv na chování systému zanedbatelný.*

Jiná **Definice plazmatu** ([Chen] F.F. Chen, Úvod do fyziky plazmatu)

Plazma je **kvazineutrální** systém pohyblivých nabitých (a případně i neutrálních) částic, který vykazuje **kolektivní** chování.

*Pozn. Tato definice je užší. Nepovažuje za plazma systémy, které nejsou makroskopicky neutrální, tzv. „**neneutrální plazma**“ (např. svazky nabitých částic), které mohou vykazovat kolektivní chování.*

*Pozn. Tady jsou zmíněny 2 základní vlastnosti plazmatu.*

*Pozn. Kolektivní chování je tedy podstatné, nicméně nemusí dominovat. Kolektivní chování dominuje u **ideálního plazmatu**.*

## Vznik plazmatu – ionizační procesy

### 1. Ionizace kosmickým zářením

Např. **Ionosféra** – kolem Země od výšky cca 45 km do výšky cca 500 km je vrstva plazmatu, která vzniká v důsledku ionizace kosmickým zářením (jak elektromagnetickým, tak i korpuskulárním), jehož hlavním zdrojem je Slunce. Elektronová hustota je nejvyšší cca  $10^6 \text{ cm}^{-3}$  v horní F-vrstvě (nad 200 km), kde je elektronová teplota  $T_e \cong 1500 \text{ K}$ .

Pozn. V důsledku působení ionizujícího záření je ve všech látkách kolem nás určité množství pohyblivých nábojů. I v malé nadmořské výšce ve vzduchu v přírodě vzniká v  $1 \text{ cm}^3$  cca 10 volných elektronů a kladných iontů za 1s. Část elektronů se přilepí na molekuly a vznikají **záporné ionty**. Typicky je ve venkovním prostoru  $10^3$  kladných iontů v  $\text{cm}^3$  a poměr počtu kladných k počtu záporných iontů je cca 1.15.

Pokud dojde k ionizaci působením fotonu, jde o **fotoionizaci**. Kvantum záření musí mít energii větší než ionizační energie  $U_i$  ( $\hbar\omega > U_i > 3.9 \text{ eV}$ ). Multifotonová ionizace možná jen pro intenzity záření  $> 10^{11} \text{ W/cm}^2$ .

## 2. Ionizace v elektrickém poli (srážková)

Pokud k plynu přiložíme silné elektrické pole, přítomné volné elektrony jsou urychleny a když získají dostatečnou energii, může při srážce dojít k ionizaci odtržením orbitálních elektronů neutrálních částic. Elektrony uvolněné **srážkovou ionizací** (ionizací nárazem) jsou opět urychleny elektrickým polem a vytvářejí **ionizační lavinu**. Tak vzniká **elektrický výboj**.

Např. v doutnavém výboji při tlaku 1 Torr je elektronová hustota  $n_e = 10^9 - 10^{11} \text{ cm}^{-3}$  a elektronová teplota  $T_e \cong 10^4 \text{ K}$ .

## 3. Ionizace zahřátím

Místo působení elektrického pole lze látku ionizovat zvýšením teploty, tepelná energie elektronu je 1 eV při teplotě 11600 K. Vazebná energie vnějších elektronů v atomu/molekule je několik eV a tedy při teplotě  $10^4 - 10^5 \text{ K}$  je tepelná energie volných elektronů dostatečná pro srážkovou ionizaci. Pak je navíc i energie vyzařovaných fotonů dostatečná pro **fotoionizaci**. V termodynamické rovnováze je stupeň ionizace dán **ionizační rovnováhou**.

## Ionizační rovnováha - Sahova rovnice [jednotky SI]

$$\frac{n_i n_e}{n_n} = 2.4 \times 10^{21} T^{3/2} \exp\left(-\frac{U_i}{k_B T}\right) \quad (1)$$

Boltzmannova konstanta je  $k_B = R/N_A = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K} = 8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$ , a tedy  $k_B T = 1 \text{ eV}$  při teplotě  $T = 11600 \text{ K}$ , ionizační potenciál je například pro atom dusíku  $U_i = 14.5 \text{ eV}$  (15.58 pro molekulu  $\text{N}_2$ ), pro Ar je  $U_i = 15.76 \text{ eV}$

Za atmosférického tlaku je při teplotě  $0^\circ\text{C}$  hustota atomů v čistém argonu (Loschmidtovo číslo)  $n_0 = 2.6868 \times 10^{25} \text{ m}^{-3} = n_n + n_i \approx n_n$  a dle (1) rovnovážná ionizace je  $n_i/n_n = 2.9 \times 10^{-146}$ . I pro teplotu  $1 \text{ eV}$  je pro argon  $n_i/n_n \approx 0.004$ .

*Pozn. Teplota plazmatu je většinou vysoká, proto se obvykle udává v eV nebo v keV. Je to praktické i z hlediska porovnání teploty s ionizačními energiemi. Při vyšších teplotách bývá plazma ionizováno vícenásobně.*

## 4. Tlaková ionizace

Při vyšších hustotách může být poloměr orbitů valenčních elektronů  $\geq$  vzdálenosti atomů a pak může dojít ionizaci i za pokojové teploty.

U kovů při pokojové teplotě je hustota volných elektronů řádově  $10^{23} \text{ cm}^{-3}$ . Fermiho energie  $E_F$  elektronů je při takové hustotě

$$E_F = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2 m_e} \left( \frac{3 n_e}{\pi} \right)^{2/3} \cong 7.9 \text{ eV} \gg T_e, \quad (2)$$

a tedy elektronový plyn v kovech je degenerovaný. Poměr  $\Theta = T/E_F$  nazýváme **parametrem degenerace**. Pro degenerovaný elektronový plyn ( $\Theta \ll 1$ ) je  $E_F$  dobrým odhadem kinetické energie elektronu.

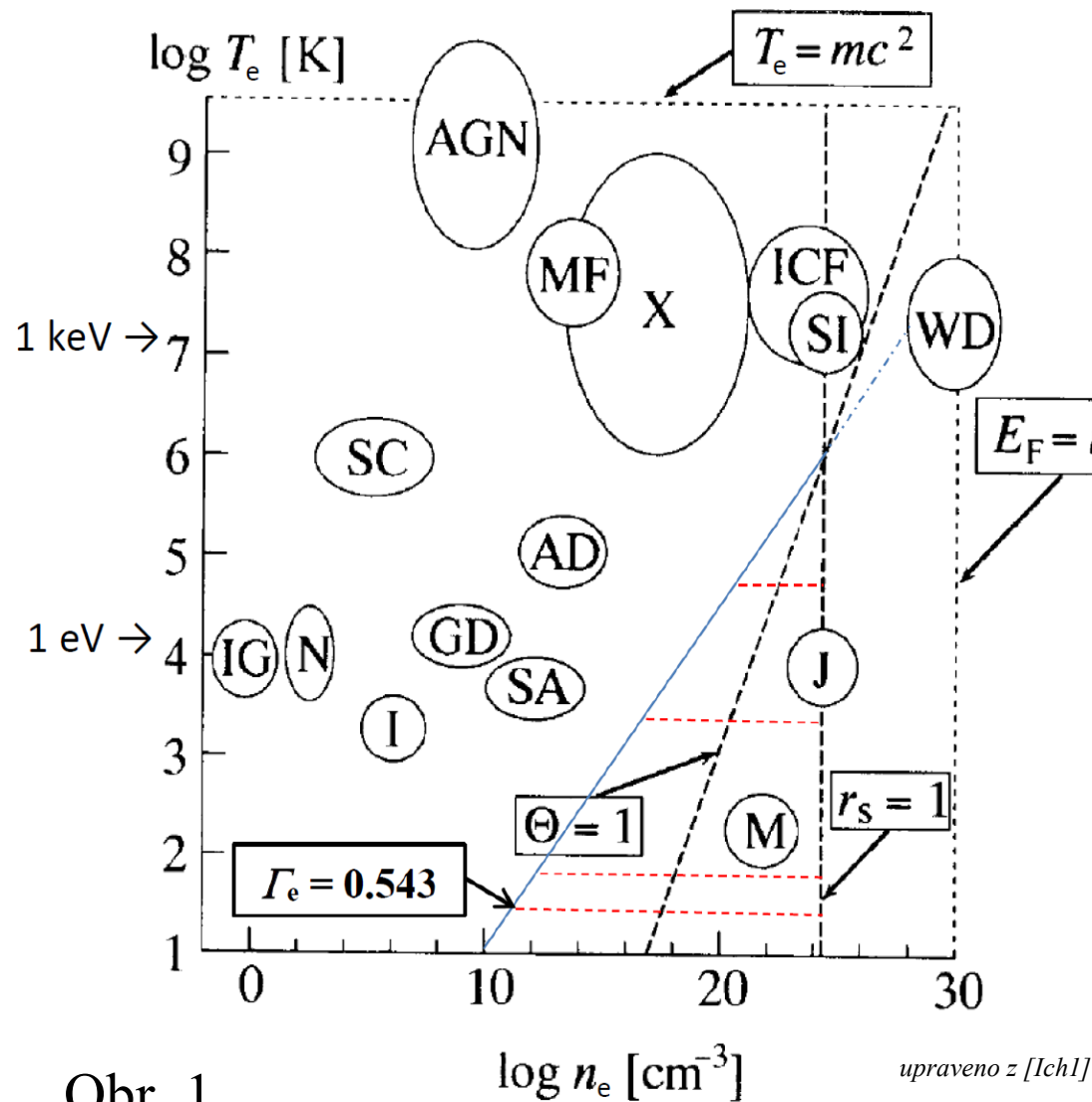
U polovodičů je hustota volných elektronů a děr podstatně nižší.

Typickým příkladem plazmatu vzniklého tlakovou ionizací je vnitřek vyhořelé hvězdy. Vnitřek takové hvězdy je stlačen na tak vysokou hustotu, že Fermiho energie elektronů  $\gg$  vazebná energie elektronů v atomu, a tudíž jsou všechny atomy úplně ionizovány.

**Přiblížení jednokomponentního plazmatu (OCP)** – systém jednoho druhu náboje uložený v homogenním pozadí neutralizujícího náboje

*Pozn. Vlastnosti elektronů a iontů mohou být podstatně odlišné, proto je někdy užitečné se soustředit na jeden druh náboje.*

# Typické elektronové hustoty a teploty některých typů plazmatu



Obr. 1

IG – mezihvězdný plyn  
 N – plynná mlhovina  
 I – ionosféra  
 GD – doutnavý výboj  
 SA – sluneční atmosféra  
 AD – obloukový výboj  
 SC – sluneční koróna  
 AGN – aktivní galaktické jádro  
 MF – magnetická fúze  
 X – rentgenová hvězda  
 ICF – inerciální fúze  
 SI – vnitřek slunce  
degenerované  
 M – kov, J - jádro Joviánské planety  
 WD – bílý trpaslík

$r_s$  - poměr střední vzdálenosti elektronů k Bohrovu poloměru  $a_B = 5.29 \times 10^{-9}$  cm

## Parametr vázanosti, slabě a silně vázané plazma

Parametr vázanosti pro OCP je poměr Coulombovské energie na střední vzdálenosti částic k jejich průměrné kinetické energii  $\max(3/2 k_B T, E_F)$ .

Střední vzdálenost  $R$  částic o hustotě  $n$  je

$$R = \left( \frac{3}{4\pi n} \right)^{1/3} . \quad (3)$$

Pro ionty se  $R_i$  obvykle nazývá poloměrem iontové sféry nebo také Wigner-Seitzovým poloměrem. Iontová sféra obsahuje všechny vázané a volné elektrony příslušející danému iontu  $\Rightarrow$  popis atomové fyziky hustého plazmatu

Pro degenerované elektrony je parametr vázanosti  $\Gamma_e$

$$\Gamma_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R_e E_F} = \frac{2^{7/3}}{3^{4/3} \pi^{2/3}} \left( \frac{3}{4\pi n_e} \right)^{1/3} \frac{m_e e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar^2} = 0.543 \frac{R_e}{a_B} = 0.543 r_S , \quad (4)$$

kde  $a_B$  je Bohrov poloměr. Střední vzdálenost elektronů se rovná Bohrovu poloměru pro hustotu  $n_e = 1.6 \times 10^{24} \text{ cm}^{-3}$ . Parametr vázanosti degenerovaných elektronů s hustotou klesá !!

Pro klasické plazma (částice s nábojem  $Ze$ ) je

$$\Gamma = \frac{(Ze)^2}{4\pi\epsilon_0 RT} = 0.0027 Z^2 \left( \frac{n}{10^{18} \text{ cm}^{-3}} \right)^{1/3} \left( \frac{10^6 \text{ K}}{T} \right), \quad (5)$$

a tedy parametr vázanosti roste s hustotou a klesá s teplotou. Pro elektrony a vodíkové ionty je  $\Gamma = 0.543$  na modré čáře na předchozím obrázku. Elektrony jsou tedy silně vázané jen v červeně šrafovaném trojúhelníku. Pokud jsou ionty fermiony, Fermiho energie je definovaná, ale velmi malá. Degeneraci iontů není třeba uvažovat. Vodíkové ionty jsou silně vázané všude pod modrou čarou.

Většinou se budeme věnovat klasickému slabě vázanému plazmatu. Zvláště pro mnohonásobně ionizované plazma je pravděpodobnější, že silně vázané budou ionty. Obvykle se proto jako míra vázanosti užívá **iontový parametr vázanosti  $\Gamma_i$** .

Ve slabě vázaném plazmatu je vzájemná potenciální energie částic malá ve srovnání s jejich kinetickou energií, a proto se jeho termodynamické vlastnosti blíží plynu a stavovou rovnici lze často aproximovat **stavovou rovnicí ideálního plynu**.



## Vlastnosti plazmatu

(doporučená literatura [Nich] D. R. Nicholson, *Introduction to Plasma Theory* kap.1, případně [Chen] kap.1)

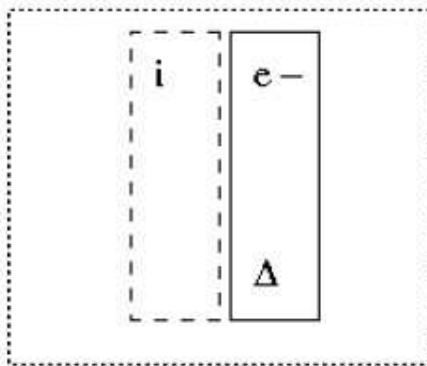
### Kvazineutralita

System je kvazineutralní, pokud v objemech srovnatelných s třetí mocninou jeho charakteristické rozměru  $L$  je jeho celkový náboj mnohem menší než celkové množství kladného náboje (a absolutní hodnota celkového záporného náboje).

*Pozn. Charakteristická délka  $L$  musí být mnohem větší než vzdálenost, na jakou se mohou vzdálit záporné náboje od kladných (obvykle elektrony od iontů).*

K oddělení nábojů opačného znaménka od sebe je zapotřebí určitá energie. Makroskopické oblaky nábojů se mohou oddělit jen na vzdálenost, kdy se jejich veškerá tepelná energie změní na potenciální.

Jednoduchý fyzikální model – jaká je maximální tloušťka  $\Delta$  nekonečné rovinné vrstvy elektronů, která se může posunout vůči nepohyblivým iontům o celou svou tloušťku? (předpokládáme klasickou statistiku)



Obr. 2 Posun vrstvy  $e$

Vzniká rovinný kondenzátor s plošnou hustotou náboje  $\sigma$  a uvnitř je elektrické pole  $E$

$$\sigma = -e n_e \Delta \quad E = -\sigma / \epsilon_0$$

Potenciální energie elektronu je rovna tepelné energii

$$U_{pot} = -F \Delta = e E \Delta = \frac{e^2 n_e \Delta^2}{\epsilon_0} = k_B T_e$$

Toto  $\Delta$  se nazývá **elektronová Debyova délka**  $\lambda_{De}$

$$\lambda_{De} = \Delta = \left( \frac{\epsilon_0 k_B T_e}{n_e e^2} \right)^{1/2} \quad (6)$$

Elektronová Debyova délka roste s odmocninou elektronové teploty  $T_e$  a klesá s odmocninou elektronové hustoty (koncentrace)  $n_e$ .

Plazma je tedy kvazineutrální na vzdálenostech, které jsou podstatně větší než Debyova délka, podmínkou kvazineutrálnosti je charakteristický rozměr  $L \gg \lambda_{De}$ .

## Debyeovo stínění

Statický náboj je v plazmatu stíněn, protože přitahuje opačné náboje a odpuzuje náboje stejného znaménka.

*Pozn. Debye (a Hückel) odvodili stínění v teorii elektrolytů (1923).*

Budeme předpokládat, že teplota elektronů  $T_e$  nemusí být obecně rovna teplotě iontů  $T_i$ . To se v plazmatu stává často, protože (*jak později ukážeme*) je přenos energie mezi elektrony a ionty velmi pomalý.

Na rozdíl od učebnic [*Chen, Nich*] připustíme, že plazma může být vícenásobně ionizovaná, označíme  $Z$  střední náboj iontů. Tedy náboj elektronu je  $q_e = -e$  a náboj iontu je  $q_i = Ze$ .

Elektrostatické pole kolem náboje  $q_T$  umístěného v počátku je dáno Poissonovou rovnicí

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} = \frac{e}{\varepsilon_0}(n_e - Zn_i) - \frac{q_T}{\varepsilon_0} \delta(\vec{r}) \quad (7)$$

Necht' v  $\infty$  (tam, kde  $\varphi = 0$ ) je hustota náboje  $\rho = 0$ . Tedy  $n_e = n_0 = Zn_i$ .

Abychom mohli použít Boltzmannovu statistiku pro elektrony, musí být tepelná energie elektronů větší než jejich Fermiho energie, a tedy

$$k_B T_e > E_F = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2 m_e} \left( \frac{3 n_e}{\pi} \right)^{2/3}$$

*Pozn. Při hustotě  $n_e = 10^{29} \text{ m}^{-3}$  typické pro kovy v pevné fázi je  $E_F = 7.9 \text{ eV}$ , pro hustotu plynu  $n_e = 2.7 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$  je  $E_F = 0.038 \text{ eV} = 440 \text{ K}$ .*

V Boltzmannově statistice je pravděpodobnost obsazení stavu  $\sim \exp(-U/k_B T) \Rightarrow$

$$n_e = n_0 \exp\left(\frac{e \varphi}{k_B T_e}\right) \quad n_i = \frac{n_0}{Z} \exp\left(-\frac{Z e \varphi}{k_B T_i}\right) \quad (8)$$

Hustoty elektronů a iontů lze teď dosadit do Poissonovy rovnice a tuto řešit.

Řešení si zjednodušíme linearizací, budeme předpokládat, že potenciální energie  $\ll$  kinetická. Pro  $|x| \ll 1$  je  $\exp(x) \approx 1 + x$  a rovnici (7) přepíšeme

$$\Delta \varphi = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\varphi}{dr} \right) = \frac{e^2 n_0}{\varepsilon_0} \left( \frac{1}{T_e} + \frac{Z}{T_i} \right) \varphi \quad \text{pro } r \neq 0 \quad (9)$$

Po substituci  $\varphi = \tilde{\varphi} / r$  má Poissonova rovnice tvar  $\frac{d^2 \tilde{\varphi}}{dr^2} = \frac{\tilde{\varphi}}{\lambda_D^2}$

Potenciál statického náboje  $q_T$  v plazmatu je tedy

$$\varphi = \frac{q_T}{4 \pi \varepsilon_0 r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right) \quad (10)$$

**Na vzdálenosti  $\lambda_D$  je potenciál odstíněn na  $1/e$  vakuové hodnoty.** Stínění je součtem elektronového stínění s  $\lambda_{De}$  a iontového s  $\lambda_{Di}$ . **Debyova délka  $\lambda_D$  je**

$$\lambda_D^{-2} = \lambda_{De}^{-2} + \lambda_{Di}^{-2} \quad \lambda_{De} = \sqrt{\frac{k_B T_e \varepsilon_0}{n_e e^2}} \quad \lambda_{Di} = \sqrt{\frac{k_B T_i \varepsilon_0}{n_i Z^2 e^2}} = \sqrt{\frac{k_B T_i \varepsilon_0}{n_e Z e^2}} \quad (11)$$

Při  $T_e > T_i/Z$  dominuje iontové stínění statického náboje (např. sondy).

Kolem každé nabitě částice v plazmatu je určité stínění, tzv. dynamické stínění. Aby vzniklo stacionární iontové stínění, musí být rychlost nabitě částice  $\ll$  tepelná rychlost iontů. Pokud je částice rychlejší než tepelné ionty, ale mnohem pomalejší než je tepelná rychlost elektronů, vytváří se stacionární stínění elektrony, ale stínění ionty je  $\ll$  než u statického náboje. Budeme považovat elektronovou Debyovu délku za typickou vzdálenost, na které je odstíněna binární interakce mezi nabitými částicemi v plazmatu.

## Předpoklady obsažené v odvození

- Při odvození jsme používali hustoty nabitých částic, což s rozumnou přesností lze jen, pokud se jedná o vzdálenosti (v tomto případě  $\lambda_D$ ) velké ve srovnání se střední vzdálenosti mezi částicemi. Obvykle se požaduje, aby počet elektronů  $N_D$  v elektronové Debyově sféře

$$N_D = \frac{4\pi}{3} \lambda_{De}^3 n_e = \frac{4\pi}{3} \frac{\epsilon_0^{3/2} k_B^{3/2} T_e^{3/2}}{e^3 n_e^{1/2}} \gg 1 \quad (12)$$

Veličině  $N_D$  nebo jejímu násobku se říká **plazmatický parametr**. Pro  $N_D \gg 1$  je plazma ideální a Debyovo stínění je kolektivní děj.

*Pozn. Při  $N_D < 1$  stínění existuje také, ale jeho fluktuační střední hodnota stínění.*

- Při linearizaci Poissonovy rovnice jsme předpokládali, že potenciální energie nabitých částic  $|e\phi| \ll$  jejich tepelná energie  $k_B T_e$ . To jistě neplatí v bezprostřední blízkosti počátku, ale tam neplatí ani předchozí předpoklad. Stačí tedy předpokládat, že  $q_T$  je tak malé, že na střední vzdálenosti mezi elektrony  $R_e = \left[ 3 / (4\pi n_e) \right]^{1/3}$  nerovnost platí.

## Kolektivní chování

Pojmem kolektivní chování označujeme vzájemné působení částic pomocí **makroskopických** elektromagnetických polí na rozdíl od **mikroskopických** polí, kterými na sebe působí částice při binární srážce.

V důsledku stínění je binární působení v ideálním plazmatu účinné jen do vzdálenosti Debyovy délky, k působení nabitých částic na větší vzdálenosti dochází jen v důsledku makroskopických elektromagnetických polí vytvářených makroskopickými kolektivními náboji a proudy. Fluktuace s vlnovou délkou větší než Debyova délka mají převážně kolektivní charakter, zatímco krátkovlnné fluktuace jsou převážně dány pohybem jednotlivých částic s dominancí binární interakce. (podrobně v knize [*Ich1*]).

Rychlost změny systému v důsledku binárních srážek je dána srážkovou frekvencí  $\nu_c$ . S rostoucí srážkovou frekvencí  $\nu_c$  roste význam binárního působení.

V plazmatu existuje řada kolektivních pohybů, ale nejrychlejší je pohyb oblaku elektronů vůči iontům v důsledku jejich vzájemného přitahování. Pro jednoduchost budeme pokládat ionty za homogenní neutralizující pozadí.

Použijeme opět model rovinných vrstev (obr. 2). Rychlost uspořádaného pohybu elektronů je  $v = d\Delta / dt$  a pohybová rovnice pro elektrony je

$$m_e \frac{dv}{dt} = -eE = -\frac{e^2 n_e \Delta}{\epsilon_0} \Rightarrow \frac{d^2 \Delta}{dt^2} = -\frac{e^2 n_e}{\epsilon_0 m_e} \Delta \quad (13)$$

Dochází tedy k plazmovým oscilacím s **elektronovou plazmovou frekvencí**

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{e^2 n_e}{\epsilon_0 m_e}} \quad (14)$$

**Elektronová plazmová frekvence**  $\omega_{pe}$  charakterizuje sílu kolektivního působení, při  $\omega_{pe} > \nu_c$  kolektivní chování převažuje. Pokud je srážková frekvence  $\nu_{cn}$  nabitých částic s neutrály  $> \omega_{pe}$ , systém se chová spíše jako plyn. Elektronová plazmová frekvence  $\omega_{pe}$ , elektronová Debyova délka  $\lambda_{De}$  a tepelná rychlost elektronů  $v_{Te}$  splňují jednoduchý vztah

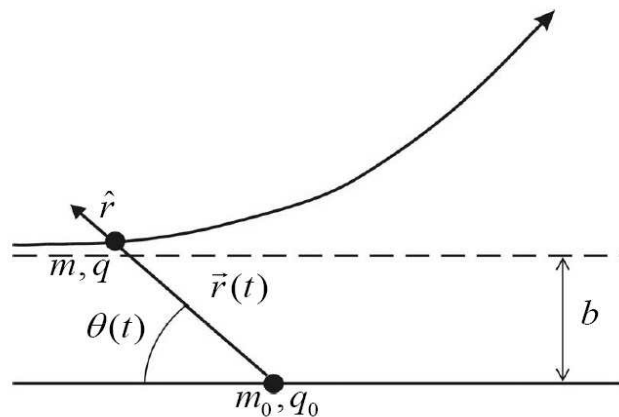
$$v_{Te} = \sqrt{k_B T_e / m_e} = \omega_{pe} \lambda_{De}$$

*Pozn. Pokud započteme i pohyb iontů, pak frekvence plazmových oscilací je*

$$\omega_p^2 = \omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2, \text{ kde } \omega_{pi}^2 = Z^2 e^2 n_i / (\epsilon_0 M_i) = Z \omega_{pe}^2 m_e / M_i.$$



## Srážková frekvence nabitých částic



Obr. 3 Schéma srážky ( $\hat{r}$  jednotkový vektor ve směru  $\vec{r}$ ,  $b$  srážkový parametr)

Pro jednoduchost budeme předpokládat, že se nemění složka rychlosti  $v_0$  nalétávající částice ve směru pohybu před srážkou (platí pro velká  $b$ , kdy dochází jen k malé změně směru pohybu částice).

Kolmou složku hybnosti částice získáme časovou integrací impulsu síly

$$m v_{\perp} = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\perp}(t) dt$$

Kolmá složka síly je dána vztahem

$$F_{\perp} = \frac{q q_0}{4 \pi \epsilon_0 r^2} \sin \theta = \frac{q q_0}{4 \pi \epsilon_0 b^2} \sin^3 \theta,$$

kde jsme využili vztahu  $r = b/\sin\theta$ .

Závislost  $F_{\perp}$  na čase je dána závislostí úhlu  $\theta$ . Pohyb ve směru  $x$  nalétávající částice pokládáme za rovnoměrný, a proto  $t = x/v_0 = -r \cos\theta/v_0 = -b \cos\theta/(v_0 \sin\theta)$  a tedy  $dt = b d\theta / (v_0 \sin^2 \theta)$  a tedy

$$v_{\perp} = \frac{q q_0}{4 \pi \varepsilon_0 m b^2} \int_{-\infty}^{\infty} \sin^3 \theta(t) dt = \frac{q q_0}{4 \pi \varepsilon_0 m b v_0} \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta = \frac{v_0 b_0}{b} ,$$

kde  $b_0$  je **Landauova délka**  $b_0 = q q_0 / (2 \pi \varepsilon_0 m v_0^2)$

Srážkový parametr  $b_0$  odpovídá rozptylu na  $90^\circ$ , tedy ztratě původního směru rychlosti. Účinný průřez pro rozptyl na úhel  $\geq 90^\circ$  je  $\sigma = \pi b_0^2$ .

**Srážková frekvence** (pro rozptyl na velké úhly) je pak

$$v_L = \pi n_0 v_0 b_0^2 = \frac{n_0 q^2 q_0^2}{4 \pi \varepsilon_0^2 m^2 v_0^3} \quad (15)$$

### Rozptyl na malé úhly

Elektrostatické pole - síla dalekého dosahu - nad rozptylem na velké úhly často převažuje suma mnoha rozptylů na malé úhly.

Ke ztratě původní orientace rychlosti tedy pravděpodobně dojde mnoha malými změnami vektoru rychlosti dříve, než nastane jedna srážka s velkým úhlem rozptylu.

Srážková frekvence (pro změnu hybnosti) je pak definována jako 1 lomeno průměrnou dobou, za kterou částice ztratí původní orientaci rychlosti.

Historii pohybu částice lze považovat za náhodnou procházku v prostoru rychlostí. Dojde-li v určitém časovém intervalu k  $N$  srážkám, je změna např.  $y$  složky rychlosti

$$\Delta \mathbf{v}_y = \Delta \mathbf{v}_{y1} + \Delta \mathbf{v}_{y2} + \dots + \Delta \mathbf{v}_{yN} \quad ,$$

Přitom střední hodnota  $\langle \Delta \mathbf{v}_y \rangle = \langle \Delta \mathbf{v}_{yi} \rangle = 0$ . Poněvadž lze považovat jednotlivé srážky za nekorelované, je disperze  $v_y$

$$D_{v_y} = \left\langle (\Delta \mathbf{v}_y)^2 \right\rangle = \left\langle \left( \sum_{i=1}^N \Delta \mathbf{v}_{yi} \right)^2 \right\rangle = \sum_{i=1}^N \left\langle (\Delta \mathbf{v}_{yi})^2 \right\rangle = N \left\langle (\Delta \mathbf{v}_{y1})^2 \right\rangle$$

Pro jednu srážku se srážkovým parametrem  $b$  je

$$\langle v_{\perp}^2 \rangle = \left\langle (\Delta \mathbf{v}_y)^2 \right\rangle + \left\langle (\Delta \mathbf{v}_z)^2 \right\rangle = \frac{v_0^2 b_0^2}{b^2} \quad \Rightarrow \quad \left\langle (\Delta \mathbf{v}_{y1})^2 \right\rangle = \frac{v_0^2 b_0^2}{2b^2}$$

Počet srážek se srážkovým parametrem v intervalu  $db$  je  $dN = n_0 v_0 2\pi b db$  a tedy celková disperze kolmé složky rychlosti je dána vztahem

$$\frac{d}{dt} \left\langle (\Delta \mathbf{v}_y)_{tot}^2 \right\rangle = \pi n_0 v_0^3 b_0^2 \int \frac{db}{b} = \pi n_0 v_0^3 b_0^2 \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}$$

Divergující integrál jsme museli omezit. Spodní hranice je dána předpokladem rozptylů na malé úhly, a ten pro srážkové parametry menší než Landauova délka  $b_0$  neplatí. Pro velké srážkové parametry neplatí předpoklad o coulombickém působení mezi částicemi, neboť se zde uplatní Debyovo stínění, proto volíme  $b_{\max} = \lambda_{De}$ .

Označme pro srážku mezi elektrony s tepelnou rychlostí  $v_{Te}$

$$\Lambda = \frac{\lambda_{De}}{b_0} = \frac{2 \pi \varepsilon_0 \lambda_{De} m_e v_{Te}^2}{e^2} = 2 \pi n_e \lambda_{De}^3 = \frac{3}{2} N_D \quad (16)$$

Pokud je plazmatický parametr  $N_D$  velký, pak i  $\Lambda$  velké. Veličina  $\ln \Lambda$  se nazývá **Coulombův (coulombovský) logaritmus**. Je to poměr srážkové frekvence všech srážek k frekvenci rozptylu na úhly větší než  $90^\circ$ .

Srážková frekvence pro srážky elektronů s rychlostí  $v_0$  s elektrony je

$$\nu_{ee} = \frac{8 \pi n_0 e^4}{(4 \pi \varepsilon_0)^2 m_e^2 v_0^3} (1 + \ln \Lambda) \approx \frac{8 \pi n_0 e^4}{(4 \pi \varepsilon_0)^2 m_e^2 v_0^3} \ln \Lambda \quad (17)$$

Srážková frekvence coulombických srážek je  $\sim v^{-3}$  a střední volná dráha je  $\sim v^4$ , proto relativně rychlé elektrony z konce rozdělení rychlostí mají málo srážek a mohou bez větší změny směru projít poměrně velkou vzdálenost.

Srážkovou frekvenci elektronů s tepelnou rychlostí  $v_0 = v_{Te} = (k_B T_e / m_e)^{1/2}$  nazýváme efektivní srážkovou frekvencí

$$\nu_c = \frac{8 \pi n_e e^4}{(4 \pi \epsilon_0)^2 m_e^{1/2} (k_B T_e)^{3/2}} (1 + \ln \Lambda) \approx \frac{8 \pi n_e e^4}{(4 \pi \epsilon_0)^2 m_e^{1/2} (k_B T_e)^{3/2}} \ln \Lambda \quad (18)$$

Poměr srážkové frekvence k plazmové frekvenci je

$$\frac{\nu_c}{\omega_{pe}} = \frac{1}{2 \pi n_0 \lambda_{De}^3} \frac{\ln \Lambda}{3 N_D / 2} = \frac{\ln(3 N_D / 2)}{3 N_D / 2} \quad (\ll 1 \text{ for } N_D \gg 1) \quad (19)$$

Pro velké hodnoty  $N_D$  dominuje kolektivní chování charakterizované  $\omega_{pe}$  nad vlivem binárních interakcí charakterizovaných  $\nu_c$ . Takové plazma se nazývá **ideální plazma**. Některé jevy lze pak popsat v přiblížení bezsrážkového plazmatu.

**Ideální plazma** – je kvazineutrální a **dominuje** v něm kolektivní působení v důsledku makroskopických nábojů a proudů.

## Poměr potenciální a kinetické energie

Porovnejme energii elektronu v poli nejbližšího elektronu, vzdáleného o střední vzdálenost  $R_e = [3/(4\pi n_e)]^{1/3}$  s jeho kinetickou energií (*uvážujeme nedegenerované plazma*)

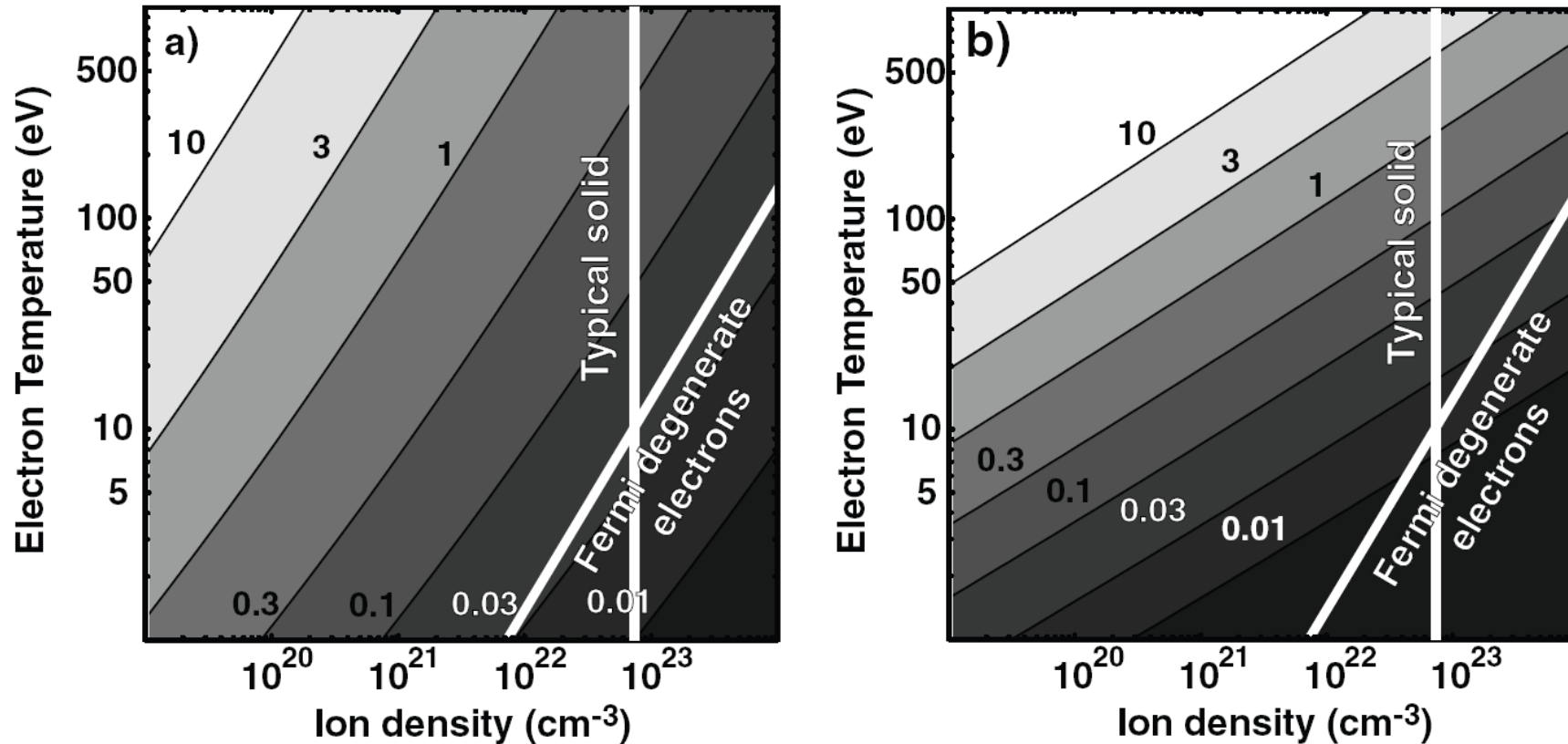
$$W_p \approx \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 R_e} = \frac{e^2 n_e^{1/3}}{3^{1/3} (4\pi)^{2/3} \epsilon_0} \quad W_k \approx \frac{3}{2} k_B T_e$$

$$\frac{W_p}{W_k} \approx \frac{2}{9} \left( \frac{3}{4\pi \epsilon_0^{3/2} k_B^{3/2} T_e^{3/2}} \right)^{2/3} = \frac{2}{9 N_D^{2/3}} \quad (20)$$

V ideálním plazmatu je  $N_D \gg 1$  a kinetická energie částic je tedy  $\gg$  jejich vazebná (potenciální) energie. **Ideální plazma je slabě vázané.** Tím se ideální plazma přibližuje plynu, často mluvíme o ionizovaném plynu. Stavová rovnice ideálního plynu je pak dobrou aproximací stavové rovnice elektronů v ideálním plazmatu.

## Počet částic (elektronů + iontů) v Debyově sféře o poloměru $\lambda_D$

Převzato z R.P. Drake, *High-Energy-Density Physics*, Springer 2006



Obr. 4 (a) Plazma z materiálů s vysokým atomovým číslem, kde se předpokládá střední ionizace  $Z = 0.63 \sqrt{T_e}$ , kde  $T_e$  je v eV.  
 (b) Plazma z materiálů s nízkým atomovým číslem, kde se předpokládá střední ionizace  $Z=4$

## Různé typy plazmatu

### Plazma v přírodě

**Ideální** - výboje; ionosféra; sluneční vítr; vnější vrstvy hvězd; mezihvězdný plyn

**Ideální i neideální** - vnitřky hvězd (*střed slunce je téměř ideální plazma*  
 $\rho = 150 \text{ g/cm}^3$ ,  $T = 1.35 \text{ keV}$ ,  $\Gamma = 0.14$ )

**Neideální** - elektronový plyn v kovech (degenerované plazma), elektrolyty, jádra velkých planet

### Plazma v laboratoři

**Ideální** - výboje různých typů (elektronky, výboje pro čerpání plynových laserů, pinče, kapilární výboj); MHD generátory; iontové motory, laserové plazma z plynných terčů

**Ideální i neideální** - laserové plazma z pevných (či kapalných) terčů

**Neideální** – superchladné plazma (nelineární fotoionizací laserem ochlazovaných par lze získat plazma o teplotě cca 1 K, hustoty  $10^6$ - $10^9 \text{ cm}^{-3}$ )



**APPROXIMATE MAGNITUDES  
IN SOME TYPICAL PLASMAS**

Plasma Type	$n \text{ cm}^{-3}$	$T \text{ eV}$	$\omega_{pe} \text{ sec}^{-1}$	$\lambda_D \text{ cm}$	$n\lambda_D^3$	$\nu_{ei} \text{ sec}^{-1}$
Interstellar gas	1	1	$6 \times 10^4$	$7 \times 10^2$	$4 \times 10^8$	$7 \times 10^{-5}$
Gaseous nebula	$10^3$	1	$2 \times 10^6$	20	$10^7$	$6 \times 10^{-2}$
Solar Corona	$10^9$	$10^2$	$2 \times 10^9$	$2 \times 10^{-1}$	$8 \times 10^6$	60
Diffuse hot plasma	$10^{12}$	$10^2$	$6 \times 10^{10}$	$7 \times 10^{-3}$	$4 \times 10^5$	40
Solar atmosphere, gas discharge	$10^{14}$	1	$6 \times 10^{11}$	$7 \times 10^{-5}$	40	$2 \times 10^9$
Warm plasma	$10^{14}$	10	$6 \times 10^{11}$	$2 \times 10^{-4}$	$10^3$	$10^7$
Hot plasma	$10^{14}$	$10^2$	$6 \times 10^{11}$	$7 \times 10^{-4}$	$4 \times 10^4$	$4 \times 10^6$
Thermonuclear plasma	$10^{15}$	$10^4$	$2 \times 10^{12}$	$2 \times 10^{-3}$	$10^7$	$5 \times 10^4$
Theta pinch	$10^{16}$	$10^2$	$6 \times 10^{12}$	$7 \times 10^{-5}$	$4 \times 10^3$	$3 \times 10^8$
Dense hot plasma	$10^{18}$	$10^2$	$6 \times 10^{13}$	$7 \times 10^{-6}$	$4 \times 10^2$	$2 \times 10^{10}$
Laser Plasma	$10^{20}$	$10^2$	$6 \times 10^{14}$	$7 \times 10^{-7}$	40	$2 \times 10^{12}$

Typické parametry různých forem plazmatu – zde vždy  $n \lambda_D^3 > 1$  a  $\omega_{pe} > \nu_{ei}$ .

Obr. 5 Typické teploty a hustoty různých forem plazmatu

